F2557

1
TOMUL 37
ian. — febr.
1978

1978 JUN 30

STUDII ŞI CERCETĂRI DE

MECANICĂ APLICATĂ

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMANIA

Comitetul de redacție

Acad. E. CARAFOLI, *redactor responsabil*

Membri:

Acad. I. ANTON,
Acad. ȘTEFAN BĂLAN,
Acad. D. DUMITRESCU,
Acad. CR. MATEESCU,
Acad. D. MATEESCU,
Acad. RADU VOINEA,
Prof. CONSTANTIN AVRAM, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România,
Prof. GH. BUZDUGAN, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România,
Prof. GH. MANEA, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România,
Dr. ing. N. PATRAULEA, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România,
Prof. RADU C. BOGDAN,
Prof. DAN PAVELESCU,
Prof. RADU PRIȘCU,
Dr. doc. V. VISARION,
Prof. T. OROVEANU, *secretar de redacție,*
Dr. ing. C. TEODOSIU, *secretar de redacție.*

Toate comenzile externe pentru lucrările apărute în Editura Academiei R. S. România se vor adresa: ILEXIM, Departamentul export-import carte, Departamentul export-import presă (pentru reviste), str. 13 Decembrie nr. 3, P.O.Box 136—137, telex 11226, București, România. În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții. Revistele se pot procura (direct sau prin poștă) și prin PUNCTUL DE DESFACERE din cadrul EDITURII ACADEMIEI.

REVISTA APARE DE 6 ORI PE AN

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice corespondență se trimit pe adresa Comitetului de redacție al revistei str. Const. Mille nr. 15, tel. 13.83.26

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
Calea Victoriei nr. 125, sectorul 1, București, cod. 71021

1989

STUDII ŞI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ

Tomul 37, nr. 1 ianuarie—februarie 1977

SUMAR

STUDII

ST. GYÉRESI, E. SOÓS, Tensorul energie-impuls al cîmpului electromagnetic. I. Axiomatizare preliminară 3
D. BRATOSIN, Un procedeu de aproximare a comportării unui corp elastic neliniar 17
AUREL COŢIU, IOAN MORUŞCA, TEODOR POTRA, Modelare matematică prin funcţii spline complexe a fenomenelor de filtraţie în medii poroase 23
T. OROVEANU, AL. D. STAN, Mişcarea lentă a unui fluid incompresibil printr-o fisură permeabilă 33
C. COZMA, Asupra unei mişcări bifazice într-un mediu poros omogen 45
A. NEGOIŢĂ, H. BĂRBAT, Exprimarea ecuaţiilor de mişcare ale castelelor de apă cu considerarea forţelor hidrodinamice de interacţiune 59
JORGE EDILBERTO PEREZ, CONSTANTIN GH. POPA, Model de curgere nestaţionară cu schimbare de fază în medii poroase 67
JULIETA FLOREA, VALERIU PANAITESCU, Acţiunea erozivă şi de transport a vîrtejurilor cu ax vertical 79
DECEBAL VLĂDĂIANU, VERGILIU MARINESCU, Studii în natură privind funcţionarea la cavitaţie a unor pompe centrifuge de dimensiuni mari . . . 87
MARIUS MUNTEANU, Mişcarea particulelor sferice şi cilindrice pe plane vibratoare orizontale. Principii şi formule generale de calcul 107
D. CATRINA, Erori cinematice ale mecanismului şurub conducător-piuliţă . . 129
LUCIAN CAPITANU, Aspecte ale uzării matriţelor utilizate la prelucrarea prin injecţie a materialelor termoplastice armate cu fibre de sticlă. I. 139

INDEX ALFABETIC 153

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 1, 1978, P. 1—156

BME KÖZPONTI KÖNYVTÁRA
F
2557
FOLYÓIRAT OSZTÁLY

Budapesti Műszaki Egyetem
Központi Könyvtára
Folyóiratleltár
92 | 1980

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
KÖZPONTI KÖNYVTÁRA

TENSORUL ENERGIE – IMPULS AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC
I. AXIOMATIZARE PRELIMINARĂ

ST. GYÉRESI
Inst. Agronomic—București
E. SOÓS
Centrul de mecanică a solidelor-București

Se prezintă o axiomatizare a micro, respectiv a macroelectrodinamicii, punînd în evidență atît structura logico-matematică a celor două teorii, cît și interpretarea semantică a celor două sisteme axiomatic elaborate. Axiomatizarea este preliminară și reprezintă o bază de discuție pentru considerațiile ulterioare.

1. INTRODUCERE

Într-o lucrare publicată în anul 1964 și consacrată cercetării proprietăților dinamice și termodinamice ale cîmpului electromagnetic, Timotin scrie ([1], §1): „Cu toate succesele repurtate de teoria macroscopică relativistă în explicarea experiențelor privitoare la electrodinamica mediilor în mișcare, această teorie nu poate fi socotită completă din cauză că — așa cum se știe — nici pînă astăzi ea nu a condus la expresii unanim acceptate și verificate de experiență pentru energia și impulsul asociate cîmpului electromagnetic în cazul mediilor în mișcare. Ca urmare, problema acțiunilor ponderomotoare ale acestui cîmp, în cazuri generale, nu este clarificată".

Părerea cercetătorului român nu este singulară și nici situația prezentată nu a fost schimbată în bine cu trecerea timpului. Într-adevăr, trei ani mai tîrziu, în 1967, Penfield și Haus, ingineri la Massachusetts Institute of Technology, în monografia lor consacrată acțiunilor ponderomotoare ale cîmpului electromagnetic, chiar în prefață fac o observație a cărei valabilitate nu poate fi contestată nici astăzi; autorii scriu: „Există o lacună surprinzător de mare în cunoștințele noastre privind modul în care cîmpurile electromagnetice produc forțe asupra mediilor materiale. Această lipsă de înțelegere a fenomenelor se referă în special la cazurile în care sînt prezente medii polarizate și / sau magnetizate și în care este implicată teoria relativității speciale... Există, de asemenea, o lipsă de înțelegere a ideii de conservare a energiei în cazurile în care sînt luate în considerație energii de polarizare și de magnetizare".

Implicațiile adînci ale acestei situații nesatisfăcătoare și adevărata stare a lucrurilor este accentuată de Bunge într-o monografie consacrată fundamentelor fizicii și publicată tot în anul 1967; referindu-se la starea de fapte întîlnită în electromagnetism, Bunge, filozof, și fizician, face o

remarcă justă, cu conținut încă actual ([3], cap. 4, §1.4): „Dacă teoriile clasice destul de satisfăcătoare ale electrodinamicii erau disponibile, ele ar fi putut ghida construirea teoriilor cuantice corespunzătoare. Dar asemenea teorii nu se zăresc, în parte, deoarece *uzual nu este recunoscut că electrodinamicile, atît cele clasice, cît și cele cuantice, sînt într-o situație deplorabilă*".

În cele ce urmează vom arăta că cele trei păreri nu sînt exagerate deoarece, într-adevăr, încă nu există o electrodinamică satisfăcător elaborată ca sistem ipotetic-deductiv, semantic interpretat și testabil.

Pentru a avea o bază de discuție, folosind unele idei ale lui Bunge ([3], Cap. IV), vom prezenta într-o formă axiomatică conceptele și legile fundamentale ale microelectromagnetismului clasic de tip Lorentz (*MIE*) și pe cele ale macroelectromagnetismului clasic de tip Maxwell (*MAE*). Deocamdată nu discutăm calitățile și defectele acestor sisteme axiomatice. În toate considerațiile utilizăm sistemul raționalizat lorentzian de unități. Rezultatele care vor fi preluate din lucrările care urmează să fie analizate vor fi prezentate cu notațiile corespunzătoare paragrafelor următoare și în unitățile menționate.

2. NOȚIUNI SEMANTICE ȘI ELEMENTE DIN TEORIA GENERALĂ A SISTEMELOR FIZICE

Relația semantică de referire va fi desemnată prin $\widehat{=} : O \to C$ ([3], Cap. 1, §1.3), unde O este mulțimea obiectelor o, iar C mulțimea conceptelor c. În cele ce urmează, elementele o vor fi obiecte extramatematice, existente independent de noi, iar elementele c vor fi concepte logice sau matematice. Dacă $o \in O$, $c \in C$ și $c \mathrel{\widehat{=}} o$, spunem că „$c$ îl modelează pe o" sau „c este modelul matematic al lui o". În cazul unei teorii relația de referire este o funcție, însă în ansamblul tuturor teoriilor fizice ea nu are această proprietate restrictivă.

Cu $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$, $\vee$ și $\wedge$ desemnăm, respectiv, implicația, echivalența, disjuncția și conjuncția din logica formală.

Un sistem fizic ([3], Cap. 2, §5) este ceva existent în spațiu-timp, care se comportă sau este tratat ca un întreg cel puțin dintr-un anumit punct de vedere. Un sistem fizic înzestrat cu masă se numește corp sau particulă sau cuantă de substanță; un sistem fizic care nu are această proprietate se numește cîmp sau cuantă de cîmp.

Un concept cheie în teoria generală a sistemelor fizice este relația de *parte*, desemnată prin $\dot{\in}$, care diferă de relația de apartenență $\in$ din teoria mulțimilor, nu numai prin faptul că are loc între sisteme fizice, ci și prin faptul că $\dot{\in}$, spre deosebire de $\in$, este o relație tranzitivă.

Cu ajutorul acestui concept $\dot{\in}$ pot fi introduse două noțiuni esențiale în teoria sistemelor fizice: *suma fizică* sau juxtapunerea, desemnată prin $\dot{+}$ și *produsul fizic* sau suprapunerea, desemnată prin $\dot{\times}$.

Dacă σ_1 și σ_2 sînt două sisteme fizice, atunci:

(a) $\sigma = \sigma_1 \mathbin{\dot{+}} \sigma_2$ dacă și numai dacă orice parte a lui σ este o parte a lui σ_1 *sau* a lui σ_2;

(b) $\sigma = \sigma_1 \mathbin{\dot{\times}} \sigma_2$ dacă și numai dacă orice parte a lui σ este o parte a lui σ_1 *și* a lui σ_2.

Deci

$$(\sigma = \sigma_1 \dot{+} \sigma_2) \Leftrightarrow [(\forall \sigma_3 \dot{\in} \sigma) \Rightarrow (\sigma_3 \dot{\in} \sigma_1) \vee (\sigma_3 \dot{\in} \sigma_2)], \tag{2.1}$$

$$(\sigma = \sigma_1 \dot{\times} \sigma_2) \Leftrightarrow [(\forall \sigma_3 \dot{\in} \sigma) \Rightarrow (\sigma_3 \dot{\in} \sigma_1) \wedge (\sigma_3 \dot{\in} \sigma_2)]. \tag{2.2}$$

Intuitiv vorbind, putem spune că suma fizică este o reunire exterioară a unor sisteme fizice, iar produsul fizic este o interpenetrație a lor. De exemplu, un agregat de corpuri poate fi privit ca suma fizică a părților sale, chiar dacă ele nu se află în contact, iar sistemul fizic compus dintr-un cîmp electric peste care se suprapune un cîmp magnetic poate fi considerat ca un produs fizic al părților sale.

Fie Σ_1 și Σ_2 două seturi de sisteme fizice. Prin suma lor fizică $\Sigma_1 \dot{+} \Sigma_2$ înțelegem mulțimea tuturor sistemelor de forma $\sigma_1 \dot{+} \sigma_2$, iar prin produsul lor fizic $\Sigma_1 \dot{\times} \Sigma_2$ înțelegem mulțimea tuturor sistemelor de forma $\sigma_1 \dot{\times} \sigma_2$, unde $\sigma_1 \in \Sigma_1$ și $\sigma_2 \in \Sigma_2$.

3. MICROELECTROMAGNETISM CLASIC

BAZĂ DE PRIMITIVE

M^3 — Varietate tridimensională reprezentînd spațiul fizic ; x : elementele lui M^3, numite puncte și reprezentînd locurile din spațiul fizic ;

T — segment al axei reale, reprezentînd timpul fizic ; t : elementele lui T, numite timpuri și reprezentînd momentele temporale ;

$\mathcal{C}$ — mulțimea cîmpurilor electromagnetice microscopice φ ;

Σ — mulțimea corpurilor încărcate electric σ ; π : elementele lui σ, numite particule ;

B — mulțimea varietăților tridimensionale b, reprezentînd corpurile încărcate electric ; β : elementele lui b, numite puncte și reprezentînd particulele π ;

R — mulțimea reperelor fizice r ;

$\{\mathbf{X}\}$ — o mulțime de funcții cu valori vectoriale reprezentînd poziția unei particule în raport cu un reper ;

$\{\gamma\}$ — o mulțime de funcții scalare reprezentînd densitatea de sarcină electrică ;

$\{\mathbf{e}\}$ — o mulțime de cîmpuri vectoriale reprezentînd intensitatea cîmpului electric microscopic ;

$\{\mathbf{b}\}$ — o mulțime de cîmpuri vectoriale reprezentînd intensitatea cîmpului magnetic microscopic ;

$\{\mathbf{f}\}$ — o mulțime de cîmpuri vectoriale reprezentînd densitatea de forță ponderomotoare a cîmpului electromagnetic microscopic ;

c — un număr real pozitiv reprezentînd viteza de propagare a undelor electromagnetice în vid.

Obs.2.1. *MIE* este o teorie dualistă : ea are două clase de referire disjuncte $\mathcal{C}$ și Σ, — sau chiar trei —, dacă luăm în considerație mulțimea R. Conceptele legate de cîmp nu sînt amestecate cu cele care se referă la corpuri. Această situație se va modifica radical în teoria cîmpului electromagnetic macroscopic, în cadrul căreia inducțiile se referă la cîmpurile din interiorul mediilor materiale.

CONCEPTE DEFINITE

Noţiunile definite vor fi introduse prin utilizarea simbolului $\equiv$ şi definiţia va fi considerată ca o identitate logică.

Df. 3.1. *Densitatea de curent* $\mathbf{j}$:

$$(\beta \in b)\ \Lambda\ (\pi \dot{\in}\ c)\ \Lambda\ (\beta \hat{=} \pi) \Rightarrow \mathbf{j}(\pi, t) \equiv \gamma(\beta x, , t)\ \frac{d\mathbf{X}(\beta, t)}{dt} = \gamma(\beta, \mathbf{x}, t) v(\beta, t).$$

Df. 3.2. *Densitatea de energie* w a cîmpului e.m. microscopic φ :

$$w(\varphi) \equiv \frac{1}{2}(\mathbf{e}^2 + \mathbf{b}^2).$$

Df. 3.3. *Fluxul de energie* $\mathbf{s}$ a cîmpului e.m. microscopic φ (vectorul lui Poynting) :

$$\mathbf{s}(\varphi) \equiv c(\mathbf{e} \times \mathbf{b}).$$

Df. 3.4. *Densitatea de impuls* $\mathbf{g}$ a cîmpului e.m. microscopic φ :

$$\mathbf{g}(\varphi) \equiv \frac{1}{c}(\mathbf{e} \times \mathbf{b}).$$

Df. 3.5. *Fluxul de impuls* sau *tensiunea* $\mathbf{t}$ a cîmpului e.m. microscopic φ (tensorul lui Maxwell)

$$t_{ij}(\varphi) \equiv -e_i e_j - b_i b_j + w\delta_{ij} \text{ sau } \mathbf{t}(\varphi) = -\mathbf{e}\otimes\mathbf{e} - \mathbf{b}\otimes\mathbf{b} + w\,\mathbf{1}$$

AXIOME

T şi R sînt caracterizate în cadrul protofizicii (*PF*) ([3], Cap. 2, § 3), $\mathbf{X}$ şi $\mathbf{f}$ sînt caracterizate în cadrul mecanicii particulelor (*MP*) sau în cadrul mecanicii corpurilor continue (*MC*) ([3], Cap. 3, §§ 1.2). Aici vor fi caracterizate axiomatic conceptele specifice ale microelectromagnetismului clasic (MIE) ([3], Cap. IV) : $\mathcal{C}$, Σ, B, M^3, $\{\gamma\}$, $\{\mathbf{e}\}$ şi $\{\mathbf{b}\}$.

Grupul 1 de axiome : *Caracterizarea primitivelor specifice*

MIE 1.1. (*a*) $\mathcal{C}$ este o mulţime nevidă. (*b*) Orice $\varphi \in \mathcal{C}$ este un cîmp electromagnetic microscopic (e.m.mi.).

MIE 1.2. (*a*) Σ este o mulţime nevidă. (*b*) Orice $\sigma \in \Sigma$ este un corp încărcat electric.

MIE 1.3. (*a*) B este o familie nevidă de mulţimi punctuale. (*b*) Orice $b \in B$ este o varietate diferenţială tridimensională simplă. (*c*) Pentru orice $\sigma \in \Sigma$ există un $b \in B$ aşa încît relaţia de referire $b \hat{=} \sigma$ are loc punctual.

MIE 1.4. (*a*) M^3 este o varietate diferenţială tridimensională. (*b*) M^3 reprezintă spaţiul fizic.

MIE 1.5. (*a*) $\{\gamma\}$ este o familie nevidă de funcţiuni. (*b*) Orice $\gamma \in \{\gamma\}$ este o funcţie cu valori scalare definită pe $B \times M^3 \times T$ cu valori pe axa reală. (*c*) Dacă $b \mathrel{\widehat{=}} \sigma$, atunci $\gamma(b, \mathbf{x}, t)$ reprezintă densitatea de sarcină electrică a corpului σ în punctul (în locul) $\mathbf{x}$, la timpul (la momentul) t.

MIE 1.6. (*a*) $\{\mathbf{e}\}$ este o familie nevidă de cîmpuri. (*b*) Orice $\mathbf{e} \in \{\mathbf{e}\}$ este o funcţie reală cu valori vectoriale definită pe $\mathcal{C} \times M^3 \times T$. (*c*) $\mathbf{e}(\varphi, \mathbf{x}, t)$ reprezintă intensitatea componentei electrice a cîmpului φ în locul $\mathbf{x}$, la momentul t.

MIE 1.7. (*a*) $\{\mathbf{b}\}$ este o familie nevidă de cîmpuri. (*b*) Orice $\mathbf{b} \in \{\mathbf{b}\}$ este o funcţie reală cu valori pseudovectoriale definită pe $\mathcal{C} \times M^3 \times T$. (*c*) $\mathbf{b}(\varphi, \mathbf{x}, t)$ reprezintă intensitatea componentei magnetice a cîmpului φ în locul $\mathbf{x}$ la momentul t.

MIE 1.8. (*a*) c este un număr real, pozitiv. (*b*) dim(c) = dim(lungime)/dim(timp). (*c*) c reprezintă viteza de propagare a undelor electromagnetice în vid, în raport cu orice reper iniţial.

Grupul 2 de axiome: Eecuaţiile de cîmp

MIE 2. În orice punct $\mathbf{x} \in M^3$ şi la orice timp $t \in T$ pentru orice cîmp $\varphi \in \mathcal{C}$ şi pentru orice corp $\sigma \in \Sigma$ *există* un reper $r \in R$ aşa încît

$$\operatorname{rot} \mathbf{e} = -\frac{1}{c}\dot{\mathbf{b}}, \qquad \operatorname{div} \mathbf{b} = 0, \tag{3.1}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{b} = \frac{1}{c}\dot{\mathbf{e}} + \frac{1}{c}\mathbf{j}, \qquad \operatorname{div} \mathbf{e} = \gamma. \tag{3.2}$$

Df. 3.6. Un reper $r \in R$ în raport cu care axiomele *MIE* (1.1) — (2) sînt valabile se numeşte *reper inerţial.*

Grupul 3 de axiome: *Legea forţei*

MIE 3. Densitatea de forţă ponderomotoare $\mathbf{f}$ exercitată de un cîmp e.m.mi. exterior $(\mathbf{e},\mathbf{b}) \mathrel{\widehat{=}} \varphi \in \mathcal{C}$ asupra unui corp încărcat electric $\sigma \in \Sigma$ este dată de relaţia

$$\mathbf{f} = \gamma\left(\mathbf{e} + \frac{1}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{b}\right). \tag{3.3}$$

Obs. 3.2. Din axioma *MIE* 3 rezultă că densitatea de forţă $\mathbf{f}$ este o funcţie cu valori vectoriale definită pe $\Sigma \times \mathcal{C} \times M^3 \times T$; în contrast cu aceasta intensitatea de cîmp $\mathbf{e}, \mathbf{b}$ este o funcţie cu valori vectoriale (pseudovectoriale) definită pe $\mathcal{C} \times M^3 \times T$!

Obs. 3.3. *MIE* poate fi exprimată într-o formă invariantă la transformările Lorentz — Poincaré — Einstein — Minkowski ale repe-

relor inerţiale. Pentru a arăta acest fapt vom introduce în locul coordonatelor carteziene ortogonale x, y, z ale punctului (locului) $\mathbf{x} \in M^3$ variabilele minkowskiene:

$$x_1 \equiv x,\ x_2 \equiv y,\ x_3 \equiv z,\ x_4 \equiv ict, \tag{3.4}$$

care precizează coordonatele spaţio-temporale ale unui eveniment punctual al universului minkowskian $\mathfrak{W}$, modelat matematic prin intermediul unui spaţiu pseudoeuclidian cuadridimensional $\mathcal{E}^4$, caracterizat de forma fundamentală Lorentz-invariantă

$$s^2 = -x_\alpha x_\alpha. \tag{3.5}$$

În tot ce urmează, indicii greceşti iau valorile 1, 2, 3, 4, indicii latini valorile 1, 2, 3 şi se aplică regula de însumare în raport cu indicii, care se repetă.

Df. 3.7. *Cuadritensorul cîmp electromagnetic* $\mathbf{l}$ al cîmpului e.m.mi.:

$$\mathbf{l} = (l_{\alpha\beta}) \equiv \begin{pmatrix} 0 & b_3 & -b_2 & -ie_1 \\ -b_3 & 0 & b_1 & -ie_2 \\ b_2 & -b_1 & 0 & -ie_3 \\ ie_1 & ie_2 & ie_3 & 0 \end{pmatrix}. \tag{3.6}$$

Df. 3.8. *Densitatea de cuadricurent* $\mathbf{i}$:

$$\mathbf{i} = (i_\alpha) = (\gamma\mathbf{v},\ ic\gamma). \tag{3.7}$$

Df. 3.9. *Densitatea de cuadriforţă* $\mathbf{k}$:

$$\mathbf{k} = (k_\alpha) \equiv \left(\mathbf{f},\ i\frac{1}{c}p\right),\ p \equiv \mathbf{f}\cdot\mathbf{v}. \tag{3.8}$$

Df. 3.10 *Cuadritensorul energie-impuls* $\mathbf{m}$ al cîmpului e.m.mi. φ:

$$m_{\alpha\beta} \equiv l_{\alpha\gamma}l_{\beta\gamma} - \frac{1}{4}l_{\gamma\delta}l_{\gamma\delta}\delta_{\alpha\beta} \tag{3.9}$$

sau

$$\mathbf{m} = (m_{\alpha\beta}) \equiv \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{t} & ic\mathbf{g} \\ \hline i\frac{1}{c}\mathbf{s} & -w \end{array}\right). \tag{3.9'}$$

TEOREME

T 3.1. Sistemul lorentzian (3.1), (3.2) poate fi scris în forma minkowskiană:

$$l_{\alpha\beta,\gamma} + l_{\beta\gamma,\alpha} + l_{\gamma\alpha,\beta} = 0,\ l_{\alpha\beta,\beta} = i_\alpha, \tag{3.10}$$

sau

$$\text{Rot } \mathbf{l} = 0, \quad \text{Div } \mathbf{l} = \frac{1}{c}\,\mathbf{i}, \tag{3.11}$$

unde Div şi Rot reprezintă divergenţa, respectiv rotorul unui cuadritensor în spaţiul pseudoeuclidian $\mathcal{E}^4$.

T 3.2. Între cuadritensorul cîmp electromagnetic **l**, densitatea de cuadricurent **i** şi densitatea de cuadriforţă **k** există relaţia

$$k_\alpha = l_{\alpha\beta} i_\beta \text{ sau } \mathbf{k} = \mathbf{li}. \tag{4.12}$$

T 3.3. Între densitatea de cuadriforţă **k** şi cuadritensorul energie — impuls **m** există relaţia

$$k_\alpha = -m_{\alpha\beta,\beta} \text{ sau } \mathbf{k} = -\text{Div}\,\mathbf{m} \tag{3.13}$$

sau

$$\mathbf{f} = -\text{div}\,\mathbf{t} - \dot{\mathbf{g}}, \quad p = -\text{div}\,\mathbf{s} - \dot{w}. \tag{3.13'}$$

Obs. 3.4. Astăzi este mai logic să se postuleze iniţial că în cadrul MIE cîmpul e.m.mi. φ este reprezentat de un cîmp cuadritensorial $\mathbf{l} : \mathbf{l} \mathrel{\widehat{=}} \varphi$, deoarece se constată că descompunerea cîmpului într-o componentă electrică şi una magnetică, ca şi despicarea spaţiu-timpului, deci a universului minkowskian $\mathcal{V}^4$ al evenimentelor, într-o componentă spaţială şi una temporală, sînt dependente de reperul utilizat pentru efectuarea acestor „proiecţii".

Obs. 3.5. Dacă adoptăm acest punct de vedere, **l**, **i** şi **k** devin concepte primare, **e**, **b**, γ şi **f** concepte definite, teorema *T* 3.1 ia locul axiomei *MIE* 2, iar această axiomă devine teoremă.

Obs. 3.6. Calea urmată de noi este specifică perioadei preeinsteiniene a fizicii, pe cînd cea schiţată mai sus este caracteristică perioadei posteinsteiniene a fizicii. Primul drum este cel al lui Lorentz din 1892, al doilea este drumul lui Minkowski din 1907.

Obs. 3.7. Accentuăm faptul că relaţiile (3.13') reprezintă legea de bilanţ al impulsului, respectiv al energiei cîmpului e.m.mi. În cadrul *MIE* aceste legi sînt *consecinţe* ale axiomelor şi definiţiilor admise. Asupra interpretării acestor relaţii vom mai reveni. Marea dificultate care stă în calea elaborării electrodinamicii macroscopice, după cum se va vedea, constă în primul rînd în găsirea acelor legi care înlocuiesc în macroelectromagnetism relaţiile de bilanţ (3.13), obţinute în *MIE* drept consecinţe logice ale premizelor adoptate. Vom prezenta în paragraful 5 cîteva păreri extrem de contradictorii în legătură cu această problemă încă nerezolvată, în ciuda eforturilor depuse de numeroşi matematicieni, mecanicieni şi fizicieni de-a lungul ultimilor o sută de ani pentru soluţionarea sa.

4. MACROELECTROMAGNETISM

Macroelectromagnetsmul poate fi construit pe două căi : una directă, macrofizică şi una indirectă, microfizică. Ambele modalităţi au de a face cu perechi cîmp — corp şi se referă la mulţimea $\mathcal{C} \times \Sigma$. Dar în timp ce

prima cale are în vedere sisteme compuse $\varphi \dot{\times} \sigma$, cea de a doua construieşte fiecare produs fizic $\varphi \dot{\times} \sigma$ cu ajutorul unei medieri statistice efectuată pe volume infinit mici din punct de vedere fizic folosind în acest scop un număr uriaş de sume fizice $\varphi \dot{+} \sigma$. Prima metodă oferă o teorie „de cutie neagră" care nu explică în ce mod apar anumite proprietăţi ca de exemplu curentul, polarizarea sau magnetizarea, în timp ce a doua metodă furnizează o teorie „reprezentaţională" care încearcă să furnizeze explicaţii pentru proprietăţile macroscopic observabile.

Vom urma calea directă, macrofizică şi vom prezenta *MAE* în formă cuadritensorială.

BAZA DE PRIMITIVE

M^3, T, R, $\{\mathbf{X}\}$ şi c sînt preluate din *MIE*.

$\mathcal{C}$ — mulţimea cîmpurilor electromagnetice macroscopice φ;

Σ — mulţimea corpurilor încărcate electric, conductoare de curent, polarizabile, magnetizabile şi deformabile σ; π: elementele lui σ, numite particule;

B — mulţimea varietăţilor tridimensionale b, reprezentînd corpurile σ; β: elementele lui b, numite puncte şi reprezentînd particulele π;

$\{\mathbf{I}\}$ — o mulţime de cîmpuri cuadrivectoriale reprezentînd densitatea de cuadricurent;

$\{\mathbf{L}\}$ — o mulţime de cîmpuri cuadritensoriale reprezentînd intensitatea cîmpului electromagnetic macroscopic;

$\{\mathcal{G}\}$ — o mulţime de cîmpuri cuadritensoriale reprezentînd inducţia cîmpului electromagnetic macroscopic;

$\{\mathbf{K}\}$ — o mulţime de cîmpuri cuadrivectoriale reprezentînd densitatea de cuadriforţă a cîmpului electromagnetic macroscopic;

$\{\mathfrak{M}\}$ — o mulţime de cîmpuri cuadritensoriale reprezentînd tensorul energie — impuls al cîmpului electromagnetic macroscopic;

$\{\mathcal{T}\}$ — o mulţime de cîmpuri cuadritensoriale reprezentînd tensorul energie-impuls al corpului

$\{\chi\}$ — o mulţime de cîmpuri cuadritensoriale, reprezentînd proprietăţi electromecanice.

AXIOME

Grupul 1 de axiome: *Caracterizarea primitivelor specifice*

MAE 1.1. (*a*) $\mathcal{C}$ este o mulţime nevidă. (*b*) Orice $\varphi \in \mathcal{C}$ este un cîmp electromagnetic macroscopic (e.m.ma.).

MAE 1.2. (*a*) Σ este o mulţime nevidă. (*b*) Orice $\sigma \in \Sigma$ este un corp încărcat electric, conductor de curent, polarizabil, magnetizabil şi deformabil.

MAE 1.3. (*a*) B este o familie nevidă de mulţimi. (*b*) Orice $b \in B$ este o varietate diferenţială tridimensională simplă, de clasă C^2. (*c*) Pentru orice $\sigma \in \Sigma$ există un $b \in B$ aşa încît relaţia de referire $b \mathrel{\widehat{=}} \sigma$ are loc punctual.

MAE 1.4. (*a*) $\{\mathbf{I}\}$ este o funcţie nevidă de cîmpuri. (*b*) Orice $\mathbf{I} \in \{\mathbf{I}\}$ este o funcţie definită pe $B \times M^3 \times T$ cu valori în mulţimea cuadrivectorilor de tip Minkowski. (*c*) Dacă $b = \sigma$, atunci $\mathbf{I}(b, \mathbf{x}, t)$ reprezintă densitatea de cuadricurent în corpul σ, în locul $\mathbf{x}$, la momentul t.

MAE 1.5. (*a*) $\{\mathbf{L}\}$ este o familie nevidă de cîmpuri. (*b*) Orice $\mathbf{L} \in \{\mathbf{L}\}$ este o funcţie definită pe $\mathcal{C} \times M^3 \times T$ cu valori în mulţimea cuadritensorilor de ordinul doi, antisimetrici, de tip Minkovski. (*c*) $L(\varphi, \mathbf{x}, t)$ reprezintă intensitatea cîmpului φ în locul x la momentul t.

MAE 1.6. (*a*) $\{\mathcal{G}\}$ este o familie nevidă de cîmpuri. (*c*) Orice $\mathcal{G} \in \{\mathcal{G}\}$ este o funcţie definită pe $\Sigma \times \mathcal{C} \times M^3 \times T$ cu valori în mulţimea cuadritensorilor de ordinul doi, antisimetric, de tip Minkowski. (*c*) $\mathcal{G}(\sigma, \varphi, \mathbf{x}, t)$ reprezintă inducţia cîmpului φ care interacţionează cu corpul σ, în locul $\mathbf{x}$ la momentul t.

MAE 1.7. Pentru orice $\sigma \in \Sigma$ şi pentru orice $\varphi \in \mathcal{C}$ există un $\mathbf{L} \in \{\mathbf{L}\}$ şi un $\mathcal{G} \in \{\mathcal{G}\}$ aşa încît perechea ordonată $(\mathbf{L}, \mathcal{G})$ reprezintă cîmpul φ în interacţiune cu corpul σ : $(\mathbf{L}, \mathcal{G}) \mathrel{\widehat{=}} \varphi \times \sigma$.

MAE 1.8. (*a*) $\{\mathbf{K}\}$ este o familie nevidă de cîmpuri. (*b*) Orice $\mathbf{K} \in \{\mathbf{K}\}$ este o funcţie definită pe $\Sigma \times \mathcal{C} \times M^3 \times T$ cu valori în mulţimea cuadrivectorilor de tip Minkowski. (*c*) $\mathbf{K}(\sigma, \varphi, \mathbf{x}, t)$ reprezintă, în locul $\mathbf{x}$, la momentul t, acţiunea dinamică (ponderomotoare) şi termodinamică (energetică) a cîmpului φ asupra corpului σ cu care se află în interacţiune electrotermomecanică.

MAE 1.9. (*a*) $\{\mathfrak{M}\}$ este o familie nevidă de cîmpuri. (*b*) Orice $\mathfrak{M} \in \{\mathfrak{M}\}$ este o funcţie definită pe $\Sigma \times \mathcal{C} \times M^3 \times T$ cu valori în mulţimea cuadritensorilor de ordinul doi de tip Minkowski. (*c*) $\mathfrak{M}(\sigma, \varphi, \mathbf{x}, t)$ reprezintă, în locul $\mathbf{x}$, la momentul t, proprietăţile dinamice (impuls, flux de impuls) şi termodinamice (energie, flux de energie) ale cîmpului φ aflat în interacţiune electrotermomecanică cu corpul σ.

MAE 1.10. (*a*) $\{\mathfrak{T}\}$ este o familie nevidă de cîmpuri. (*b*) Orice $\mathfrak{T} \in \{\mathfrak{T}\}$ este o funcţie definită pe $\Sigma \times M^3 \times T$ cu valori în mulţimea cuadritensorilor de ordinul doi de tip Minkowski. (*c*) $\mathfrak{T}(\sigma, \mathbf{x}, t)$ reprezintă, în locul $\mathbf{x}$, la momentul t, proprietăţile dinamice (impuls, flux de impuls) şi termodinamice (energie, flux de energie) ale corpului σ aflat în interacţiune electrotermomecanică cu cîmpul φ.

MAE 1.11. (*a*) $\{\mathbf{X}\}$ este o familie nevidă de cîmpuri. (*b*) Orice $\mathbf{X} \in \{\mathbf{X}\}$ este o funcţie definită pe Σ cu valori în mulţimea cuadritensorilor de ordinul patru, de tip Minkowski. (c) $\mathbf{X}(\sigma)$ reprezintă proprietăţile electromecanice ale corpului σ aflat în interacţiune electrotermomecanică cu cîmpul φ.

Grupul 2 de axiome : Ecuaţiile de cîmp

MAE 2. Pentru orice punct (loc) $\mathbf{x} \in M^3$ şi pentru orice timp (moment) $t \in T$, deci oricare ar fi evenimentul caracterizat de coordona-

tele minkowskiene x_α, pentru orice cîmp $\varphi \in \mathcal{C}$ şi pentru orice corp $\sigma \in \Sigma$, există un reper $r \in R$ aşa încît

$$L_{\alpha\beta,\gamma} + L_{\beta\gamma,\alpha} + L_{\gamma\alpha,\beta} = 0, \quad \mathcal{G}_{\alpha\beta,\beta} = \frac{1}{c} I_\beta \tag{4.1}$$

sau

$$\text{Rot } \mathbf{L} = \mathbf{0}, \text{ Div } \mathcal{G} = \frac{1}{c} \mathbf{I}. \tag{4.2}$$

Df. 4.1. Orice reper $r \in R$ în raport cu care axiomele *MAE* (1.1) — (2) sînt valabile se numeşte reper inerţial.

Grupul 3 de axiome : Legea cuadriforţei

MAE 3. $\forall\, \mathbf{x} \in M^3$, $t \in T$, $\varphi \in \mathcal{C}$, $\sigma \in \Sigma$, în orice reper inerţial $r \in R$ are loc relaţia

$$\mathbf{K}_\alpha = -\mathfrak{M}_{\alpha\beta,\beta} \text{ sau } \mathbf{K} = -\text{Div } \mathfrak{M}. \tag{4.3}$$

Grupul 4 de axiome : Legea mişcării

MAE 4. $\forall\, \mathbf{x} \in M^3$, $t \in T$, $\varphi \in \mathcal{C}$, $\sigma \in \Sigma$ în orice reper inerţial $r \in R$ are loc relaţia :

$$\mathcal{T}_{\alpha\beta,\beta} = K_\alpha \text{ sau } \text{Div } \mathcal{T} = \mathbf{K}. \tag{4.4}$$

Grupul 5 de axiome : Legea constitutivă pentru cîmp

MAE 5. $\forall\, \mathbf{x} \in M^3$, $t \in T$, $\varphi \in \mathcal{C}$, $\sigma \in \Sigma$, în orice reper inerţial $r \in R$ are loc relaţia

$$\mathcal{G}_{\alpha\beta} = \chi_{\alpha\beta\gamma\delta} L_{\gamma\delta}. \tag{4.5}$$

CONCEPTE DEFINITE

Df. 4.2. *Densitatea de curent* **J** *şi densitatea de sarcină* ρ.

$$\mathbf{I} = (I_\alpha) = (\mathbf{J}, ic\rho), \tag{4.6}$$

Df. 4.3. *Intensitatea electrică* **E** *şi intensitatea magnetică* **B** a cîmpului φ într-un reper inerţial r :

$$\mathbf{L} = (L_{\alpha\beta}) \equiv \begin{pmatrix} 0 & B_3 & -B_2 & -iE_1 \\ -B_3 & 0 & B_1 & -iE_2 \\ B_2 & -B_1 & 0 & -iE_3 \\ iE_1 & iE_2 & iE_3 & 0 \end{pmatrix}. \tag{4.7}$$

Df. 4.4. *Inducția electrică* **D** *și inducția magnetică* **H** a cîmpului φ într-un reper inerțial r:

$$\mathcal{G} = (\mathcal{G}_{\alpha\beta}) \equiv \begin{pmatrix} 0 & H_3 & -H_2 & -iD_1 \\ -H_3 & 0 & H_1 & -iD_2 \\ H_2 & -H_1 & 0 & -iD_3 \\ iD_1 & iD_2 & iD_3 & 0 \end{pmatrix}. \tag{4.8}$$

Df. 4.5. *Cuadritensorul de polarizare* **Π** al cîmpului φ și *vectorul de polarizare* **P** și *pseudovectorul de magnetizare* **M** al cîmpului φ într-un reper inerțial r:

$$\Pi = \mathcal{G} - \mathbf{L}, \quad \mathbf{P} = \mathbf{D} - \mathbf{E}, \quad \mathbf{M} = \mathbf{B} - \mathbf{H}. \tag{4.9}$$

Df. 4.6. *Densitatea de forță ponderomotoare* **F**, *densitatea de putere mecanică* P *și densitatea de putere calorică* **Q** a cîmpului φ într-un reper inerțial r:

$$\mathbf{K} = (K_\alpha) \equiv \left(\mathbf{F}, i\frac{1}{c}P + i\frac{1}{c}Q\right), \quad P \equiv \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}. \tag{4.10}$$

Df. 4.7. *Densitatea de energie* W, *fluxul de energie* **S** (vectorul lui Poynting), *densitatea de impuls* **G** *și fluxul de impuls sau tensiunea* **T** (tensorul lui Maxwell) a cîmpului φ într-un reper inerțial r:

$$\mathfrak{M} = (\mathfrak{M}_{\alpha\beta}) \equiv \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{T} & ic\mathbf{G} \\ \hline i\frac{1}{c}\mathbf{S} & -W \end{array}\right). \tag{4.11}$$

Df. 4.8. *Densitatea de energie* **Φ**, *fluxul de energie* **Λ**, *densitatea de impuls* **Γ** *și fluxul de impuls sau tensiunea* **Θ** a corpului σ într-un reper inerțial r:

$$\mathcal{T} = (\mathcal{T}_{\alpha\beta}) \equiv \left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{\Theta} & ic\boldsymbol{\Gamma} \\ \hline i\frac{1}{c}\boldsymbol{\Lambda} & -\Phi \end{array}\right). \tag{4.12}$$

Df. 4.9. *Cuadritensorul energie — impuls total* $\mathfrak{N}$ al sistemului cîmp — corp $\varphi \times \sigma$:

$$\mathfrak{N} = \mathcal{T} + \mathfrak{M}. \tag{4.13}$$

TEOREME

T 4.1. În orice reper inerțial sistemul minkowskian (4.1) poate fi scris în următoarea formă maxwelliană:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\dot{\mathbf{B}}, \qquad \operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \tag{4.14}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\dot{\mathbf{D}} + \frac{1}{c}\mathbf{J}, \quad \operatorname{div}\mathbf{D} = \rho. \tag{4.15}$$

T. 4.2. În orice reper inerțial legea de bilanț al impulsului **G** al cîmpului și legea de bilanț al energiei W a cîmpului pot fi scrise astfel :

$$\mathbf{F} = -\operatorname{div}\mathbf{T} - \dot{\mathbf{G}}, \quad P+Q = -\operatorname{div}\mathbf{S} - \dot{W}. \tag{4.16}$$

T 4.3. În orice reper inerțial îegea de bilanț al impulsului **Γ** al corpului și legea de bilanț al energiei Φ a corpului pot fi scrise astfel :

$$\dot{\mathbf{\Gamma}} + \operatorname{div}\mathbf{\Theta} = \mathbf{F}, \quad \dot{\Phi} + \operatorname{div}\mathbf{\Lambda} = P + Q. \tag{4.17}$$

T 4.4. În orice reper inerțial legea de conservare a impulsului total și a energiei totale a sistemului cîmp-corp pot fi scrise în următoarea formă cuadritensorială :

$$\mathfrak{M}_{\alpha\beta,\beta} = 0 \text{ sau } \operatorname{Div}\mathfrak{M} = 0. \tag{4.18}$$

Obs. 4.1. Descompunerea intensității de cîmp într-o componentă electrică și una magnetică, ca și descompunerea inducției de cîmp într-o componentă electrică și una magnetică sînt relative, dependente de reperul inerțial utilizat pentru realizarea acestei „despicări". Aceeași proprietate are și operația de descompunere a densității de cuadriforță într-o componentă ponderomotoare și una energetică. Este de asemenea evident că acest caracter relativ este specific și componentelor cuadritensorului energie-impuls al cîmpului, respectiv al corpului.

Obs. 4.2. Teoria cîmpului electromagnetic macroscopic aflat în interacțiune cu un corp încărcat electric, conductor de curent, polarizabil, magnetizabil și deformabil poate fi prezentată și într-o formă în care „despicarea" este exprimată explicit de la început. Dacă adoptăm acest punct de vedere ρ, **J**, **E** **B**, **D**, **H**, **F**, Q, **T**, **G**, **S**, W, **Θ**, **Γ**, **Λ**, Φ, devin concepte primare, **I**, **L**, $\mathcal{G}$, **K**, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{T}$, concepte definite, teoremele *T*4.1—*T*.4.3 se transformă în axiome, iar axiomele *MAI* 2—4 devin teoreme.

Obs. 4.3. Calea urmată de noi este specifică perioadei de după anii 1905—1908, în timp ce cea schițată mai sus este caracteristică perioadei dinaintea acestor ani. Primul drum este cel al lui Faraday, Maxwell, Hertz, cel de-al doilea este drumul lui Einstein și Minkowski.

Obs. 4.4. Deosebirea între *MIE* și *MAE* este reflectată în primul rînd prin apariția densității curentului electric **J**, independent apriori de densitatea de sarcină electrică ρ și prin apariția inducției $\mathcal{G}$, care, de asemenea, este apriori independentă de intensitatea **L**. Modul în care prezența corpului afectează proprietățile cîmpului este reflectat în esență prin apariția cuadripolarizației **Π**, care leagă într-o unitate indestructibilă cele două subsisteme : cîmpul și corpul.

Obs. 4.5. Deosebirea între *MIE* și *MAE* este reflectată în al doilea rînd prin faptul că în timp ce legea de bilanț al impulsului, respectiv al energiei cîmpului e.m.mi. în cadrul *MIE* reprezintă teoreme

deci consecinţe logice ale axiomelor şi definiţiilor admise, în cadrul *MAE* legea cuadriforţei, care este o sinteză relativistă a legii de bilanţ al impulsului şi al energiei cîmpului e.m.ma. este introdusă axiomatic. În plus, în timp ce în cadrul *MIE*, densitatea de energie, fluxul de energie, densitatea de impuls şi fluxul de impuls sînt date explicit în funcţie de componenta electrică şi magnetică a cîmpului, în cadrul *MAE*, cel puţin în stadiul actual al dezvoltării acestei teorii, astfel de expresii unanim acceptate, lipsesc cu desăvîrşire. Tocmai depăşirea acestui impas reprezintă scopul final al acestei cercetări, care, cum este şi natural, trebuie să înceapă cu analiza critică a rezultatelor obţinute în această direcţie.

Obs. 4.6. Relaţia constitutivă (4.5), care în cazul cel mai simplu imaginabil, în reperul propriu al particulei, capătă forma

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B}, \tag{4.19}$$

ε şi μ fiind două constante specifice corpului, arată explicit modul în care mediul material alterează cîmpul cu care se află în interacţiune. Este limpede că ecuaţia constitutivă postulată este în general nesatisfăcătoare, deoarece nu poate ţine seama de efectele neliniare, de influenţa istoriei cîmpului asupra comportării sale actuale, de neomogenitatea corpului, de efectele de histerezis, de influenţa polarizării şi magnetizării permanente etc. Este deci evident că la ora actuală lipseşte o teorie generală a relaţiilor constitutive, capabilă să reflecte satisfăcător fenomenul complex al interacţiunii electrotermomecanice.

Ne oprim aici cu critica extrem de sumară a teoriei *MAI* expusă axiomatic şi trecem la prezentarea unor păreri extrem de contradictorii, care privesc interpretarea macroelectromagnetismului, relaţia sa cu microelectromagnetismul şi modalităţile în care trebuie să se elaboreze o macroelectrodinamică satisfăcătoare teoretic şi testabilă experimental. Se va vedea astfel, că în ciuda eforturilor depuse în ultimii 100 de ani, situaţia este într-adevăr nemulţumitoare. În această primă etapă ne mulţumim cu simpla expunere a părerilor, fără efectuarea unei analize critice a afirmaţiilor care vor fi menţionate.

Primită la redacţie la 12 martie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. A. Timotin, *Asupra cuadritensorului energie-impuls macroscopic al cîmpului electromagnetic în medii cu proprietăţi de material arbitrare*, St. cerc. energ. electr., 14, 745–772, 1964.
2. P. Penfield, H. A. Haus, *Electrodynamics of moving media*, Research monograph, No. 40 The M. I. T. Press, Cambridge, Massachusets, 1967.

3. M. Bunge, *Foundations of physics*, Springer Tracts in Natural Philosophy, vol. 10, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1967.
4. I. E. Tamm, *Osnovî teorii electricestva*, Izd. cetvertoe, GITTL, Moskva, Leningrad, 1949; Izd. metal. GITTL, Moskva, 1954.
5. A. Timotin, *Proprietăți dinamice ale cîmpului electromagnetic macroscopic, în medii oarecare*, Lucrare de dizertație, Inst. Politehnic București, 1957.
6. R. M. Fano, L. J. Chu, R. B. Adler, *Electromagnetic fields, energy and forces*, John Wiley Sons Ins., New York, London, 1960.
7. C. Truesdell, R. Toppin, *The classical field theories*, Handbuch der Physik, III/2, Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1960.
8. R. P. Feynman, *Lectures on physics, Mainly electromagnetism and matter*, vol. II, Addison-Wesley, Massachusetts, 1963.
9. R. C. Dixon, A. C. Eringen, *A dynamical theory of polar elastic dielectrics*, I, II, Int. J. Engng. Sci, **3**, 359–377, 379–398, 1965.
10. W. F. Brown, *Magnetoelastic interactions*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1966.
11. Y. H. Pao, *Electromagnetic forces in deformable moving media*, Letters Appl. Engng.Sci., **4**, 75–83, 1976.

STUDII

UN PROCEDEU DE APROXIMARE A COMPORTĂRII UNUI CORP ELASTIC NELINIAR

de D. BRATOSIN
Centrul de mecanică a solidelor, București

Lucrarea prezintă un procedeu incremental de calcul al stărilor de tensiune și de deformație din corpurile elastic neliniare prin suprapuneri secvențiale de stări infinitezimale rezolvate cu ajutorul metodei elementelor finite.

1. INTRODUCERE

Această lucrare prezintă un procedeu incremental de calcul al stării de tensiune și de deformație din corpurile elastic neliniare, procedeu bazat pe utilizarea a două metode și anume metoda suprapunerii unor deformații infinitezimale peste deformații finite și metoda elementelor finite.

Introdusă în 1829 de Cauchy și neutilizată un timp, metoda suprapunerii unor deformații infinitezimale peste deformații finite a făcut obiectul a numeroase lucrări, dintre care cităm [2], [4], [5], și [6]. Însă, datorită dificultăților matematice, soluțiile analitice obținute pînă în prezent nu sînt numeroase, iar cele existente presupun condiții la limită foarte simple, rar întîlnite în cazurile practice.

Metoda elementelor finite și-a dovedit pe deplin eficacitatea în calculul stărilor de tensiune și de deformație din corpurile elastic liniare cu condiții la limită complexe, fiind la ora actuală o metodă aproape uzuală în practica curentă.

În domeniul problemelor neliniare au fost efectuate extinderi ale metodei elementelor finite bazate pe principiul suprapunerii efectelor, aplicabile în special unor corpuri cu legi constitutive neliniare dar cu deformații mici sau aplicabile în cazul deformațiilor mari din corpurile cu legi constitutive liniare. O succintă prezentare a acestor metode este dată în monografia lui Zienkiewicz [7].

Procedeul prezentat în această lucrare îmbină avantajele ambelor metode, calculînd stările infinitezimale cu metoda elementelor finite și sumîndu-le, apoi, cu metoda suprapunerii unor deformații infinitezimale peste deformații finite. Se creează astfel, posibilitatea utilizării în domeniul neliniar, cu un efort minim de adaptare, a stocului existent de programe bazate pe metoda elementelor finite în formularea sa clasică elastic liniară.

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 1, 1978, P. 17–22

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

2. CONSIDERAȚII GENERALE

Fie un corp elastic neliniar atît prin forma ecuației sale constitutive (neliniaritate fizică), cît și datorită deformațiilor mari care apar ca răspuns la solicitările exterioare (neliniaritate geometrică).

Considerăm că începînd cu un moment dat t_0 se aplică într-o manieră secvențială sarcinile incrementale P_k, astfel ca în momentul final

$$t_n = t_0 + \sum_{k}^{1,n} (t_k - t_{k-1}) \tag{2.1}$$

să se obțină sarcina totală

$$\mathbf{P} = \sum_{k}^{1,n} P_k. \tag{2.2}$$

Numărul treptelor incrementale, n, poate fi astfel ales încît stările de tensiune și de deformație produse de fiecare sarcină incrementală să fie stări infinitezimale, stări care pot fi direct calculate cu ajutorul metodei elementelor finite. Însă, aceste stări infinitezimale apar în condițiile existenței unor tensiuni și deformații, fapt care influențează comportarea materialului pe parcursul unei trepte incrementale și implicit, modul cum stările de tensiune și de deformație provocate de sarcinile incrementale se suprapun peste stările existente în configurațiile lor de referință.

Este evident că un astfel de proces va reprezenta la limită comportarea neliniară, iar prin alegerea judicioasă a numărului de trepte incrementale se poate obține gradul de aproximație dorit.

3. STAREA DE TENSIUNE ȘI DE DEFORMAȚIE A UNEI TREPTE CURENTE

Sarcina incrementală curentă P_k va deplasa o particulă materială din poziția sa $\mathbf{x}_{(k)}$ din configurația de referință a treptei (k) în poziția $\mathbf{x}_{(k+1)}$ din configurația următoare $(k+1)$ (fig. 1). Gradientul acestei deplasări,

$$\mathbf{H} = \operatorname{grad} \mathbf{u}_{(k,\,k+1)} = \partial \mathbf{u}_{(k,\,k+1)} / \partial \mathbf{x}_{(k)}, \tag{3.1}$$

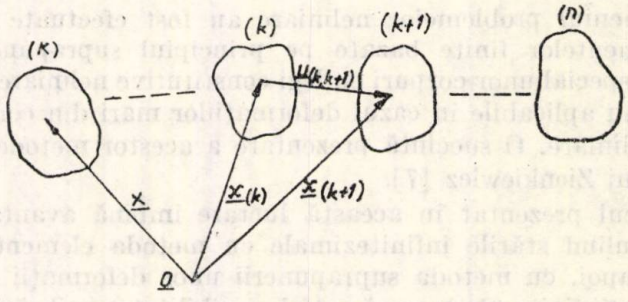


Fig. 1

va fi infinitezimal, astfel încît toți termenii care conțin pe $\mathbf{H}$ la puteri mai mari ca unu pot fi neglijați, cu acceptarea unei erori $0(\varepsilon^2)$, unde $\varepsilon = \sup|\mathbf{H}|$.

Starea de deformație produsă de sarcina incrementală poate fi caracterizată de tensorii deformației și rotației infinitezimale :

$$\tilde{\mathbf{E}} = (\mathbf{H} + \mathbf{H}^T)/2\text{-},$$
$$\tilde{\mathbf{R}} = (\mathbf{H} - \mathbf{H}^T)/2, \tag{3.2}$$

iar tensiunile $\tilde{\mathbf{T}}$ apărute în cadrul treptei vor fi legate de aceste deformații prin ecuația constitutivă liniară :

$$\tilde{T}_{kl} = \mathscr{L}_{klpq}\tilde{E}_{pq}, \tag{3.3}$$

ecuație a cărei formă va fi explicitată mai departe.

Introducînd aceste relații în algoritmul de calcul al metodei elementelor finite, putem obține valorile deplasărilor **u** și ale tensorilor stării de tensiune și deformație a treptei : $\tilde{\mathbf{T}}$, $\tilde{\mathbf{E}}$ și $\tilde{\mathbf{R}}$.

4. SUPRAPUNEREA STĂRILOR DE DEFORMAȚIE

Starea de deformație existentă în configurația $(k+1)$ este caracterizată de tensorul deformației neliniare [3] :

$$\mathbf{E} = (\mathbf{F}^T\mathbf{F} - 1)/2, \tag{4.1}$$

unde **F** este gradientul deformației datorate deplasării particulei materiale din poziția sa **X** avută în configurația inițială pînă în poziția $\mathbf{x}_{(k+1)}$, din configurația $(k+1)$:

$$\mathbf{F} = \partial\mathbf{x}_{(k+1)}/\partial\mathbf{X}. \tag{4.2}$$

Deoarece

$$\mathbf{x}_{(k+1)} = \mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{u}_{(k,\,k+1)}, \tag{4.3}$$

din (3.2) rezultă

$$\mathbf{F} = (\mathbf{1} + \mathbf{H})\mathbf{F}^0, \tag{4.4}$$

relație care leagă **F**, gradientul deformației din configurația $(k+1)$, de $\mathbf{F}^0$, gradientul deformației din configurația anterioară (k).

Cum pentru configurația inițială $\mathbf{F}^0 = \mathbf{1}$, gradientul deformației neliniare poate fi calculat efectiv la fiecare treaptă, **H** fiind furnizat de calculul treptei.

Introducînd (3.4) în (3.1) și neglijînd termenii superiori în **H**, rezultă

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 + \mathbf{F}_0^T\tilde{\mathbf{E}}\mathbf{F}^0, \tag{4.5}$$

relație care indică modul de suprapunere a stării de deformație a treptei curente $\tilde{\mathbf{E}}$ peste deformația $\mathbf{E}^0$ existentă în configurația de referință a treptei.

În cadrul de valabilitate al ipotezei „micilor deformații" pot fi neglijați și termenii superiori în $\mathbf{H}^0$, iar (3.5) se reduce la

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 + \tilde{\mathbf{E}}, \tag{4.6}$$

relație conformă principiului clasic al suprapunerii efectelor.

5. SUPRAPUNEREA STĂRILOR DE TENSIUNE

Considerăm ecuația constitutivă a materialelor elastic neliniare în forma

$$\Pi_{kl} = \frac{\partial w(\mathbf{E})}{\partial E_{kl}}, \tag{5.1}$$

unde Π este cel de-al doilea tensor Piola-Kirchhoff al tensiunii (tensor care raportează tensiunile din configurația curentă la elementul orientat de arie din configurația naturală, configurație în care corpul este lipsit de tensiuni și deformații), iar w este densitatea energiei de deformație pe unitatea de volum pe care corpul a avut-o în configurația naturală [3].

Admitem că w poate fi dezvoltată în serie Mac-Laurin, după puterile lui $\mathbf{E}$:

$$w(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} B_{klmn} E_{kl} E_{mn} + \frac{1}{6} C_{klmnrs} E_{kl} E_{mn} E_{rs} + \tag{5.2}$$

$$+ \frac{1}{24} D_{klmnrstv} E_{kl} E_{mn} E_{rs} E_{tv} + \ldots,$$

dezvoltare în care componentele

$$B_{klmn}(\mathbf{E}) = \left.\frac{\partial^2 w(\mathbf{E})}{\partial E_{kl} \partial E_{mn}}\right|_{\mathbf{E}=\mathbf{0}},$$

$$C_{klmnrs}(\mathbf{E}) = \left.\frac{\partial^3 w(\mathbf{E})}{\partial E_{kl} \partial E_{mn} \partial E_{rs}}\right|_{\mathbf{E}=\mathbf{0}}, \tag{5.3}$$

$$D_{klmnrstv}(\mathbf{E}) = \left.\frac{\partial^4 w(\mathbf{E})}{\partial E_{kl} \partial E_{mn} \partial E_{rs} \partial E_{tv}}\right|_{\mathbf{E}=\mathbf{0}},$$

. . . . . .

sînt constantele elastice de ordinele 2, 3, 4 ... ale materialului.

Ținînd cont de (5.2), ecuația (5.1) poate fi pusă în forma

$$\Pi_{kl} = c_{klmn}(\mathbf{E})\, E_{mn}, \tag{5.4}$$

unde

$$c_{klmn}(\mathbf{E}) = B_{klmn} + \frac{1}{2} C_{klmnrs} E_{rs} + \frac{1}{6} D_{klmnrstv} E_{rs} E_{tv} + \ldots \tag{5.5}$$

Pentru a pune în evidenţă tensiunile $\tilde{\mathbf{T}}$ produse de treapta incrementală şi modul lor de suprapunere peste tensiunile $\mathbf{T}^0$ existente în configuraţia de referinţă a treptei, introducem în (5.4) expresia (4.5) a tensorului deformaţiei neliniare.

Obţinem astfel, relaţia de aparenţă sumare :

$$\Pi = \Pi^0 + \tilde{\Pi}, \tag{5.6}$$

dar în care

$$\Pi^0_{kl} = c_{klmn}(\mathbf{E}^0)E^0_{mn},$$

$$\tilde{\Pi}_{kl} = c_{klmn}(\mathbf{E}^0)\, F^0_{pm}\, \tilde{E}_{pq} F^0_{qn}, \tag{5.7}$$

iar

$$c_{klmn}(\mathbf{E}^0) = B_{klmn} + \frac{1}{2} C_{klmnrs}E^0_{rs} + \frac{1}{6} D_{klmnrstv}E^0_{rs}E^0_{tv} + \ldots . \tag{5.8}$$

Suprapunerea tensiunilor exprimate în tensori Cauchy o putem obţine cu ajutorul relaţiei de legătură dintre tensorul Cauchy şi cel de-al doilea tensor Piola-Kirchhoff :

$$\mathbf{T} = j\,\mathbf{F}\,\Pi\,\mathbf{F}^T, \tag{5.9}$$

unde

$$j = |\det \mathbf{F}^{-1}|. \tag{5.10}$$

Mai întîi introducem în (4.10) expresia (3.4) a gradientului deformaţiei $\mathbf{F}$:

$$j = |\det\{(\mathbf{1} + \mathbf{H})\mathbf{F}^0\}^{-1}|$$

şi cum $\det(\mathbf{1} + \mathbf{H})^{-1} = 1 - \operatorname{tr}\mathbf{H} + 0(\varepsilon^2)$, obţinem

$$j = j_0(1 - \operatorname{tr}\mathbf{H}), \tag{5.11}$$

unde $j_0 = |\det \mathbf{F}_0^{-1}|$. Introducînd apoi (5.11), (4.4) şi (5.6) în (5.9), vom obţine tensorul Cauchy al tensiunilor din configuraţia $(k+1)$:

$$\mathbf{T} = j_0(1 - \operatorname{tr}\mathbf{H})\,(\mathbf{1} + \mathbf{H})\,\mathbf{F}^0(\Pi^0 + \tilde{\Pi})\,\mathbf{F}_0^T(\mathbf{1} + \mathbf{H})^T. \tag{5.12}$$

Efectuînd calculele şi neglijînd termenii superiori în $\mathbf{H}$, obţinem

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^0 + \mathbf{H}\mathbf{T}^0 + \mathbf{T}^0\mathbf{H}^T - (\operatorname{tr}\mathbf{H})\,\mathbf{T}^0 + \tilde{\mathbf{T}}, \tag{5.13}$$

unde

$$\mathbf{T}^0 = j_0\mathbf{F}^0\Pi^0\mathbf{F}_0^T, \tag{5.14}$$

$$\tilde{\mathbf{T}} = j_0\mathbf{F}^0\tilde{\Pi}\mathbf{F}_0^T. \tag{5.15}$$

Înlocuind în (4.12) $\tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{R}}$, obținem o nouă formă :

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^0 + \tilde{\mathbf{R}}\mathbf{T}^0 - \mathbf{T}^0\tilde{\mathbf{R}} + \tilde{\mathbf{E}}\mathbf{T}^0 + \mathbf{T}^0\tilde{\mathbf{E}} - (\operatorname{tr}\tilde{\mathbf{E}})\,\mathbf{T}^0 + \tilde{\mathbf{T}}, \tag{5.16}$$

din care reiese că principiul clasic al suprapunerii efectelor, conform căruia $\mathbf{T} = \mathbf{T}^0 + \tilde{\mathbf{T}}$, conduce atît la neglijarea efectelor rotației locale ($\tilde{\mathbf{R}}\mathbf{T}^0 - \mathbf{T}^0\tilde{\mathbf{R}}$), cît și la neglijarea influenței tensiunilor existente în configurația de referință a treptei asupra deformației materialului ($\tilde{\mathbf{E}}\mathbf{T}^0 + \mathbf{T}^0\tilde{\mathbf{E}} - (\operatorname{tr}\tilde{\mathbf{E}})\,\mathbf{T}^0$).

Ecuația (5.15) este ecuația constitutivă necesară calculului treptei și poate fi scrisă în forma (3.3) :

$$T_{kl} = L_{klpq}\tilde{E}_{pq},$$

unde

$$L_{klpq} = j_0 F^0_{kh} F^0_{lt} F^0_{pm} F^0_{qn} c_{kimn}(\mathbf{E}^0). \tag{5.17}$$

Cum la fiecare treaptă mărimile j_0, $\mathbf{F}^0$ și $\mathbf{E}^0$ sînt cunoscute, pentru ca ecuația constitutivă a treptei să fie complet determinată, este necesară obținerea experimentală a funcțiilor (5.4) sau, ceea ce este același lucru, a constantelor elastice (5.3) prin stabilirea în aparatura de laborator a unor relații de tipul ecuației (5.4) între tensiunile și deformațiile epruvetei prelevate din materialul respectiv. O astfel de determinare este propusă de autor pentru pămînturi în [1].

Primită la redacție la 10 ianuarie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. D. Bratosin, *Un model elastic neliniar pentru pămînturi*, S.C.M.A. *4*, 1977.
2. A. E. Green, W. Zerna, *Theoretical elasticity*, Clarendon Press, 1954.
3. C. Teodosiu, *Modele elastice ale defectelor cristaline*, Edit. Academiei R.S.R., 1977.
4. R. A. Toupin, B. Bernstein, *Sound waves in deformed perfectly elastic materials*, J. Acoust. Soc. Amer., **33**.
5. C. Truesdell, W. Noll, *The non-linear field theories of mechanics*, Springer — Verlag, 1965.
6. C. Truesdell, R. A. Toupin, *Static grounds for inequalities in finite elastic strain*, Arch. Rat. Mech. Anal., **12** (1963).
7. O. C. Zienkiewicz, *The finite element method in engineering Science*, Mc Graw-Hill, 1971.

MODELARE MATEMATICĂ PRIN FUNCȚII SPLINE COMPLEXE A FENOMENELOR DE FILTRAȚIE ÎN MEDII POROASE*)

de AUREL COȚIU, IOAN MORUȘCA, TEODOR POTRA,
Institutul politehnic Cluj-Napoca

Lucrarea se referă la o metodă nouă de determinare, cu ajutorul funcției spline, a unei funcții de variabilă complexă $S(z)$, care aproximează funcția $f(z)$, reprezentînd potențialul complex al mișcării de filtrație prin medii poroase. În acest scop se construiește o funcție $S(z)$ sprijinită pe un număr de valori cunoscute ale lui $f(z)$, în domeniul cercetat. Ea poate fi aplicată, îndeosebi, la cercetarea mișcării apelor subterane, atunci cînd se cunoaște nivelul piezometric în diferite puncte.

Studiul teoretic al fenomenelor de filtrație prin medii poroase se bazează pe teoriile ecuațiilor cu derivate parțiale, calculului variațional sau funcțiilor de variabilă complexă. Tratarea numerică, în care soluția aproximativă să poată fi determinată cu ajutorul calculatoarelor electronice, se sprijină mai ales pe teoria ecuațiilor cu derivate parțiale — metoda rețelelor, metoda elementului finit. Metodele numerice bazate pe teoria funcțiilor de variabilă complexă, deși mai avantajoase pentru studiul fenomenelor complexe întîlnite în lucrările inginerești, sînt mai puțin cunoscute.

În lucrarea de față se propune o metodă numerică de determinare aproximativă a potențialului complex $f(z)$ pe punctele unui domeniu D din planul complex, cu ajutorul funcțiilor spline complexe [1], precum și modul de reprezentare al acestuia, astfel încît să poată fi utilizat calculatorul electronic F.C.—256.

Metoda propusă permite modelarea matematică a fenomenelor complexe atît în domeniul filtrației prin medii poroase, cu aplicație directă în lucrările de alimentare cu apă, îmbogățiri artificiale ale straturilor acvifere, desecări, cît și în alte domenii.

Fie D un domeniu din planul complex și Γ o curbă Jordan din D. Fie, de asemenea, Δ o discretizare a lui D, definită în felul următor :

$$\Delta = \{t_0, t_1, t_2, \ldots, t_N = t_0\},$$

unde $t_j \in \Gamma$, $j = \overline{0, N}$, se numesc puncte nodale.

*) Lucrarea prezentată la cea de-a IV-a Conferință de mecanică, București, 18—20 decembrie 1975.

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 1, 1978, P. 23—32

Definim funcția spline polinomial complexă $q_\Delta(t)$;

$$q_\Delta : D \to \mathbb{C}$$

(care va interpola potențialul complex $f(z)$

$$f : D \to \mathbb{C}$$

în punctele nodale ale diviziunii Δ) în felul următor :

Fie $\mathscr{P}_n$ mulțimea polinoamelor complexe de grad cel mult n. Asociem fiecărui arc parțial $\Gamma_j \subset \Gamma$, care unește punctele nodale t_{j-1}, t_j, $j = \overline{1, N}$ un polinom P_j; $P_j \in \mathscr{P}_n$ de forma

$$P_j(t) = \sum_{k=0}^{n} a_{jk}(t - z)^k; \qquad j = \overline{1, N}, \quad t \in \Gamma_j, \tag{1}$$

z este un punct arbitrar fixat din $C(\Delta)$.

Funcția $q_\Delta(t)$ se numește funcția spline polinomial complexă dacă satisface condițiile :

(i) $q_\Delta(t) = P_j(t)$; $t \in \Gamma_j$; $j = \overline{1, N}$,

(ii) $P_{j-1}^{(\alpha)}(t_j - 1) = P_j^{(\alpha)}(t_{j-1})$; $\alpha = \overline{0, n-1}$; $j = \overline{1, N}$.

O funcție analitică care va prelungi în domeniul D, în exteriorul curbei Γ, funcția spline $q_\Delta(t)$, se obține în mod natural utilizînd integrala Cauchy.

Definim astfel funcția spline analitică

$$S_\Delta(z); \quad S_\Delta : D \to \mathbb{C}$$

prin egalitatea

$$S_\Delta(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{q_\Delta(t)}{t - z}\,dt, \tag{2}$$

unde $t \in \Gamma$; $z \in C(\Delta)$.

Analiticitatea funcției $S_\Delta(z)$ va rezulta din însăși reprezentarea sa pe care o dăm în continuare.

TEOREMA 1. *Dacă N polinoame P_j; $j = \overline{1, N}$ de forma* (1) *definesc o funcție polinomial complexă $q_\Delta(t)$; atunci*

$$\text{(A)} \qquad \sum_{j=1}^{N} (a_{jk} - a_{j-1,k}) = 0; \quad k = \overline{1, n},$$

$$\text{(B)} \qquad a_{j+1,N-\alpha} - a_{j,N-\alpha} = C_{n-\alpha}\tau_j(t_j - z)^\alpha,$$

unde $\tau_j = a_{j+1,n} - a_{jn}$; $j = \overline{1, N}$ și $\alpha = \overline{0, n}$,

$$\text{(C)} \qquad \sum_{j=1}^{N} \tau_j(t_j - z)^\alpha = 0, \quad \alpha = \overline{0, n}.$$

Observație. Condiția (C) în literatura de specialitate poartă denumirea de periodicitate a funcției spline complexe $q_\Delta(t)$.

Demonstrație

(A) Este trivială, ținînd cont că $t_0 = t_N$,

(B) fie $k = n$; din(A)

$$\sum_{j=1}^{N} \tau_j = 0.$$

Din condiția (ii) a definiției lui $q_\Delta(t)$ rezultă

$$-n\,!(a_{j+1,n} - a_{jn})\,(t_j - z) = (n-1)\,!\,(a_{j+1,n-1} - a_{j,n-1}).$$

De aici rezultă, utilizînd (A) cu $k = n - 1$,

$$\sum_{j=1}^{N} \tau_j (t_i - z) = 0.$$

Calculînd din aproape în aproape derivatele de ordin $n-2$, $n-1$, ..., α în nodurile t_j; $j = \overline{1, N}$ a polinoamelor P_{j+1} și P_j, obținem atît (B) cît și (C), unde $C_{n-\alpha}$ este o constantă independentă de j; $j = \overline{1, N}$.

TEOREMA 2. *Dacă o funcție spline polinomială complexă $q_\Delta(t)$ definește prin integrala Cauchy funcția spline analitică $S_\Delta(z)$ dată de* (2), *atunci $S_\Delta(z)$ are următoarea reprezentare:*

$$S_\Delta(z) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{j=1}^{N} P_j(z) \ln \frac{t_i - z}{t_{j-1} - z}, \tag{3}$$

unde $P_j(t)$ *este dat de* (1) și $S_\Delta(z)$ *este analitică în* $C(\Delta)$.

Demonstrație

$$S_\Delta(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_\Gamma \frac{q_\Delta(t)}{t - z}\,dt = \frac{1}{2\pi i} \sum_{j=1}^{N} \frac{P_j(t)}{t - z}\,dt =$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \sum_{j=1}^{N} \int_{\Gamma_j} \left[\sum_{k=1}^{n} a_{jk} (t-z)^{\frac{k}{t-z}} + \frac{a_{j0}}{t - z} \right] dt =$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \sum_{j=1}^{N} \left\{ \sum_{k=1}^{n} a_{jk} \frac{(t-z)^k}{k} + P_j(z) \ln(t-z) \right\} \Bigg|_{t_{j-1}}^{t_j} =$$

$$= L + \frac{1}{2\pi i} \sum_{j=1}^{N} P_j(z) \ln \frac{t_j - z}{t_{j-1} - z}.$$

Teorema este demonstrată dacă arătăm că L = 0, unde cu L am notat :

$$L = \frac{1}{2\pi i} \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{n} a_{jk} \frac{(t-z)^k}{k} \Big|_{t_{j-1}}^{t_j}.$$

Deci

$$L = \frac{1}{2\pi i} \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1}^{N} \frac{a_{jk}}{k} [(t_j - z)^k - (t_{j-1} - z)^k] =$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} a_{1k}(t_1 - z)^k - a_{1k}(t_0 - z)^k +$$

$$+ a_{2k}(t_2 - z)^k - a_{2k}(t_1 - z)^k +$$

$$+ a_{3k}(t_3 - z)^k - a_{3k}(t_2 - z)^k +$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ a_{N-1,k}(t_{N-1} - z)^k - a_{N-1,k}(t_{N-2} - z)^k +$$

$$+ a_{Nk}(t_N - z)^k - a_{Nk}(t_{N-1} - z)^k =$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \sum_{k=1}^{n} - \frac{1}{k} [a_{1k}(t_0 - z)^k + (t_1 - z)^k (a_{2k} - a_{1k}) +$$

$$+ (t_2 - z)^k (a_{3k} - a_{2k}) + (t_3 - z)^k (a_{4k} - a_{3k}) + \cdots$$

$$\cdots + (t_{N-1} - z)^k (a_{Nk} - a_{N-1,k}) + a_{Nk}(t_N - z)^k] =$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \sum_{k=1}^{n} \left[- \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{N} (a_{j+1,k} - a_{jk}) (t_j - z)^k \right].$$

Dar din teorema 1 condiția (C) și condiția (B) pentru $N - \alpha = k$ rezultă

$$\sum_{j=1}^{N} (a_{j+1,k} - a_{jk}) (t_j - z)^k = 0,$$

deci $L = 0$

Observații

1. Se observă deci că pentru $z \in C(\Delta)$, $S_\Delta(z)$ este o funcție analitică, iar pentru $z \in \overset{\circ}{\Gamma}$ din consecința teoremei lui Cauchy,

$$q_\Delta(z) = S_\Delta(z). \tag{4}$$

2. Tot din reprezentarea lui $S_\Delta(z)$, observăm că funcția spline analitică depinde numai de diviziunea Δ, fapt care va permite prelungirea lui $q_\Delta(t)$ cu ajutorul lui $S_\Delta(z)$.

3. Din modul cum a fost definită $q_\Delta(t)$ se observă că s-au introdus pentru fiecare polinom $P_j(t)$, $j = \overline{1, N}$ de grad n, $n+1$ coeficienți, deci în total $N(n+1)$ grade de libertate, dar tot din definiția lui $q_\Delta(t)$, condiția (ii) se elimină $n.N$ grade de libertate, fapt care se vede și din reprezentarea lui $S_\Delta(z)$ din teorema 2.

În concluzie, observăm că în funcția $S_\Delta(z)$ avem la dispoziție N grade de libertate, modul în care vor fi determinați coeficienții respectivi va depinde de problema pusă.

Următoarea teoremă a cărei demonstrație este dată în [2] ne dă alte două reprezentări a lui $S_\Delta(z)$.

TEOREMA 3. *Dacă $S_\Delta(z)$ este funcția spline analitică definită de* (2), *ea se poate pune sub următoarele reprezentări* :

$$\text{(I)} \qquad S_\Delta(z) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{j=1}^{N} [P_{j+1}(z) - P_j(z)] \ln (t_j - z) + P_1(z),$$

$$\text{(II)} \qquad S_\Delta(z) = \frac{1}{2\pi i} \frac{(-1)^n}{n!} \sum_{j=1}^{N} \tau_j (t_j - z)^n \ln(t_j - z) + P_1(z)$$

și

$$\text{(III)} \qquad S_\Delta^{(\alpha)}(z) = \frac{1}{2\pi i} \frac{(-1)^{n-\alpha}}{(n-\alpha)!} \sum_{j=1}^{N} \tau_j (t_j - z)^{n-\alpha} \ln (t_j - z) + P_1^{(\alpha)}(z)$$

pentru $\alpha = \overline{0, N}$,

$$\text{(IV)} \qquad S_\Delta^{(\alpha)}(z) = \frac{(\alpha - n - 1)!}{2i} \sum_{j=1}^{N} \frac{\tau_j}{(t_j - z)^{\alpha - n}}, \quad \alpha = n+1, n+2, \ldots .$$

În cele ce urmează rezultatele obținute vor depinde de o particularizare făcută asupra gradului n al polinoamelor $P_j(t)$ ce definesc pe $q_\Delta(t)$, pe care-l vom lua impar; de curba Γ pe care o luăm drept cercul unitate din planul complex și diviziunea formată de rădăcinile de ordinul N al unității.

$$\Delta = \{t_j / t_j = e^{j\frac{2\pi i}{n}}; \quad j = \overline{1, N}\}. \tag{5}$$

Menționăm că aceste particularități nu restrîng generalitatea problemei, totuși tehnicile de demonstrație sînt legate de aceste particularizări.

Reamintim de asemenea definiția diferenței divizate centrate de ordinul $n-1$ în punctul t_k, al cărei operator îl notăm cu $\triangle_{tk}^{n-1}$.

Notăm cu $\bar{n} = \dfrac{n-1}{2}$; $f(t_i) = f_j$ și

$$C_j = [(t_{k+j} - t_{k-\bar{n}})(t_{k+j} - t_{k-\bar{n}+1})(t_{k+j} - t_{k-\bar{n}+2}) \ldots (t_{k+j} - t_{k+\bar{n}})], \tag{6}$$

unde $j = -\bar{n}, -\bar{n}+1, \ldots, \bar{n}$.

Atunci

$$f[t_{k-\overline{n}}, t_{k-\overline{n}+1} \ldots, t_{k+\overline{n}}] = \sum_{j=-\overline{n}}^{\overline{n}} C_j f_{k+j} \tag{7}$$

sau

$$\triangle_{t_k}^{n-1} f = \sum_{j=-\overline{n}}^{\overline{n}} C_j f_{k+j}, \tag{7'}$$

care reprezintă diferența divizată centrată de ordinul $n-1$ în nodul t_k, care utilizează punctele

$$t_{k-\overline{n}}, \; t_{k-\overline{n}+1}, \; \ldots, t_{k+\overline{n}}.$$

PROBLEMA INTERPOLĂRII NODALE SAU MODELUL MATEMATIC PROPRIU-ZIS

Fie

$$f : D \to \mathbb{C},$$

unde D este un domeniu în planul complex și fie, de asemenea, o curbă Jordan Γ în D ce reprezintă cercul unitate, cu diviziunea Δ formată din rădăcinile de ordin N ale unității. Atunci are loc :

TEOREMA 4. *Dacă* $f \in C^n(\Gamma)$ *și* $q_\Delta(t)$ *este dat de reprezentarea*

$$q_\Delta(t) = q_\Delta(t) + q'_\Delta(t_k)(t - t_k) + \ldots + \frac{1}{(n-2)!} q_\Delta^{(n-2)}(t_k)(t - t_k) +$$

$$+ \frac{1}{(n-2)!} \int_{t_k}^{t} (t-s)^{n-2} q_\Delta^{(n-1)}(s)\, \mathrm{d}s,$$

unde drumul de integrare este un subarc parțial a lui Γ_k, *atunci*

$$\triangle_{t_k}^{n-1} q_\Delta(t) = (n-1) \sum_{j=-\overline{n}}^{\overline{n}} C_j \int_{t_k}^{t_{k+j}} (t_{k+j} - s)^{n-2} q_\Delta^{(n-1)}(s)\, \mathrm{d}s. \tag{8}$$

Demonstrație. Se observă că diferența divizată centrată de ordinul $(n-1)$ aplicată la primii $n-1$ termeni din reprezentarea lui $q_\Delta(t)$ ne dă valoarea zero, deoarece intervine valoarea $q_\Delta(t_k)$.

Deci avem

$$(n-1)!\, \triangle_{t_k}^{n-1} q_\Delta(t) = (n-1)\, \Delta_{t_k}^{n-1} \int_{t_k}^{t} (t-s)^{n-2} q_\Delta^{(n-1)}(s)\, \mathrm{d}s =$$

$$= (n-1) \sum_{j=-\overline{n}}^{\overline{n}} C_j \int_{t_k}^{t_{k+j}} (t_{k+j} - s)^{n-2} q_\Delta^{(n-1)}(s)\, \mathrm{d}s. \tag{9}$$

TEOREMA 5. *Dacă notăm*

$$A_{\alpha\beta} = \frac{1}{t_\beta - t_{\beta-1}} \left[\frac{1}{n-1} (t_\alpha - t_{\beta-1})^{n-1} (t_\beta - t_{\beta-1}) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{(n-1)\,n} (t_\alpha - t_\beta)^n - \frac{1}{(n-1)\,n} (t_\alpha - t_{\beta-1})^n \right],$$

$$B_{\alpha\beta} = \frac{1}{t_\beta - t_{\beta-1}} \left[\frac{-1}{n-1} (t_\alpha - t_\beta)^{n-1} (t_\beta - t_{\beta-1}) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{(n-1)\,n} (t_\alpha - t_\beta)^n + \frac{1}{(n-1)\,n} (t_\alpha - t_{\beta-1})^n \right],$$

$$\left.\begin{aligned} R_{kl} &= -(n-1) \sum_{j=l}^{-\bar{n}} C_j A_{k+j,\,k+l+1} \\ S_{kl} &= -(n-1) \sum_{j=l}^{-\bar{n}} C_j B_{k+j,\,k+1} \end{aligned}\right\}, \quad l = -1, -2, \ldots, -\bar{n},$$

$$\left.\begin{aligned} R_{kl} &= (n-1) \sum_{j=l+1}^{\bar{n}} C_j A_{k+j,\,k+l+1} \\ S_{kl} &= (n-1) \sum_{j=l+1}^{\bar{n}} C_j B_{k+j,\,k+l+1} \end{aligned}\right\}, \quad l = 0, 1, 2, \ldots, \bar{n} - 1,$$

atunci

$$(n-1)!\, \triangle_k^{n-1} q_\Delta(t) = R_{k,-\bar{n}} M_{k-\bar{n}} + \sum_{l=-\bar{n}}^{\bar{n}-2} (R_{k,l+1} +$$

$$+ S_{kl}) M_{k+l+1} + S_{k,\bar{n}-1} \cdot M_{k+\bar{n}}, \quad k = \overline{1,N}, \tag{10}$$

unde

$$M_j = q_\Delta^{(n-1)}(t_j), \qquad j = \overline{1,N}. \tag{11}$$

Demonstrația este dată în [2].

Observație. Teorema 5 ne asigură de faptul că dat fiind un potențial complex $f(z)$ în nodurile diviziunii Δ, există în mod unic un spline polinomial complex periodic $q_\Delta(t)$ care interpolează potențialul $f(z)$. Construcția lui $q_\Delta(t)$ o dăm în următoarele trei teoreme :

TEOREMA 6. *Fie dat spline-ul periodic* $q_\Delta(t)$ *definit de* (2), *atunci*

$$M_j = q_\Delta^{(n-1)}(t_j), \; j = \overline{1,N}. \tag{12}$$

Se pot determina din sistemul

$$R_{k,-\bar{n}} \cdot M_{k-\bar{n}} + \sum_{l=-\bar{n}}^{\bar{n}-2} (R_{k,l+1} + S_{k,l}) \cdot M_{k+l+1} +$$

$$+ S_{k,\bar{n}-1} \cdot M_{k+\bar{n}} = (n-1)! \triangle_{t_k}^{n-1} q_\Delta(t), \quad k = \overline{1, N}. \tag{13}$$

Observație.

$$\triangle_{t_k}^{n-1} q_\Delta(t) = \sum_{j=-\bar{n}}^{\bar{n}} C_j q_\Delta(t_{j+k}). \tag{14}$$

Deci nodurile t_k și $q_\Delta(t)$ fiind valori cunoscute sistemul (13) are ca necunoscute doar pe M_j.

TEOREMA 7. *Funcția polinomial complexă $q(t)$ ce interpolează pe punctele nodale ale lui Δ potențialul $f(z)$, are următoarea formă :*

$$q_\Delta(t) = Q_1(t) + Q_2(t) + \ldots + Q_j(t) + p(t), \quad j = 1, N, \tag{15}$$

unde

$$Q(t) = \frac{1}{n!} (t - t_{j-i})^n \left[\frac{M_j - M_{j-1}}{h_j} - \frac{M_{j-1} - M_{j-2}}{h_{j-1}} \right] \tag{16}$$

sau

$$Q_j(t) = \frac{1}{n!} (t - t_j)^n \cdot \tau_{j-1},$$

unde

$$\tau_{j-1} = \frac{M_j - M_{j-1}}{h_j} - \frac{M_{j-1} - M_{j-2}}{h_{j-1}}, \tag{17}$$

iar $p(t)$ este un polinom de gradul $n - 1$, care se va determina în următorul sistem :

$$\begin{aligned} p(t_1) &= f_1 - Q_1(t_1), \\ p(t_2) &= f_2 - Q_1(t_2) - Q_2(t_2), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ p(t_n) &= f_n - Q_1(t_n) - Q_2(t_n) - \ldots - Q_n(t_n) \end{aligned} \tag{18}$$

dacă

$$q_\Delta(t_i) = f(t_i), \qquad i = \overline{0, n}.$$

Observație. $q_\Delta(t)$ fiind determinat, înseamnă că funcția spline analitică $S_\Delta(z)$ este de asemenea determinată.

PROBLEMA CONVERGENȚEI LUI $q_\Delta(t)$ ȘI $S_\Delta(t)$

Fie potențialul complex $f(z)$ scris în formula lui Taylor,

$$f(z) = f(p) + f'(p) + \ldots + \frac{1}{\alpha!} f^{(\alpha)}(p)\,(t-p)^\alpha + \\ + \int_p^t (t-s)^\alpha f^{(\alpha+1)}(s)\,ds, \quad 0 \leqslant \alpha \leqslant n-1, \tag{19}$$

atunci

$$f^{(\alpha)}(p) - \alpha!\,\triangle_{tk}^{\alpha} f(t) = \Delta_{tk}^{\alpha} \int_p^t (t-S)^\alpha f^{(\alpha+1)}(s)\,ds. \tag{20}$$

Dacă $t - t_{j-1} = h$, pentru $\forall_j$ vom alege pe t_k astfel încît $t_k - p < h$. Atunci avem următoarea proprietate de mărginire:

$$|f^{(\alpha)}(p) - \alpha!\,\Delta_{t_k}^{\alpha} f(t)| = 0(\|f^{(\alpha+1)}\|_\infty h), \quad f \in C^n(\Gamma). \tag{21}$$

TEOREMA 8. *Dacă $q_\Delta(t)$ interpolează pe $f(z)$ după teorema 7 și $f(z) \in C^{n+1}(\Gamma)$, atunci are loc următoarea delimitare*;

$$|f^{(\beta)}(t) - q_\Delta^{(\beta)}(t)| = 0(\|f^{(n+1)}\|_\infty h^{n+1-\beta}), \quad \beta = \overline{0, n}; \quad \alpha + 1 = n. \tag{22}$$

TEOREMA 9. *În ipotezele teoremei 8, dacă $S_\Delta(z)$ este dată de (2) și $|z| \leqslant r < 1$, atunci*

$$|S_\Delta^{(\beta)} - f^{(\beta)}(z)| = 0\,(\|f^{(\alpha+1)}\|_\infty h^{\alpha+1}), \quad \beta = 0, 1, 2, \ldots. \tag{23}$$

Un caz particular de filtrație prin medii poroase și frecvent întîlnit este filtrația radială. Această filtrație este caracterizată de $S_\Delta(z)$, cînd aceasta se obține prin interpolarea valorilor

$$A_0, A_1, \ldots, A_{N-1},$$

cu $S_\Delta(0)$, $S'_\Delta(0)$, ..., $S_\Delta^{(n-1)}(0)$,
atunci

$$S_\Delta(t) = \sum_{p=0}^{n} \frac{A_p}{p!} z^p + \frac{1}{n!} \sum_{p=n+1}^{N-1} \frac{A_p}{(p-n+1)!} \int_0^z \frac{(z-t)^n}{l - t_N}\,dt. \tag{24}$$

În consecință, funcția spline analitică va avea următoarea formă:

$$S_\Delta(t) = \sum_{p=0}^{N-1} \frac{A_p}{q!} z^p, \tag{25}$$

rezultat obținut și pe alte căi ale teoriei funcțiilor de variabilă complexă.

Observație. Programul în limbaj FORTRAN, la care ne-am referit la început, se utilizează la rezolvarea celor două sisteme liniare cu coeficienți complecși și variabile complexe din teoremele 6 și 7.

BIBLIOGRAFIE

1. J. H. Ahlberg, E. N. Nilson, J. L. Walsh, *Complex cubic splines*, Trans. Amer math. Soc., **129** (1967).
2. J. H. Ahlberg, E. N. Nilson, *Properties of analitic splines*, Complex polynomial splines, J. Math. Anal And Aplic.
3. J. H. Ahlberg, E. N. Nilson, *Existence of complex polynomial splines on fine uniform neshes*, Brown University Report, Feb. 1969.
4. J. H. Ahlberg, E. N. Nilson, J. L. Walsh, *The theory of splines and their applications*, Academic press, (New York), 1967.

MIȘCAREA LENTĂ A UNUI FLUID INCOMPRESIBIL PRINTR-O FISURĂ PERMEABILĂ

de. T. OROVEANU și AL. D. STAN
Institutul de petrol și gaze Ploiești

În lucrare sînt obținute, pentru cazul unei mișcări laminare, formulele pentru calculul vitezei de filtrare și al pierderii de presiune care se produce într-o fisură cu pereții permeabili. Cunoașterea acestora este necesară deoarece se presupune că în majoritatea cazurilor fisurile deschise în zăcămintele petrolifere sînt de acest fel. Rezultatele obținute sînt utile pentru cunoașterea hidraulicii operațiilor efectuate prin asemenea fisuri (tratamentul de acidizare, fisurare hidraulică, exploatarea unui zăcămînt fisurat etc.).

1. REZULTATE ALE UNOR STUDII EFECTUATE PÎNĂ ÎN PREZENT

Mișcarea laminară a unui fluid printr-o fisură cu pereții permeabili a fost analizată în lucrările [1], [5], [6]. În [1] se consideră că viteza de filtrare de-a lungul unei asemenea fisuri variază exponențial cu lungimea

$$v = \pm V \cdot e^{-\beta x} \qquad \text{la } y = \pm w, \tag{1}$$

în care V este viteza de filtrare la $x = 0$, iar β o constantă. În lucrările [5], [6] se admite că viteza de filtrare este constantă pe întreaga lungime a fisurii,

$$v = \pm V \qquad \text{la } y = \pm w. \tag{2}$$

În formulele precedente, s-a notat cu v componenta vitezei în lungul axei oy (fig. 1), iar cu w semideschiderea fisurii. În practică este util să poată fi calculată pierderea de presiune care apare în asemenea fisuri deoarece efectuarea unor tratamente (acidizări, fisurări hidraulice etc.) necesită cunoașterea acestui element. În acest scop, am calculat pierderea de presiune între două puncte pentru ambele relații de calcul, (1) și (2), ale vitezei de filtrare. La prima relație, s-a considerat debitul de intrare în fisură Q_0 definit prin formula

$$Q_0 = 2\int_0^w V e^{-\beta x}\big|_{x=0}\, dy, \tag{3}$$

din care a rezultat valoarea constantei β și anume

$$\beta = \frac{2V}{Q_0}. \tag{3'}$$

PT. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 1, 1978, P. 33–44

Pierderea de presiune între două puncte, raportată la distanța x dintre acestea, are valoarea

$$\frac{p(0)-p(x)}{x}=\mu\,\frac{16\,\dfrac{V^3}{Q_0^2}\cos\dfrac{2Vw}{Q_0}}{4\,\dfrac{V\cdot w}{Q_0}-\sin\dfrac{4V\cdot w}{Q_0}}\cdot\frac{1}{e^{\frac{2V}{Q_0}x}}. \tag{4}$$

Se observă imediat că, pentru cazul limită în care fisura are o deschidere foarte mică, practic nulă, pierderea de presiune este foarte mare, teoretic infinită. Dacă viteza de filtrare este nulă, prin aplicarea de patru ori a regulii lui L'Hopital de ridicare a nedeterminării în cazul $\frac{0}{0}$ se obține

$$\lim_{V\to 0}\frac{p(0)-p(x)}{x}=\frac{3}{2}\,\mu\,\frac{Q_0}{w^3}, \tag{4'}$$

rezultat ce coincide cu cel pentru cazul unei fisuri cu pereții nepermeabili și curgere laminară. Pentru cazul unei viteze constante de filtrare în lungul fisurii, pierderea de presiune raportată la distanța dintre două puncte are expresia

$$\frac{p(0)-p(x)}{x}=3\mu\left[\frac{U_{med}(0)}{w^2}-V\frac{x}{w^3}\right], \tag{5}$$

unde cu $U_{med}(0)$ s-a notat viteza medie la $x=0$, iar cu μ vîscozitatea dinamică a fluidului.

2. METODA PROPUSĂ PENTRU CALCULUL PIERDERII DE PRESIUNE ȘI A VITEZEI DE FILTRARE

Fără a admite o anumită variație a vitezei de filtrare, se poate găsi relația de calcul pentru pierderea de presiune într-o fisură și apoi, în funcție de aceasta, viteza de filtrare. În acest scop, se consideră o fisură cu pereții paraleli de deschidere $2w$, cu sistemul de axe xoy arătat în figura 1.

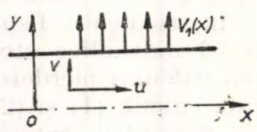


Fig. 1

Ecuația Navier-Stokes proiectată pe axa ox, pentru o mișcare permanentă și un fluid cu viscozitatea cinematică ν și densitatea ρ are forma

$$\frac{\partial u}{\partial x}u+\frac{\partial u}{\partial y}v=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right). \tag{6}$$

Dacă se introduc mărimile adimensionale $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{u}$, $\bar{v}$ și $\bar{p}$ obținute prin raportarea lui x și y la w, a vitezelor u și v la U_{max}, iar a lui p la ρU_{max}^2, se obține forma adimensională a ecuației (6)

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}}\bar{u}+\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}\bar{v}=-\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}}+\frac{1}{\mathcal{R}e}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2}+\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}\right), \tag{6'}$$

unde cu $\mathcal{R}e$ s-a notat numărul lui Reynolds definit prin relația

$$\mathcal{R}e = \frac{U_{max} \cdot w}{\nu},$$

U_{max} fiind viteza u la $y = 0$.

În cele ce urmează, pentru simplificarea scrierii, se omit barele la mărimile u, v, p, x și y.

Condițiile la limită pentru soluția ecuației (6′) sînt

$$\begin{aligned} &u = 0 && \text{la } y = \pm w, \\ &v = V_1(x) && \text{la } y = +w, \\ &v = -V_2(x) && \text{la } y = -w, \\ &V_1(x) = 0 && \text{la } y = -w, \\ &V_2(x) = 0 && \text{la } y = +w, \end{aligned} \tag{7}$$

în care $V_1(x)$ și $V_2(x)$ reprezintă vitezele de filtrare ale fluidului prin cele două fețe ale fisurii. Dacă se notează cu $\overline{V}_1(x)$ și $\overline{V}_2(x)$ valorile adimensionale ale lui $V_1(x)$ și respectiv $V_2(x)$ obținute tot prin împărțire cu U_{max}, condițiile la limită (7) devin, scrise în mărimi adimensionale,

$$\begin{aligned} &u = 0 && \text{la } y = \pm 1, \\ &v = \overline{V}_1(x) && \text{la } y = +1, \\ &v = -\overline{V}_2(x) && \text{la } y = -1, \\ &\overline{V}_1(x) = 0 && \text{la } y = -1, \\ &\overline{V}_2(x) = 0 && \text{la } y = +1. \end{aligned} \tag{7′}$$

Admitem că filtrarea fluidului prin pereții fisurii perturbă vitezele și presiunea mișcării în felul următor:

$$u \sim u' + U, \quad v \sim v', \quad p \sim p' + P, \tag{8}$$

în care U și P sînt valorile neperturbate. După ce se elimină presiunea din ecuația (6′) și cea scrisă pe axa oy și se introduce funcția de curent a mișcării ψ definită prin relațiile

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad v = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \tag{9}$$

se obține ecuația [2]

$$U\nabla^2\frac{\partial\psi}{\partial x} - U''\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{1}{\mathcal{R}e}\nabla^4\psi, \tag{10}$$

unde s-a folosit notația

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Introducem transformatele integrale Fourier cu parametrul k și variabila de integrare x, ale lui $\psi(y, x)$, $\overline{V}_1(x)$ și $\overline{V}_2(x)$,

$$\Phi(k, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx}\psi(x, y)\,dx,$$

$$w_1(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx}\overline{V}_1(x)\,dx, \tag{11}$$

$$w_2(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx}\overline{V}_2(x)\,dx.$$

Dacă se aplică ecuației (10) transformata Fourier, avînd în vedere formulele (11), aceasta capătă forma

$$(L^2 - k^2)^2\Phi = ik\,\mathcal{R}e[U(L^2 - k^2)\,\Phi - U''\Phi], \tag{12}$$

cunoscută în literatură sub numele de ecuația Orr-Sommerfeld [2], [3], unde s-a introdus notația

$$L = \frac{\partial}{\partial y}.$$

Condițiile la limită pe care trebuie să le satisfacă soluția sînt

$$\begin{aligned} &\frac{d\Phi}{dy} = 0 \text{ și } \Phi = -\frac{w_1(k)}{ik} \text{ la } y = +1, \\ &\frac{d\Phi}{dy} = 0 \text{ și } \Phi = \frac{w_2(k)}{ik} \text{ la } y = -1. \end{aligned} \tag{13}$$

Soluția ecuației (12), admițînd ca și în altă lucrare [2] că numărul lui Reynolds $\mathcal{R}e$ este mic, se poate scrie

$$\Phi(k, y) = C_1e^{ky} + C_2y\cdot e^{ky} + C_3e^{-ky} + C_4ye^{-ky}. \tag{14}$$

Constantele C_1, C_2, C_3 şi C_4 se determină prin rezolvarea sistemului care rezultă din condiţiile (13) şi au valorile

$$C_1 = \frac{D_1}{D}, \quad C_2 = \frac{D_2}{D}, \quad C_3 = \frac{D_3}{D} \text{ şi } C_4 = \frac{D_4}{D}, \tag{15}$$

unde au fost utilizate notaţiile

$$D = -(A^4 + B^4 - 16k^2 - 2),$$

$$D_1 = \frac{w_1(k)}{ik}[A^3(1+k) - B(4k^2 - 3k - 1)] + \frac{w_2(k)}{ik}[B^3(k-1) + A(4k^2 + 3k + 1)],$$

$$D_2 = \frac{w_1(k)}{ik}[-A^3k - B(4k^2 - k)] + \frac{w_2(k)}{ik}[B^3k - A(4k^2 + k)],$$

$$D_3 = \frac{w_1(k)}{ik}[B^3(1-k) - A(4k^2 + 3k + 1)] + \frac{w_2(k)}{ik}[-A^3(1+k) + B(4k^2 - 3k + 1)],$$

$$D_4 = \frac{w_1(k)}{ik}[B^2k - A(4k^2 + k)] + \frac{w_2(k)}{ik}[-A^3k - B(4k^2 - k)],$$

$$A = e^k,$$

$$B = e^{-k}.$$

Funcţia de curent a mişcării $\psi(x, y)$ şi vitezele $\bar{V}_1(x)$, $\bar{V}_2(x)$ rezultă cu uşurinţă din formulele (11).

Nu am efectuat acest calcul în lucrare, pe de o parte, deoarece nu prezintă un interes practic deosebit şi, pe de altă parte, deoarece mărimile $\psi(x, y)$, $\bar{V}_1(x)$, $\bar{V}_2(x)$ rămîn tot necunoscute intrucît ultimele două nefiind definite în funcţie de x. Totuşi, din formulele precedente pot fi obţinute, ceea ce este foarte util în situaţiile tehnice amintite, relaţiile de calcul pentru debitul filtrat prin pereţii fisurii, debitul de tranzit, pierderea de presiune şi viteza de filtrare în lungul unei fisuri permeabile. Debitul de fluid care se filtrează prin peretele superior, $y = 1$, între punctele $(-x, 1)$ şi $(x, 1)$ va fi

$$\psi(-x, 1) - \psi(x, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k, 1)(e^{ikx} - e^{-ikx})\, dk, \tag{16}$$

iar prin peretele inferior, $y = -1$,

$$-[\psi(-x, -1) - \psi(x, -1)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k, -1)(e^{ikx} - e^{-ikx})\, dk. \tag{16'}$$

Avînd în vedere egalitatea

$$e^{ikx} - e^{-ikx} = 2i \sin kx,$$

rezultă debitul prin peretele superior

$$Q_1 = 2xV_1(\xi) = -\frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} w_1(k) \frac{\sin kx}{k}\, dk, \tag{17}$$

iar prin cel inferior

$$Q_2 = 2xV_2(\xi) = -\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} w_2(k)\,\frac{\sin kx}{k}\,\mathrm{d}k, \tag{17'}$$

unde $V_1(\xi)$ și $V_2(\xi)$ s-au notat valorile vitezelor $\overline{V}_1(x)$ și $\overline{V}_2(x)$ într-un punct ξ care este situat între $-x$ și x.

Mărimile $V_1(\xi)$ și $V_2(\xi)$ pot fi considerate ca valori medii pe intervalul $(-x, x)$, ale vitezelor de filtrare $\overline{V}_1(x)$ și $\overline{V}_2(x)$ prin pereții fisurii.

Viteza medie de curgere a fluidului prin fisură, $U_{\mathrm{med}}(x)$, se obține din relația

$$U_{\mathrm{med}}(x) = \int_{-1}^{1} u(x, y)\,\mathrm{d}y. \tag{18}$$

Prin introducerea vitezei $u(x, y)$ în (18) se găsește

$$U_{\mathrm{med}}(x) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{w_1(k) + w_2(k)}{\mathrm{i}k}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}\,\mathrm{d}k. \tag{18'}$$

Formula (18') se scrie în punctele $-x$ și x și după scăderea uneia din cealaltă, ținînd seama și de relațiile (17) și (17'), rezultă

$$U_{\mathrm{med}}(-x) - U_{\mathrm{med}}(x) = 2x[V_1(\xi) + V_2(\xi)]. \tag{19}$$

Această relație arată că debitul de fluid care intră într-o fisură este egal cu cel ce iese din aceasta la care se adaugă debitul ce se filtrează prin pereții fisurii. De asemenea se constată, tot din relația (19), că viteza medie scade în lungul fisurii dacă aceasta are pereții permeabili, filtrarea avînd loc evident de la fisură către exteriorul acesteia. Dacă se scrie o relație asemănătoare cu (19) pentru vitezele din punctele 0 și x, aceasta are forma

$$U_{\mathrm{med}}(0) = U_{\mathrm{med}}(x) + 2x \cdot V(\xi), \tag{19'}$$

unde

$$V(\xi) = \frac{V_1(\xi) + V_2(\xi)}{2},$$

punctul ξ fiind situat acum între 0 și x. Pierderea de presiune care se produce într-o fisură permeabilă se poate calcula prin integrarea expresiei

$$\mathrm{d}p = -\frac{3}{\mathcal{R}e}\,U_{\mathrm{med}}(x)\,\mathrm{d}x \tag{20}$$

între 0 și x, rezultatul fiind

$$p(0) - p(x) = \frac{3}{\mathcal{R}e}\,x[U_{\mathrm{med}}(0) - xV(\xi)]. \tag{20'}$$

Dacă se revine pentru toate variabilele la forma dimensională, se obține

$$\Delta p = \frac{3}{w^2}\,\mu x[U_{\text{med}}(0) - \frac{x}{w}\,V(\xi)], \tag{20''}$$

Δp fiind pierderea de presiune între punctele 0 și x. Această relație coincide cu cea obținută în cazul unei viteze constante de filtrare prin pereții fisurii (relația (5)) datorită faptului că $V(\xi)$ din (20'') este o viteză medie de filtrare, constantă pe întreaga distanță dintre punctele 0 și x.

Modul în care variază viteza de filtrare în lungul unei fisuri se determină scrind efortul de frecare τ,

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}, \tag{21}$$

iar dacă se introduce forma adimensională $\bar{\tau}$ acestuia, obținută prin raportarea la $\rho U_{\max}^2$, se găsește

$$\bar{\tau} = \frac{1}{\mathcal{R}e}\,\frac{\partial u}{\partial y}, \tag{21'}$$

unde la u și y au fost suprimate, ca și mai înainte, barele. Pe peretele superior ($y = +1$) efortul va fi

$$\bar{\tau}_1 = \frac{1}{\mathcal{R}e}\,\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=+1}, \tag{22}$$

iar pe cel inferior ($y = -1$)

$$\bar{\tau}_2 = -\frac{1}{\mathcal{R}e}\,\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=-1}. \tag{22'}$$

Semnul negativ apare la $\bar{\tau}_2$ deoarece derivata lui u în raport cu y are semne contrarii pe cele două semiplane situate de o parte și de alta a axei ox. Introducînd în (22) și (22') expresia lui u și avînd în vedere ultimele două condiții (7') precum și faptul că $u(x, 1) = u(x, -1) = 0$, se obține

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_1 &= \frac{1}{\mathcal{R}e}\,\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{w_1(k)}{\mathrm{i}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\,\mathrm{d}k, \\ \bar{\tau}_2 &= \frac{1}{\mathcal{R}e}\,\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{w_2(k)}{\mathrm{i}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\,\mathrm{d}k. \end{aligned} \tag{23}$$

Pe un tronson de fisură de lungime $\mathrm{d}x$ (fig. 2), $\mathrm{d}p$ are însă expresia

$$\mathrm{d}p = \frac{\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2}{2}\,\mathrm{d}x \tag{24}$$

și prin integrare între $-x$ și x se găsește

$$p(-x) - p(x) = \frac{2i}{\mathcal{R}e} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w_1(k) + w_2(k)}{2} \sin kx \, dk. \tag{24'}$$

Pe de altă parte se observă din formulele (11) că

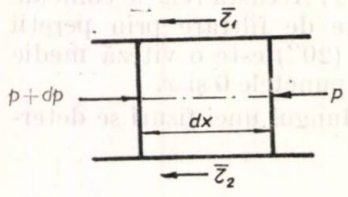


Fig. 2

$$\bar{V}_1(x) + \bar{V}_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} [w_1(k) + w_2(k)] \, e^{-ikx} \, dk, \tag{25}$$

iar prin scrierea acestei relații în punctele $-x$ și x și după scăderea uneia din cealaltă, se obține

$$[\bar{V}_1(-x) + \bar{V}_2(-x)] - [\bar{V}_1(x) + \bar{V}_2(x)] = \frac{2i}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} [w_1(k) + w_2(k)] \sin kx dk \tag{25'}$$

Dacă se introduce notația

$$V(x) = \frac{\bar{V}_1(x) + \bar{V}_2(x)}{2},$$

iar pentru $V(-x)$ una asemănătoare și se compară relația (24') cu (25') se poate scrie imediat

$$p(-x) - p(x) = \frac{2}{\mathcal{R}e} [V(-x) - V(x)]. \tag{26}$$

Prin trecerea mărimilor la forma dimensională și prin scrierea ecuației (26) în punctele 0 și x, se obține, după părerea noastră, relația corectă care dă variația vitezei de filtrare în lungul unei fisuri,

$$p(0) - p(x) = \frac{w}{\mu} [V(0) - V(x)] \tag{27}$$

sau

$$V(x) = V(0) - \Delta p \frac{w}{\mu}, \tag{27'}$$

Δp având semnificația cunoscută.

Viteza de filtrare în lungul fisurii depinde în afară de valoarea acesteia din punctul inițial $V(0)$ și de pierderile de presiune ce apar în fisură. Dacă acestea din urmă sînt foarte mici, viteza de filtrare este aproape constantă și acest lucru se întîmplă la o fisură cu deschiderea foarte mare. Pentru o deschidere mică a fisurii, pierderile de presiune prin frecări sînt mari și viteza de filtrare $V(x)$ scade foarte mult față de cea din punctul inițial $V(0)$.

Relația stabilită pentru variația vitezei de filtrare în lungul fisurii este mult mai apropiată de realitate decît relațiile (1) și (2) care sînt propuse în literatură [1], [5], [6].

Faptul că $V(x)$ depinde, în afară de $V(0)$, și de valoarea pierderilor de presiune care apar în fisură, se poate arăta imediat. Pentru aceasta se aleg două puncte notate cu indicii 1 și 2 pe axa fisurii în care presiunile au valorile p_{f1} și p_{f2}, iar în exteriorul fisurii se consideră o presiune constantă p_s mai mică decît p_{f1} și p_{f2}. În cele două puncte viteza de filtrare este deci, conform legii lui Darcy,

$$V_1 = \frac{k_p}{\mu} \cdot \frac{p_{f1} - p_s}{\Delta l}, \qquad V_2 = \frac{k_p}{\mu} \cdot \frac{p_{f2} - p_s}{\Delta l}, \tag{28}$$

unde cu k_p s-a notat permeabilitatea blocului poros, iar cu Δl lungimea pe care se filtrează fluidul în bloc.

Datorită mișcării fluidului din fisură, se poate scrie între p_{f1} și p_{f2} relația

$$p_{f1} = p_{f2} + \Delta p \tag{29}$$

sau

$$p_{f2} - p_s = p_{f1} - p_s - \Delta p \tag{29'}$$

și prin înmulțire cu $\frac{k_p}{\mu} \frac{1}{\Delta l}$, se găsește

$$V_2 = V_1 \left(1 - \frac{\Delta p}{p_{f1} - p_s}\right). \tag{30}$$

Avînd în vedere și relațiile (28) se obține

$$V_2 = V_1 - \frac{k_p}{\mu \cdot \Delta l} \Delta p. \tag{30'}$$

Se observă că relația (30') este asemănătoare ca structură cu cea obținută teoretic (27'). Evident, în cele două relații V_1 și $V(0)$, V_2 și $V(x)$ sînt echivalente.

3. REZULTATELE EXPERIMENTALE. CONCLUZII

În scopul verificării relațiilor stabilite mai înainte, în laboratorul de mecanică a fluidelor de la Institutul de petrol și gaze Ploiești s-au efectuat mai multe experimente pe o carotă în care s-a practicat o fisură cu deschiderea $2w = 0{,}215$ mm. Carota a fost realizată dintr-o compoziție formată din șamotă superaluminoasă de granulație 0,02—0,1 mm, în proporție de 70%, utilizînd ca liant argilă și polistiren expandat de granulație 0,2—4 mm. Tehnologia de fabricație a fost următoarea : s-a amestecat șamota superaluminoasă cu argila și polistirenul în stare uscată ; compoziția formată a fost umezită cu 8—10% apă, amestecîndu-se din

nou pînă s-a obţinut o pastă omogenă. Amestecul a fost stompat în matriţă după care s-a extras şi menţinut la temperatura camerei 11 zile şi apoi s-a ars la temperatura de 1350°C. Lungimea fisurii din carotă pe care s-a măsurat căderea de presiune a fost de 0.326 m. Sub carotă s-a construit un vas compartimentat în patru despărţituri în care s-a colectat fluidul scurs prin pereţii fisurii şi cel care a ieşit din fisură (fig. 3). Prin fisură s-a circulat apă la 18°C cu viscozitatea cinematică de $1{,}062 \cdot 10^{-6} m^2/s$.

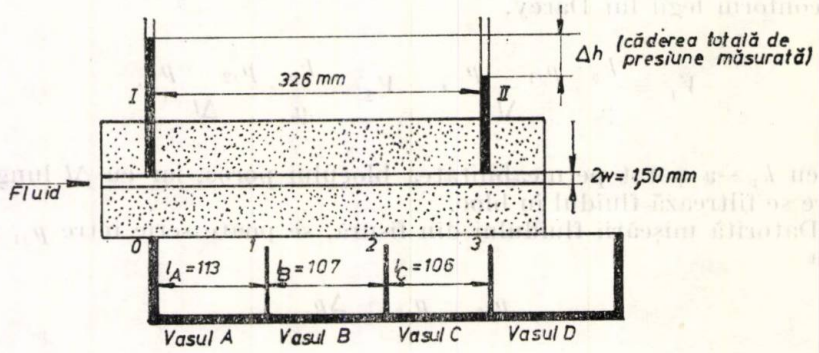


Fig. 3

Dacă se notează cu Vol_A, Vol_B, Vol_C şi Vol_D volumele colectate în cele patru vase A, B, C, D la fiecare experienţă, rezultă volumul de fluid care a intrat la începutul fisurii

$$\mathrm{Vol} = \mathrm{Vol}_A + \mathrm{Vol}_B + \mathrm{Vol}_C + \mathrm{Vol}_D. \tag{31}$$

Vitezele medii de filtrare pe fiecare tronson de fisură s-au calculat, de exemplu, pentru vasul A, cu relaţia

$$V_A = \frac{\mathrm{Vol}_A}{2t \cdot S_A}, \tag{32}$$

unde t este timpul în care s-a colectat fluidul, iar S_A secţiunea de filtrare a fluidului. În figura 4 se prezintă valorile vitezelor de filtrare pentru cele trei tronsoane de fisură în funcţie de căderea de presiune care s-a produs pe întreaga fisură.

În figura 5 se redau valorile vitezelor de filtrare în funcţie de viteza maximă calculată la începutul fiecărui tronson.

Se remarcă faptul că vitezele de filtrare au cele mai mari valori în partea iniţială a fisurii, iar cele mai mici în partea finală.

În figura 6 s-au redat pierderea de presiune exprimată în coloană de fluid $\Delta p/\gamma$ în funcţie de viteza maximă de la începutul fisurii.

— prin dreapta I s-a redat $\Delta p/\gamma$ pentru cazul unei fisuri nepermeabile,

— prin curba II s-au redat valorile pentru $\Delta p/\gamma$ calculate cu relaţia stabilită (ecuaţia (20″)); fisura fiind împărţită în 10 tronsoane.

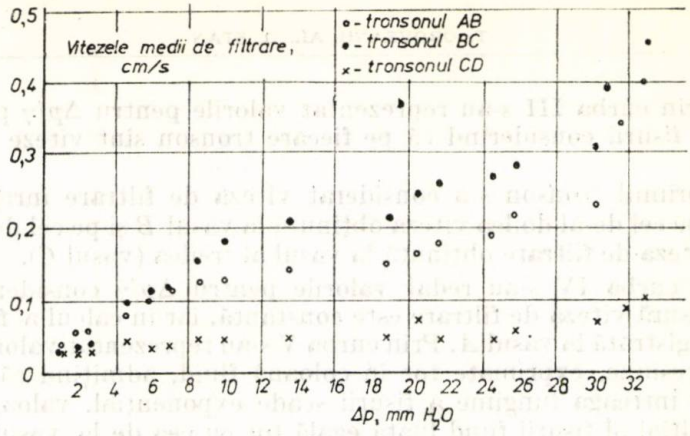


Fig. 4

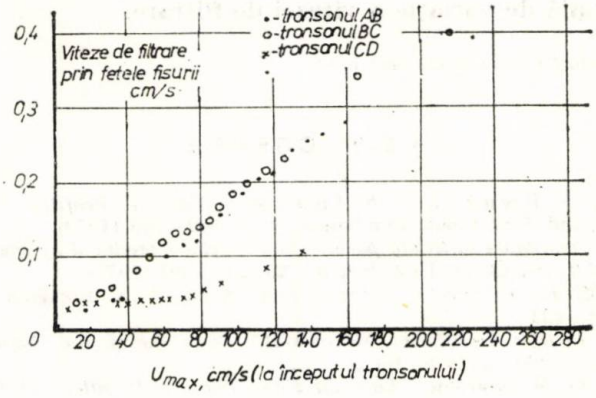


Fig. 5

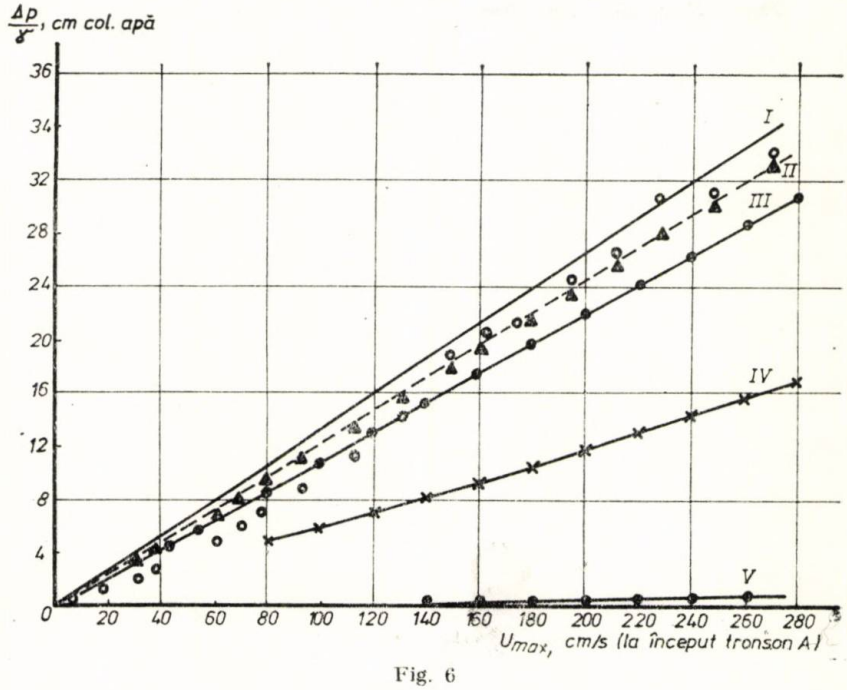


Fig. 6

— prin curba III s-au reprezentat valorile pentru $\Delta p/\gamma$ pe întreaga lungime a fisurii considerînd că pe fiecare tronson sînt viteze de filtrare diferite.

Pe primul tronson s-a considerat viteza de filtrare înregistrată la vasul A ; pe cel de-al doilea viteza obținută la vasul B și pe cel de-al treilea tronson viteza de filtrare obținută la vasul al treilea (vasul C).

Prin curba IV s-au redat valorile pentru $\Delta p/\gamma$ considerînd că pe întreaga fisură viteza de filtrare este constantă, iar în calcul a fost aleasă viteza înregistrată la vasul A. Prin curba V s-au reprezentat valorile pierderilor de presiune, exprimate tot în coloană fluid, admițînd că viteza de filtrare pe întreaga lungime a fisurii scade exponențial, valoarea pentru punctul inițial al fisurii fiind luată egală tot cu cea de la vasul A. Se remarcă faptul că cele mai mici valori ale lui $\Delta p/\gamma$ sînt obținute pentru legea exponențială de variație a vitezei de filtrare.

Primită la redacție la 21 septembrie 1977

4. BIBLIOGRAFIE

1. A. A. Kozinski. F. P.Schmidt, E. N. Lightfoot, *Velocity Profiles in Porous-Walled Ducts*, Ind. Eng. Chem. Fundamen., **9**, 3, 502—505 (1970).
2. E. O'Neill, *The resistance to steady paralell viscous flows produced by small-scale boundary irregularities*, Chem. Eng. Science, **25**, 283—291 (1970).
3. T. Oroveanu, *Mecanica fluidelor viscoase*, Edit. Acad. R. S. România București, 1967, p. 129—132.
4. I. N. Snnedon, *Fourier Transforms*, McGraw-Hill Book Comp. Inc. New York, Toronto, London, 1951, p. 283—291.
5. R. M. Terrill, G. M. Shrestha, *Laminar Flow Through Parallel and Uniformly Porous Walls of Different Permeability*, ZAMP, **16**, 470—482 (1965).
6. S. W. Yuan, *Further Investigation of Laminar Flow in Channels with Porous Walls*, J. Appl. Phys., **27**, 3, 267—269 (1956).

ASUPRA UNEI MIȘCĂRI BIFAZICE ÎNTR-UN MEDIU POROS OMOGEN

de C. COZMA
Academia de Studii Economice București

În lucrare se reia problema dezlocuirii plane și negravitaționale în medii poroase omogene, abordată și în cîteva studii anterioare. Se arată că sistemul de relații care descriu mișcarea se reduce la o singură ecuație de un tip special pentru saturația în una din faze. Condițiile la limită pentru presiune se transpun asupra unei funcții analitice arbitrare pentru care se indică o metodă de determinare. Ca o verificare a ecuației obținute se deduce prin particularizare ecuația cunoscută a cazului unidimensional, mai generală decît relația lui Buckley și Leverett prin faptul că se ține seama de presiunea capilară. Se trece apoi la studiul unui caz concret care constă dintr-o mișcare între doi pereți paraleli, pentru care se indică o metodă de rezolvare prin aproximații succesive.

1. INTRODUCERE

Pe linia unor preocupări anterioare, [1] — [6], reluăm studiul dezlocuirii plane, negravitaționale a două fluide nemiscibile într-un mediu poros omogen. Ipotezele asupra caracterului plan, negravitațional și asupra omogenității mediului nu sînt esențiale pentru scrierea ecuațiilor generale ale fenomenului. Ele au fost adoptate deoarece complicațiile de ordin matematic sînt majore, în acest mod degajîndu-se mai clar metoda de rezolvare pe un model simplificat. Dealtfel, se va remarca ușor că luarea în considerare a mișcării tridimensionale în mediu neomogen nu schimbă caracterul ecuațiilor de mișcare. De asemenea, se acceptă ipoteza făcută în [7], [8] conform căreia considerarea presiunii capilare înlătură posibilitatea apariției saltului de saturație.

Pentru început mișcarea va fi considerată într-un domeniu oarecare din planul xoy. Ecuațiile fenomenului și condițiile la limită se vor scrie sub formă generală urmînd ca apoi să rezolvăm un caz concret.

2. ECUAȚIA DE MIȘCARE

Cu ipotezele și notațiile expuse în [5] relațiile lui Darcy se scriu sub forma,

$$\boldsymbol{V}_a = -k\frac{k_{ra}}{\mu_a}\nabla p_a\,; \quad \boldsymbol{V}_t = -k\frac{k_{rt}}{\mu_t}\nabla p_t. \tag{1}$$

Viteza totală

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}_a + \boldsymbol{V}_t \tag{2}$$

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 1, 1978, P. 45–57

satisface ecuaţia de continuitate pentru ansamblul celor două fluide

$$\Delta \boldsymbol{V} = 0, \tag{3}$$

iar presiunile celor două faze îndeplinesc relaţia,

$$p_a(x, y, T) - p_t(x, y, T) = P_c(S), \tag{4}$$

subliniind prin aceasta dependenţa de punct a diferenţei celor două presiuni doar prin intermediul saturaţiei S.

Pentru caracterizarea completă a fenomenului este necesară scrierea unei ecuaţii de continuitate pentru una din faze. Aceasta este

$$m \frac{\partial S}{\partial T} + \nabla \boldsymbol{V}_a = 0. \tag{5}$$

Urmărim acum ca pe baza relaţiilor scrise să deducem ecuaţiile fenomenului sub o formă convenabilă pentru modul în care intenţionăm să abordăm problema. Introducînd prima relaţie (1) în (5) rezultă

$$m \frac{\partial S}{\partial T} - k \frac{k'_{ra}}{\mu_a} \nabla S \nabla p_a - k \frac{k_{ra}}{\mu_a} \Delta p_a = 0, \tag{6}$$

iar din (2) şi (3) obţinem

$$\nabla \boldsymbol{V} = \nabla \boldsymbol{V}_a + \nabla \boldsymbol{V}_t = 0$$

sau, ţinînd seama de (1),

$$\frac{k'_{ra}}{\mu_a} \nabla S \nabla p_a + \frac{k_{ra}}{\mu_a} \Delta p_a + \frac{k'_{ra}}{\mu_t} \nabla S \nabla p_t + \frac{k_{rt}}{\mu_t} \Delta p_t = 0. \tag{7}$$

Pe de altă parte, intenţionînd să lucrăm doar cu una din presiunile p_a sau p_t, deducem din (4)

$$\nabla p_t = \nabla p_a - P'_c(S) \nabla S$$

şi

$$\nabla p_t = \nabla(\nabla p_t) = \Delta p_a - P''_c(S) (\nabla S)^2 - P'_c(S) \Delta S,$$

relaţii care introduse în (7) conduc la egalitatea

$$A'(S) \nabla S \nabla p_a + A(S) \Delta p_a - \left[\frac{k_{rt}}{\mu_t} P'_c(S) \right]' (\nabla S)^2 - \frac{k_{rt}}{\mu_t} P'_c(S) \Delta S = 0, \tag{8}$$

unde s-a folosit notaţia

$$A(S) = \frac{k_{ra}}{\mu_a} + \frac{k_{rt}}{\mu_t}. \tag{9}$$

După aceasta, deducem din (8)

$$\Delta p_a = \frac{\frac{k_{rt}}{\mu_t} P_c'(S)}{A(S)} \Delta S + \frac{\left[\frac{k_{rt}}{\mu_t} P_c'(S)\right]'}{A(S)} (\nabla S)^2 - \frac{A'(S)}{A(S)} \nabla S \nabla p_a, \tag{10}$$

cu care, revenind în (6), obţinem

$$\frac{m}{k} A(S) \frac{\partial S}{\partial T} - \frac{k_{ra}}{\mu_a} \frac{k_{rt}}{\mu_t} P_c'(S) \Delta S - \frac{k_{ra}}{\mu_a} \left[\frac{k_{rt}}{\mu_t} P_c'(S)\right]' (\nabla S)^2 +$$

$$+ \left(\frac{k_{ra}}{\mu_a} \frac{k_{rt}'}{\mu_t} - \frac{k_{ra}'}{\mu_a} \frac{k_{rt}}{\mu_t}\right) \nabla S \nabla p_a = 0. \tag{11}$$

A doua relaţie între funcţiile necunoscute $S(x, y, T)$ şi $p_a(x, y, T)$ se obţine pornind de la (6),

$$\nabla S \nabla p_a = \frac{1}{\frac{k_{ra}'}{\mu_a}} \left[\frac{m}{k} \frac{\partial S}{\partial T} - \frac{k_{ra}}{\mu_a} \Delta p_a\right],$$

cu care se efectuează substituţia corespunzătoare în (10). După cîteva calcule simple deducem relaţia

$$\Delta p_a = \frac{\frac{k_{ra}'}{\mu_a} \frac{k_{rt}}{\mu_t} P_c'(S)}{\frac{k_{ra}'}{\mu_a} \frac{k_{rt}}{\mu_t} - \frac{k_{ra}}{\mu_a} \frac{k_{rt}'}{\mu_t}} \Delta S + \frac{\frac{k_{ra}'}{\mu_a} \frac{k_{rt}'}{\mu_a} P_c'(S) + \frac{k_{ra}'}{\mu_a} \frac{k_{rt}}{\mu_t} P_c''(S)}{\frac{k_{ra}'}{\mu_a} \frac{k_{rt}}{\mu_t} - \frac{k_{ra}}{\mu_a} \frac{k_{rt}'}{\mu_t}} (\nabla S)^2 -$$

$$- \frac{m}{k} \frac{A'(S)}{\frac{k_{ra}'}{\mu_a} \frac{k_{rt}}{\mu_t} - \frac{k_{ra}}{\mu_a} \frac{k_{rt}'}{\mu_t}} \frac{\partial S}{\partial t}, \tag{12}$$

pe care o vom scrie mai simplu sub forma

$$\Delta p_a = L[S], \tag{13}$$

unde $L[S]$ are expresia ce rezultă prin comparaţie cu (12).

Relaţiile (11) şi (12) constituie un sistem de ecuaţii pentru funcţiile necunoscute. Ca şi în [6] vom arăta că există posibilitatea eliminării funcţiei $p_a(x, y, T)$ deoarece aceasta intervine în (11) doar prin intermediul derivatelor ei de ordinul întîi.

Într-adevăr, deoarece

$$\frac{\partial p_a}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial p_a}{\partial x} - i \frac{\partial p_a}{\partial y}\right) = \frac{1}{2} W(z, \bar{z}, T), \tag{14}$$

și ținînd seama de egalitatea evidentă,

$$\frac{\partial}{\partial y}[\mathrm{Re}\ W] = -\frac{\partial}{\partial x}[\mathrm{Im}\ W],$$

rezultă posibilitatea de a scrie expresia pentru Δp_a sub forma

$$\Delta p_a = 2\frac{\partial W}{\partial \bar{z}}. \tag{15}$$

În condiții destul de generale se poate presupune că Δp_a este o funcție continuă în domeniul de mișcare. Aceasta se realizează, de exemplu, cînd $S(x, y, T)$ are derivate parțiale continue pînă la ordinul doi în raport cu variabilele spațiale și derivata în raport cu timpul de asemenea continuă. Dacă se admite că $S(x, y, T)$ este uniformă în domeniul de mișcare, rezultă că $L[S]$ satisface condițiile cerute.

În cazul neglijării presiunii capilare ipoteza poate fi menținută doar pînă în momentul apariției multiformității pentru funcția $S(x, y, T)$ deși $\dfrac{\partial S}{\partial T}$ va rămîne mărginită, iar dependența lui Δp_a de S se realizează doar direct și prin intermediul acestei derivate, conform cu (12).

Datorită relației precedente, avem

$$W(z, \bar{z}, T) = -\frac{1}{2\pi}\iint_D \Delta p_a \frac{\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta}{\zeta - z} + \varphi(z, T), \tag{16}$$

unde i) D este domeniul de mișcare;

ii) $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$,

iii) $\varphi(z, T)$ este o funcție olomorfă arbitrară în D cu eventuale singularități polare dar în mod esențial uniformă. Ea păstrează aceste caracteristici pentru orice $T \in [0, T]$.

Din (16), ținînd seama de (14), deducem

$$\frac{\partial p_a}{\partial x} = -\,\mathrm{Re}\left[\frac{1}{2\pi}\iint_D \Delta p_a \frac{\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta}{\zeta - z} - \varphi(z, T)\right],$$

$$\frac{\partial p_a}{\partial y} = \mathrm{Im}\left[\frac{1}{2\pi}\iint_D \Delta p_a \frac{\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta}{\zeta - z} - \varphi(z, T)\right] \tag{17}$$

și deci ecuația (11) devine:

$$\frac{m}{k}A(S)\frac{\partial S}{\partial T} - \frac{k_{ra}}{\mu_a}\frac{k_{rt}}{\mu_t}P_c'(S)\,\Delta S - \frac{k_{ra}}{\mu_a}\left[\frac{k_{rt}}{\mu_t}P_c'(S)\right]'(\nabla S)^2 -$$

$$-\left(\frac{k_{ra}}{\mu_a}\frac{k_{rt}'}{\mu_t} - \frac{k_{ra}'}{\mu_a}\frac{k_{rt}}{\mu_t}\right)\left\{\mathrm{Re}\left[\frac{1}{2\pi}\iint_D \Delta p_a \frac{\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta}{\zeta - z} - \varphi(z, T)\right]\frac{\partial S}{\partial x} -\right.$$

$$\left. -\,\mathrm{Im}\left[\frac{1}{2\pi}\iint_D \Delta p_a \frac{\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta}{\zeta - z} - \varphi(z, T)\right]\frac{\partial S}{\partial y}\right\} = 0. \tag{18}$$

Dat fiind că dispunem de relația (13), ecuația precedentă poate fi exprimată doar pentru necunoscuta $S(x, y, T)$ reducînd astfel sistemul inițial (1)—(5) la această unică ecuație (18). Totuși, pentru cele ce urmează, este preferabil să o menținem în forma scrisă sau,

$$\frac{m}{k} A(S) \frac{\partial S}{\partial T} - 4 \frac{k_{ra}}{\mu_a} \frac{k_{rt}}{\mu_t} P_c'(S) \frac{\partial^2 S}{\partial z \partial \bar{z}} - 4 \frac{k_{ra}}{\mu_a} \left[\frac{k_{rt}}{\mu_t} P_c'(S) \right]' \frac{\partial S}{\partial z} \frac{\partial S}{\partial \bar{z}} +$$

$$+ 2 \left(\frac{k_{ra}}{\mu_a} \frac{k_{rt}'}{\mu_t} - \frac{k_{ra}'}{\mu_a} \frac{k_{rt}}{\mu_t} \right) \mathrm{Re} \left(W \frac{\partial S}{\partial z} \right) = 0. \tag{19}$$

Trebuie remarcată apariția funcției arbitrare $\varphi(z, T)$ în ecuațiile (18) și (19). Pentru determinarea ei dispunem de condiții la limită. O discuție generală asupra acestei chestiuni a fost prezentată în [6], unde s-a arătat că determinarea funcției olomorfe, arbitrare $\varphi(z, T)$ revine la rezolvarea unei probleme la limită de tip Hilbert la fiecare etapă a unui procedeu prin aproximații succesive. Dacă mișcarea se desfășoară în absența unor frontiere impermeabile, fiind determinată de un sistem de sonde de injecție și extracție funcția $\varphi(z, T)$ se exprimă în raport cu singularitățile mișcării.

Pentru problema pe care o studiem mai jos vom adopta un alt punct de vedere impus de modul diferit de rezolvare.

3. O VERIFICARE A ECUAȚIEI (18)

Vom arăta că în cazul mișcării unidimensionale ecuația (18) se reduce la cea cunoscută (de exemplu relația (V.31) din [7]). Presupunînd deci că vitezele păstrează direcția axei ox, ecuația (18) devine,

$$\frac{m}{k} A(S) \frac{\partial S}{\partial T} - \frac{k_{ra}}{\mu_a} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}S} \left[\frac{k_{rt}}{\mu_t} P_c'(S) \frac{\partial S}{\partial x} \right] -$$

$$- \left(\frac{k_{ra}}{\mu_a} \frac{k_{rt}'}{\mu_t} - \frac{k_{ra}'}{\mu_a} \frac{k_{rt}}{\mu_t} \right) \left\{ \mathrm{Re} \frac{1}{2\pi} \iint_D \frac{\partial^2 p_a}{\partial \xi^2} \frac{\mathrm{d}\xi \, \mathrm{d}\eta}{\zeta - z} - c \right\} \frac{\partial S}{\partial x} = 0. \tag{20}$$

În domeniul D: $[a \leqslant x \leqslant b\,;\ (-\infty < y < +\infty)$ funcția $\varphi(z, T)$ se reduce la o constantă (care depinde eventual de timp) deoarece nu putem admite existența unei funcții olomorfe care să fie independentă de variabila y.

În ceea ce privește valoarea integralei duble din ecuație, avem

$$I = \mathrm{Re} \frac{1}{2\pi} \iint_D \frac{\partial^2 p_a}{\partial \xi^2} \frac{\mathrm{d}\xi \, \mathrm{d}\eta}{z - z} = \mathrm{Re} \frac{1}{2\pi} \int_a^b \left[\frac{\partial^2 p_a}{\partial \xi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}\eta}{\zeta - z} \right] \mathrm{d}\xi =$$

$$= \mathrm{Re} \frac{1}{2\pi \mathrm{i}} \int_a^b \frac{\partial^2 p_a}{\partial \xi^2} \int_{\xi = \mathrm{const.}} \frac{\mathrm{d}\zeta}{\zeta - z} \mathrm{d}\xi$$

şi deoarece

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\xi=\text{const.}}\frac{d\zeta}{\zeta-z}=\begin{cases}-1/2 \text{ dacă } \xi<x,\\ 1/2 \text{ dacă } \xi>x,\end{cases}$$

rezultă

$$I=-\frac{1}{2}\int_a^x\frac{\partial^2 p_a}{\partial\xi^2}\,d\xi+\frac{1}{2}\int_x^b\frac{\partial^2 p_a}{\partial\xi^2}\,d\xi=$$

$$=-\frac{\partial p_a}{\partial x}+\frac{1}{2}\left[\frac{\partial p_a}{\partial x}\bigg|_{x=a}+\frac{\partial p_a}{\partial x}\bigg|_{x=b}\right].$$

Din relaţiile (1) şi (4) scrise pentru cazul unidimensional se deduce

$$-\frac{\partial p_a}{\partial x}=\frac{Q}{k\sigma}\cdot\frac{1}{\dfrac{k_{ra}}{\mu_a}+\dfrac{k_{rt}}{\mu_t}}-\frac{\dfrac{k_{rt}}{\mu_t}P_c'(S)}{\dfrac{k_{ra}}{\mu_a}+\dfrac{k_{rt}}{\mu_t}}\frac{\partial S}{\partial x},\tag{21}$$

după care, ţinînd seama că

$$\frac{\dfrac{k_{ra}}{\mu_a}\dfrac{k_{rt}'}{\mu_t}-\dfrac{k_{ra}'}{\mu_a}\dfrac{k_{rt}}{\mu_t}}{\left(\dfrac{k_{ra}}{\mu_a}+\dfrac{k_{rt}}{\mu_t}\right)^2}=-\frac{d}{ds}\frac{\dfrac{k_{rt}}{\mu_t}}{\dfrac{k_{ra}}{\mu_a}+\dfrac{k_{rt}}{\mu_t}},$$

şi alegînd convenabil constanta arbitrară c, înlocuirea relaţiei (21) în (20) ne conduce la ecuaţia propusă. Mai sus, prin Q s-a notat debitul total care străbate o secţiune transversală a domeniului de mişcare, iar σ este aria acestei secţiuni.

4. STUDIUL UNUI CAZ CONCRET. CONDIŢIILE LA LIMITĂ

În cele ce urmează ne propunem să studiem un caz concret, în anumite condiţii simplificatoare, care păstrează însă caracterul bidimensional al mişcării.

Se va presupune că dezlocuirea celor două fluide are loc între doi pereţi paraleli, impermeabili de ecuaţii $y=0$ şi $y=1$. Injecţia are loc cu un debit Q, dependent eventual de timp, printr-o galerie situată pe segmentul $[0,1]$ în lungul axei oy. Ţinînd seama de omogenitatea mediului precum şi de alte condiţii care vor fi expuse imediat, rezultă o mişcare simetrică faţă de axa oy. Soluţia problemei ne va interesa numai în semibanda mărginită de dreptele $x=0$, $y=0$, $y=1$, $x\geqslant 0$ însă pentru considerente de comoditate a calculelor vom presupune că domeniul de mişcare ocupă întreaga bandă.

Calculele efective pentru mişcarea pe care o studiem se vor face presupunînd că $S\in[0{,}3\,;\,0{,}8]$. Ipoteza se justifică prin aceea că în literatura de specialitate există o relativă varietate a curbelor experimentale

pentru $k_{ra}(S)$ și $k_{rt}(S)$ cu diferențieri destul de mari în special în exteriorul domeniului menționat fapt care nu surprinde dacă ținem seama că determinările experimentale devin dificile cînd amestecul este sărac în una din faze.

Deși expresiile analitice ale curbelor $k_{ra}(S)$ și $k_{rt}(S)$ sînt deduse de diverși autori (de exemplu în [9] și [10]) preferăm pentru motive de simplitate ca în intervalul propus să deducem propriile noastre expresii aplicînd curbelor date în [7] un procedeu de interpolare. Se obțin funcțiile

$$k_{ra}(S) = 1{,}625\ S^2 - S + 0{,}207, \tag{22}$$

$$k_{rt}(S) = 2{,}250\ S^2 - 3{,}55\ S + 1{,}482. \tag{23}$$

La momentul inițial se presupune că saturația în domeniul de mișcare are expresia

$$S_0(x, y) = S(x, y, 0) = 0{,}3 + \frac{0{,}01(1 - y)^2}{x + 0{,}1(1 - y)}. \tag{24}$$

Prin dependența saturației inițiale de variabila y se asigură caracterul bidimensional al mișcării. Graficul funcției (24) este redat în figura 1.

În lungul galeriei de injecție vom presupune că fluidul care se introduce are el însuși o saturație care tinde treptat către unu după legea,

$$S(0, y, T) = 1 - \frac{(0{,}6 + 0{,}1\ y)^2}{T + 0{,}6 + 0{,}1\ y}. \tag{25}$$

Prin aceasta se asigură o evoluție a saturației în galeria de injecție care coincide cu cea inițială la $T = 0$ deoarece

$$S(0, y, 0) = S_0(0, y),\ y \in [0,1],$$

ajungînd să se introducă doar apă după un timp infinit.

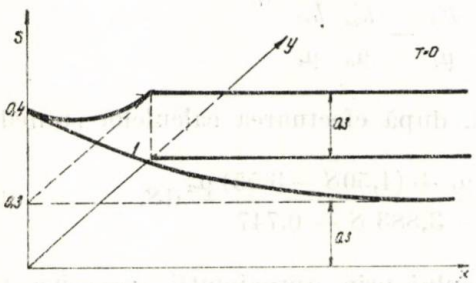


Fig. 1

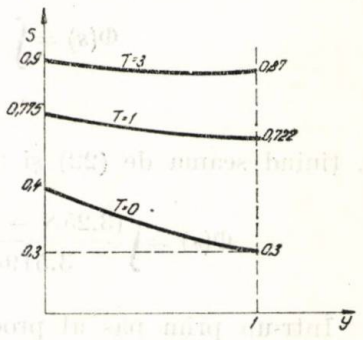


Fig. 2

Respectarea continuității în saturație a fluidului care se injectează aduce simplificări în calculele care vor urma. Se observă că prin funcția (25) dispunem de o creștere destul de rapidă a saturației fapt care rezultă din figura 2.

De asemenea, se poate calcula debitul de apă injectat $q_a(T)$ prin formula

$$q_a(T) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}\int_0^1 [S(0, y, T) - S(0, y, 0)]\,\mathrm{d}y = \int_0^1 \frac{\mathrm{d}S(0, y, T)}{\mathrm{d}T}\,\mathrm{d}y =$$

$$= 1 - 20T \ln\left(1 + \frac{0{,}1}{T + 0{,}6}\right) + \frac{T^2}{(T + 0{,}7)(T + 0{,}6)}.$$

5. ECUAȚIA DE MIȘCARE ÎN CARE SE NEGLIJEAZĂ EFECTUL FORȚELOR CAPILARE

Nu ne punem problema rezolvării ecuației (18) decît în unele cazuri particulare și prin metode aproximative. Astfel, pentru această fază a studiului vom presupune $P_c(S) = \text{const.}$ astfel încît ecuația (18) devine

$$\frac{m}{k} A(S) \frac{\partial S}{\partial T} - \left(\frac{k_{ra}}{\mu_a}\frac{k'_{rt}}{\mu_t} - \frac{k'_{ra}}{\mu_a}\frac{k_{rt}}{\mu_t}\right)\left\{\mathrm{Re}\left[\frac{1}{2\pi}\iint_D \Delta p_a \frac{\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta}{\zeta - z} - \varphi(z, T)\right]\frac{\partial S}{\partial x} - \right.$$

$$\left. - \mathrm{Im}\left[\frac{1}{2\pi}\iint_D \Delta p_a \frac{\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta}{\zeta - z} - \varphi(z, T)\right]\frac{\partial S}{\partial y}\right\} = 0, \tag{26}$$

iar din (12) obținem, pentru acest caz,

$$\Delta p_a = \frac{m}{k} \frac{A'(S)}{\frac{k_{ra}}{\mu_a}\frac{k'_{rt}}{\mu_t} - \frac{k'_{ra}}{\mu_a}\frac{k_{rt}}{\mu_t}} \cdot \frac{\partial S}{\partial T}. \tag{27}$$

Sub o altă formă,

$$\Delta p_a = \frac{m}{k} \frac{\partial}{\partial T} \Phi(S),$$

unde

$$\Phi(s) = \int \frac{A'(S)}{\frac{k_{ra}}{\mu_a}\frac{k'_{rt}}{\mu_t} - \frac{k'_{ra}}{\mu_a}\frac{k_{rt}}{\mu_t}}\,\mathrm{d}s \tag{28}$$

sau, ținînd seama de (22) și (23), după efectuarea calculelor se deduce

$$\Phi(s) = \int \frac{(3.25S - 1)\,\mu_t + (4{,}50S - 3{,}55)\,\mu_a}{3{,}519S^2 - 3{,}883\,S + 0{,}747}\,\mathrm{d}S. \tag{29}$$

Într-un prim pas al procedeului prin aproximații succesive vom presupune că membrul drept al relației (27) depinde doar de timp. Valoarea lui se va obține punînd $S = S(0, 0, T)$ adică, conform cu (25),

$$S(0, 0, T) = 1 - \frac{0{,}36}{T + 0{,}6}$$

și deci

$$\frac{\partial S}{\partial T}\Big|_{\substack{x=0\\y=0}} = \left(\frac{0{,}6}{T+0{,}6}\right)^2.$$

Pentru calculul efectiv, folosind relația (29) și pe cele precedente, cu notația

$$\tau = \frac{1}{T+0{,}6} \tag{30}$$

găsim

$$\Delta p_a^0 = \frac{m}{k}\mu_a \frac{2{,}25\,\frac{\mu_t}{\mu_a} + 0{,}95 - \left(1{,}2\,\frac{\mu_t}{\mu_a} + 1{,}62\right)\tau}{0{,}46\,\tau^2 - 1{,}13\,\tau + 0{,}37}. \tag{31}$$

Revenind la ecuația (26) după un calcul similar cu cel efectuat în § 3, vom avea

$$\frac{1}{2\pi}\iint_D \frac{\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta}{\zeta - z} = \mathrm{i}\left(y - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}(z - \bar{z} - \mathrm{i}). \tag{32}$$

Pentru determinarea funcției analitice $\varphi(z, T)$ folosim relațiile (16) și (17) impunînd presiunii p_a următoarele condiții:

$$\frac{\partial p_a}{\partial y} = 0 \text{ pe } AB \cup OC$$

$$p_a = \text{const. pe } OA \text{ (fig. 3)}$$

De aici rezultă că funcția olomorfă $\varphi(z, T)$ trebuie să satisfacă pe frontiera domeniului din figura 3 condițiile:

$$\operatorname{Im}\varphi(z, T) = \begin{cases} -\frac{1}{2}\Delta p_a^0 & \text{pe } OC, \\ \frac{1}{2}\Delta p_a^0 & \text{pe } AB, \\ \left(y - \frac{1}{2}\right)\Delta p_a^0 & \text{pe } OA, \end{cases} \tag{33}$$

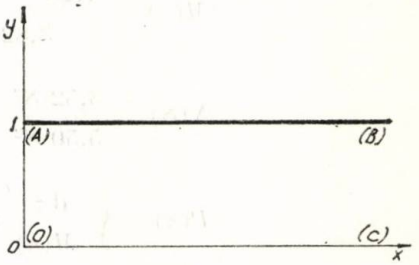


Fig. 3

ceea ce înseamnă că în acest caz simplificat $\varphi(z, T)$ se determină printr-o problemă de tip Dirichlet pentru semibandă. Reamintim că în cazul general [6] funcția se determină prin rezolvarea unei probleme de tip Hilbert.

Funcția olomorfă în D care satisface condițiile (33) este

$$\varphi(z, T) = \left(z - \frac{\mathrm{i}}{2}\right)\Delta p_a^0. \tag{34}$$

Datorită relaţiilor (32) şi (34) putem scrie,

$$\mathrm{Re}\left[\frac{1}{2\pi}\iint_D \Delta p_a^0 \frac{\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta}{\zeta - z} - \varphi(z, T)\right] = -\Delta p_a^0 \cdot x,$$

$$\mathrm{Im}\left[\frac{1}{2\pi}\iint_D \Delta p_a^0 \frac{\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta}{\zeta - z} - \varphi(z, T)\right] = 0,$$

astfel că ecuaţia (26) devine

$$\frac{m}{k}\frac{1}{\Delta p_a^0}\frac{\partial S}{\partial T} + \alpha(s)\, x \frac{\partial S}{\partial x} = 0, \tag{35}$$

unde

$$\alpha(S) = \frac{\dfrac{k_{ra}}{\mu_a}\dfrac{k'_{rt}}{\mu_t} - \dfrac{k'_{ra}}{\mu_a}\dfrac{k_{rt}}{\mu_t}}{A(S)}.$$

Pentru calcule vom adopta ca în [11] ipoteza că $\frac{\mu_t}{\mu_a} = 2$ şi ţinînd seama de schimbarea de variabilă (30), obţinem ecuaţia

$$\frac{1{,}28\,\tau^2 + 3{,}14\,\tau + 1}{3{,}82\,\tau - 5{,}45}\frac{\partial S}{\partial \tau} + \frac{3{,}52S^2 - 0{,}86S + 0{,}73}{5{,}50\,S^2 - 5{,}55\,S + 1{,}90}\, x \frac{\partial S}{\partial x} = 0,$$

care va trebui integrată cu condiţia (24) pentru $\tau = 5/3$.

Pentru simplificarea scrierii formulelor ce urmează să introducem notaţiile

$$M(\tau) = \frac{1{,}28\,\tau^2 + 3{,}14\,\tau + 1}{3{,}82\,\tau - 5{,}45},$$

$$N(S) = \frac{3{,}52\,S^2 - 0{,}86\,S + 0{,}73}{5{,}50\,S^2 - 5{,}55S + 1{,}90}, \tag{36}$$

$$P(\tau) = \int \frac{\mathrm{d}\tau}{M(\tau)}; \quad P_0 = \left[\int \frac{\mathrm{d}\tau}{M(\tau)}\right]_{\tau = \frac{5}{3}};$$

astfel încît soluţia căutată se scrie sub formă implicită,

$$(S - 0{,}3)\left\{x \cdot \mathrm{e}^{N(S)\left[P_0 - \int \frac{\mathrm{d}\tau}{M(\tau)}\right]} + 0{,}1(1 - y)\right\} = 0{,}01(1 - y)^2. \tag{37}$$

Deşi relaţia (37) reprezintă doar un prim pas al unui procedeu iterativ, totuşi se impun cîteva observaţii asupra compatibilităţii ei fizice.

În primul rînd să observăm că dacă notăm cu $S_1(x, y, \tau)$, saturația rezultată din (37), vom avea

$$S_1(x, y, \tau) \geqslant S_1(x, y), \tag{38}$$

corespunzător faptului că saturația nu poate să scadă după începerea injecției.

Într-adevăr, scriind convenabil relația (37), rezultă că trebuie să avem

$$\frac{0{,}01(1-y)^2}{x \cdot e^{N(S)\left[P_0 - \int \frac{d\tau}{M(\tau)}\right]} + 0{,}1(1-y)} \geqslant \frac{0{,}01(1-y)^2}{x + 0{,}1\,(1-y)},$$

inegalitate care va fi satisfăcută dacă

$$e^{N(S)\left[P_0 - \int \frac{d\tau}{M(\tau)}\right]} \leqslant 1.$$

Ținînd seama de faptul că $N(S)$ este o funcție pozitivă, constatăm imediat că

$$P_0 - \int \frac{d\tau}{M(\tau)} \leqslant 0.$$

Afirmația se justifică prin aceea că creșterea lui T în intervalul $[0, \infty)$ implică scăderea lui τ de la 5/3 la 0, urmînd ca $P(\tau)$ să fie descrescătoare pe [0,5/3], ceea ce se verifică deoarece derivata ei este negativă.

Pe de altă parte, se poate arăta că soluția (37) satisface inegalitatea

$$S_1(x, y, \tau) \leqslant 1 \tag{39}$$

pentru orice $\tau \in (0,5/3]$. Pentru aceasta, scriind relația

$$\frac{0{,}1(1-y)^2}{x\, e^{N(S)\left[P_0 - \int \frac{d\tau}{M(\tau)}\right]} + 0{,}1(1-y)} \leqslant 7$$

echivalentă cu (39), deducem

$$(1-y)^2 - 7(1-y) - 70\, x\, e^{N(S)\left[P_0 - \int \frac{d\tau}{M(\tau)}\right]} \leqslant 0,$$

inegalitate satisfăcută evident pentru orice $x \geqslant 0$, $y \in [0,1]$ $\tau \in (0,5/3]$.

6. CONTINUAREA PROCEDEULUI DE APROXIMAȚII SUCCESIVE

Pentru rezolvarea problemei se propune următorul procedeu iterativ: cu soluția găsită (37), se construește funcția (27) sau (29), obținînd o expresie de forma

$$\Delta p_a = \Delta^1 p_a(x, y, T),$$

corespunzătoare relației (31). Cu aceasta se poate calcula integrala dublă, similar cu (32), rezultînd

$$E^1(z, \bar{z}, T) = \frac{1}{2\pi} \iint_D \Delta^1 p_a(\xi, \eta, T) \frac{d\xi d\eta}{\zeta - z},$$

și apoi cu aceleași condiții la limită pentru presiune vom avea

$$\text{Im } \varphi(z, T) = \text{Im } E^1(z, \bar{z}, T) \text{ pe } AB \cup OC,$$

$$\text{Re } \varphi(z, T) = -\text{Re } E^1(z, \bar{z}, T) \text{ pe } OA, \tag{39}$$

obținute din (17), relații care determină funcția $\varphi(z, T)$. Cu acestea, revenind în ecuația (26), se găsește soluția notată cu $S_2(x, y, T)$.

Aplicarea în continuare a acestui procedeu conduce la scrierea șirului de funcții:

$$S_1(x, y, T), \; S_2(x, y, T), \; \ldots \; S_n(x, y, T), \; \ldots$$

Principala problemă, dar care necesită un studiu special și de care nu ne ocupăm aici, este aceea a convergenței șirului de mai sus și a faptului că limita lui satisface ecuația (26).

Problema la limită (39) este particulară datorită domeniului de mișcare ales și a condițiilor la limită adoptate. În alte cazuri este necesar să se reconsidere problema conform cu metoda expusă în [6].

Să remarcăm și situația mai simplă cînd mișcarea se desfășoară în tot planul complex sub influența unui sistem de puțuri de injecție și extracție considerate punctiforme. Absența frontierelor de alimentare și a celor impermeabile permite determinarea funcției $\varphi(z, T)$ prin singularitățile care se impun în sonde. De exemplu, să considerăm o singură sondă situată în punctul de afixă z_0, de debit Q; extensia la cazul unui sistem arbitrar ca cel considerat în [12] se face fără nici o dificultate. Se arată ușor că în acest caz $\varphi(z, T)$ are expresia

$$\varphi(z, T) = \frac{C(T)}{z - z_0}$$

funcția $C(T)$ obținîndu-se folosind debitul.

Primită la redacție la 28 septembrie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. V. Ionescu, C. Cozma, *Dezlocuirea necapilară a fluidelor în medii poroase omogene*, St. cerc. mec. apl., **29**, 5 (1970).
2. — *Asupra unor condiții la limită în dezlocuirea necapilară în medii poroase*, St. cerc. mec. apl., **30**, 1 (1971).

3. V. Ionescu, C. Cozma *Mișcarea bifazică necapilară în medii poroase neomogene*, St. cerc. mec. apl., **30**, *3* (1971).
4. — *Problema generală a dezlocuirii plane, necapilare și negravitaționale în medii poroase omogene și neomogene*, St. cerc. mec. apl., **30**, *5* (1971).
5. — *Efectul capilarității în dezlocuirea bidimensională a fluidelor nemiscibile în medii poroase neomogene*, St. cerc. mec. apl., **32**, *5* (1973).
6. C. Cozma, *O generalizare a ecuației lui Buckley și Leverett*, St. cerc. mec. apl., **34**, *3* (1975).
7. T. Oroveanu, *Scurgerea fluidelor multifazice prin medii poroase*, București, Edit. Academiei, 1966.
8. Jim Douglas Jr., P. M. Blair, R. J. Wagner, *Calculation of liniar Waterflood behavior including the effects of capillary pressure*, Transactions A.I.M.E. **213** (1958).
9. V. M. Rîjik, I. A. Ciarnîi, Cen Cijun-Sian, *O nekotorih tocinih reșeniah uravnenii nestaționarnoi filtrații dvuhfaznoi jidkosti*, Izv. Akad. Nauk SSSR, OTN Meh. Mașin., *1* (1961).
10. C. R. McEvan, *A numerical solution of liniar displacement equation with capillary pressure*, Transactions AIME, **216** (1959).
11. Jim Douglas, Jr., D. W. Peaceman, H. H. Rachford Jr., *A method for calculating multidimensional imiscible displacement* Transactions AIME, **216** (1959).
12. Șt. I. Gheorghiță, *Metode matematice în hidrogazodinamica subterană*, Edit. Acad. R.S.R. București, 1966.

EXPRIMAREA ECUAȚIILOR DE MIȘCARE ALE CASTELELOR DE APĂ CU CONSIDERAREA FORȚELOR HIDRODINAMICE DE INTERACȚIUNE

de A. NEGOIȚĂ și H. BĂRBAT *)
Institutul politehnic Iași

În lucrare sînt stabilite ecuațiile de mișcare ale castelelor de apă supuse acțiunii seismice, prin utilizarea unui model dinamic care permite luarea în considerare a forțelor hidrodinamice de interacțiune structură-apă. Este pusă în evidență în ecuațiile de mișcare masa adițională datorată interacțiunii. Lucrarea a fost prezentată la cea de-a IV-a Conferință de mecanică, București, 18—20 decembrie 1975.

1. INTRODUCERE

Modelele dinamice utilizate în mod uzual în analiza seismică a castelelor de apă înlocuiesc efectul lichidului prin mase suplimentare atașate rezervorului. Aceste mase sînt presupuse a fi legate de pereții rezervorului prin intermediul unor resorturi liniare, fiecare masă fiind asociată unui mod natural de vibrație al apei în rezervorul considerat perfect rigid [1],[2]. Prin analiza problemei pe un astfel de model simplificat nu sînt luate în considerare forțele hidrodinamice suplimentare ce apar datorită flexibilității pereților rezervorului, deci nu este prins efectul interacțiunii structură—apă.

În lucrare sînt stabilite ecuațiile de mișcare ale castelelor de apă acționate de mișcări seismice incluzîndu-se fenomenul de interacțiune structură—apă, prin utilizarea combinată a metodei elementelor finite și a metodei diferențelor finite.

2. ECUAȚII DE MIȘCARE

Structura de rezistență a castelului de apă din figura 1 este discretizată prin utilizarea a N elemente axial-simetrice [13] și are n grade de libertate dinamică.

*) Lucrare prezentată la cea de-a IV-a Conferință de mecanică, București, 18—20 decembrie 1975.

Apa din rezervor este un continuu elastic incompresibil. Considerînd ca excitație mișcarea seismică orizontală a terenului cu accelerația $a(t)$, ecuațiile de mișcare ale structurii discretizate sînt :

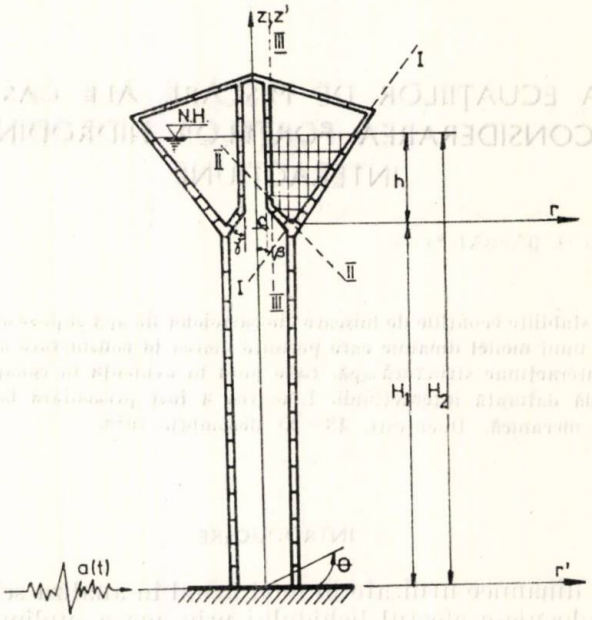


Fig. 1

$$[M]\{\ddot{D}(t)\} + [C]\{\dot{D}(t)\} + [K]\{D(t)\} = -\{M\}a(t) + \{H(t)\}, \tag{1}$$

unde $[M]$, $[C]$ și $[K]$ sînt, respectiv, matricele maselor nodale, de amortizare și de rigiditate, $\{D(t)\}$ — vectorul deplasărilor nodale, $\{M\}$ — vectorul maselor nodale ale structurii, iar $\{H(t)\}$ — vectorul forțelor nodale datorate presiunii dinamice a apei, $p(r', \theta, z', t)$, care acționează normal pe pereții rezervorului. Matricea $[M]$ și vectorul $\{M\}$ iau în considerare și presiunea hidrostatică a apei.

Considerînd în cazul mișcării seismice o stare de tensiuni și deformații antisimetrică în structură, presiunea hidrodinamică poate fi scrisă (în reperul r, θ, z atașat rezervorului) :

$$p(r, \theta, z, t) = p'(r, z, t) \cos \theta, \tag{2}$$

unde ordonata $z' = z - H_1$ se referă numai la rezervor.

Ecuațiile de mișcare se decuplează prin utilizarea transformării obișnuite :

$$\{D(t)\} = [\Phi]\{Y(t)\}, \tag{3}$$

unde $[\Phi]$ este matricea vectorilor proprii de vibrație a castelului (și nu iau în considerare vibrațiile apei), iar $\{Y(t)\}$ este vectorul coordonatelor generalizate. Ecuațiile (1) devin :

$$[M^*]\{\ddot{Y}(t)\} + [C^*]\{\dot{Y}(t)\} + [K^*]\{Y(t)\} = \{F^*(t)\}, \tag{4}$$

unde

$$[M^*] = [\Phi]\,[M]\,[\Phi];\ [C^*] = [\Phi]^T[C]\,[\Phi];[K^*] = [\Phi]^T\,[K]\,[\Phi]$$

și

$$\{F^*(t)\} = -[\Phi]^T\{M\}a(t) + [\Phi]\{H(t)\}. \tag{5}$$

3. CAZUL UNEI EXCITAȚII ARMONICE

Se consideră componenta orizontală a acceleraţiei terenului de forma

$$a(t) = \cos \omega t. \tag{6}$$

Răspunsul sistemului la această excitaţie va fi tot armonic, putînd fi exprimat :

$$\{\ddot{Y}^e(t)\} = \{A\} \cos \omega t, \tag{7}$$

presiunea hidrodinamică fiind

$$p'(r, z, t) = \bar{p}(r, z) \cos \omega t. \tag{8}$$

Indicele e precizează că răspunsul conform ecuaţiei (7) corespunde excitaţiei elementare armonice.

4. PRESIUNEA HIDRODINAMICĂ ÎN CAZUL EXCITAȚIEI ARMONICE

Mişcarea apei în rezervor este guvernată, în ipoteza mişcărilor de mică amplitudine şi a incompresibilităţii apei, de ecuaţia lui Laplace, care scrisă în coordonatele (r, θ, z) şi considerînd ecuaţiile (2) şi (8), ia forma

$$\frac{\partial^2 \bar{p}(r, z)}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \bar{p}(r, z)}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial r} - \frac{1}{r^2}\bar{p}(r, z) = 0. \tag{9}$$

Ecuaţia (9) se rezolvă pentru următoarele condiţii de contur :

1) Pe suprafaţa liberă, presiunea hidrodinamică este anulată de presiunea gravitaţională (condiţia lui Poisson) :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -g\frac{\partial p}{\partial z}$$

sau, conform ecuaţiilor (2) şi (8),

$$\omega^2 \bar{p}(r, z) = -g\frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial z}. \tag{10}$$

2) Presiunea exercitată de apă pe suprafața de contact I — I este aceeași cu presiunea exercitată de structură asupra apei.

Accelerația structurii în punctele nodale ale suprafeței de contact I — I va fi suma dintre accelerația în cazul considerării structurii ca fiind perfect rigidă, terenul mișcîndu-se cu accelerația $\cos \omega t$ și accelerația structurii flexibile, datorită vibrațiilor structurii în modurile proprii ($[\Phi^I]$ sînt ordonatele modale corespunzătoare modurilor de pe suprafața I —I):

$$\{\ddot{D}^I(t)\} = \{1\}\cos \omega t + [\Phi^I]\{\ddot{Y}^e(t)\}. \tag{11}$$

Vom scrie formal, doar în vederea ușurării exprimărilor ulterioare vectorii ordonatelor modale $\{\Phi_i^I\}$ sub forma lor continuă

$$\varphi_i^I(r, \theta, z) = \bar{\varphi}_i^I(r, z) \cos \theta, \tag{12}$$

astfel încît, accelerația structurii în formă continuă, va fi:

$$\ddot{D}^I(r, \theta, z, t) = \sum_{i=1}^{n} A_i \bar{\varphi}_i^I(r, z) \cos \omega t \cos\theta + \cos \omega t \cos\theta, \tag{13}$$

unde s-a utilizat și relația (7).

Ținînd seama de ecuațiile (2), (8) și (13) condiția de contur pe suprafața I — I se poate scrie:

$$\frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial \nu} = -\rho\left(\sum_{i=1}^{n} A_i \bar{\varphi}_i^{-I}(r,z)+1\right)$$

unde ν este normala la suprafața rezervorului. Deci

$$-\frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial r}\cos\beta + \frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial z}\sin\beta = -\rho\left(\sum_{i=1}^{n} A_i \bar{\varphi}_i^I(r, z) + 1).\right) \tag{14}$$

Pe suprafețele II — II și III — III se pun condiții de contur similare acesteia:

3) Suprafața II — II:

$$\frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial r}\cos\gamma - \frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial z}\sin\gamma = -\rho\left(\sum_{i=1}^{n} A_i \bar{\varphi}_i^{II}(r, z) + 1\right). \tag{15}$$

4) Suprafața III — III:

$$\frac{\partial \bar{p}(c, z)}{\partial r} = -\rho\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\, \bar{\varphi}_i^{III}(c, z) + 1\right). \tag{16}$$

În ecuațiile (15) și (16), $\bar{\varphi}_i^{II}(r, z)$ și $\bar{\varphi}_i^{III}(c, z)$sînt definite similar funcției continue $\bar{\varphi}_i^{I}(r, z)$.

Considerăm că și presiunea hidrodinamică este dată de următoarea suprapunere de efecte :

$$\bar{p}(r, z) = \bar{p}_0(r, z) + \sum_{i=1}^{n} A_i \bar{p}_i (r, z), \tag{17}$$

unde

$\bar{p}_0(r, z)$ este presiunea hidrodinamică de răspuns la excitația $\cos \omega t$ în cazul în care structura este considerată perfect rigidă și este soluția ecuației (9) pentru condițiile de contur :

$$(1) \qquad \omega^2 \bar{p}\,(r, z) = -\, g \frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial z},$$

$$(2) \qquad -\frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial r} \cos\beta + \frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial z} \sin\beta = -\rho, \tag{18}$$

$$(3) \qquad \frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial r} \cos\gamma + \frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial z} \sin\gamma = -\rho,$$

$$(4) \qquad \frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial r} = -\rho,$$

$\bar{p}_i(r, z)$ este presiunea hidrodinamică datorată vibrațiilor structurii în modul i și este soluția ecuației (9) pentru condițiile de contur :

$$(1) \qquad \omega^2 \bar{p}(r, z) = -\, g \frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial r},$$

$$(2) \qquad -\frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial r} \cos\beta + \frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial z} \sin\beta = -\rho \bar{\varphi}_i^{II}(r, z), \tag{19}$$

$$\frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial r} \cos\gamma - \frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial z} \sin\gamma = -\rho \bar{\varphi}_i^{II}(r, z),$$

$$(4) \qquad \frac{\partial \bar{p}(r, z)}{\partial r} = -\rho \bar{\varphi}_i^{III}(r, z).$$

Ecuația (9) se rezolvă prin metoda diferențelor finite, odată pentru condițiile de contur (18) și de n ori pentru condițiile de contur (19). Se

consideră ca noduri de pe contur ale rețelei utilizate în metoda diferențelor finite, nodurile rețelei de elemente finite care discretizează structura (fig. 1).

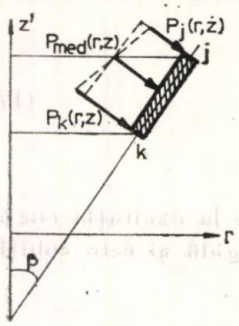


Fig. 2

Presiunea apei într-un nod oarecare k, care este normală la peretele rezervorului, este dată conform ecuației (17), de

$$\bar{p}_k(r, z) = \bar{p}_{0k}(r, z) + \sum_{i=1}^{n} A_i \bar{p}_{ik}(r, z). \tag{20}$$

Se calculează presiunea hidrodinamică medie $\bar{p}_{med}(r, z)$ considerată constantă pe fiecare element (fig. 2) cu care se stabilește conform relației (8) $p_{med}(r, z, t)$, după care se calculează vectorul forțelor hidrodinamice nodale $\{H(t)\}$ prin procedeul propriu analizei structurale matriceale.

5. MASA ADIȚIONALĂ DE INTERACȚIUNE

Vectorul $\{H(t)\}$ este exprimat în continuare conform suprapunerii de efecte utilizată și în relația (20):

$$\{H(t)\} = \{H_0(t)\} + \sum_{i=1}^{n} \{H_i(t)\}, \tag{21}$$

unde, ținînd seama de (8),

$$\{H_0(t)\} = \{\bar{H}_0\} \cos \omega t,$$

$$\{H_i(t)\} = \{\bar{H}_i\} A_i \cos \omega t. \tag{22}$$

Conform ecuației (7), relația (21) devine:

$$\{H(t)\} = \{\bar{H}_0\} \cos \omega t + [\bar{H}]\{\ddot{Y}^e(t)\}. \tag{23}$$

Introducînd expresia (23) a lui $\{H(t)\}$ în relația (4), obținem

$$[M^*]\{\ddot{Y}^e(t)\} + [C^*]\{\dot{Y}^e(t)\} + [K^*]\{Y^e(t)\} =$$

$$= -[\Phi]^T\{\bar{H}_0\}\cos\omega t + [\Phi]^T\{\bar{H}_0\} \cos \omega t + [\Phi]^T[\bar{H}]\{\ddot{Y}^e(t)\}$$

sau

$$([M^*] + [M^a])\{\ddot{Y}^e(t)\} + [C^*]\{\dot{Y}^e(t)\} + [K^*]\{Y^e(t)\} = \{F\} \cos\omega t, \tag{14}$$

unde

$[M^a] = -[\Phi][\bar{H}]$ este masa adițională care caracterizează interacțiunea rezervor—apă, și

$\{F\} = [\Phi]^T(-\{M\} + \{\bar{H}_0\})$ ia în considerare prin al doilea termen din paranteză mișcarea apei în cazul structurii presupuse ca fiind perfect rigidă.

6. RĂSPUNSUL SISTEMULUI LA O MIȘCARE OARECARE A TERENULUI

Prin rezolvarea ecuațiilor (24) se obține vectorul $\{Y^e(t)\}$ al răspunsului generalizat la excitația armonică cos ωt. Răspunsul complex în frecvențe al structurii, $\bar{Y}_i^e(\omega)$, la excitația armonică pusă sub forma ei complexă $e^{j\omega t}$ se calculează cu ajutorul transformatei Fourier :

$$\bar{Y}_i^e(\omega) = \int_0^{t_s} Y_i^e(t) e^{-j\omega t} dt, \tag{25}$$

unde t_s este durata mișcării terenului.

Răspunsul în domeniul timp al structurii la accelerația oarecare $a(t)$ se obține prin sinteza Fourier a răspunsurilor la componentele armonice :

$$Y_i(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{Y}_i^e(\omega) A(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \tag{26}$$

unde $A(\omega)$ este transformata Fourier a accelerației $a(t)$:

$$A(\omega) = \int_0^{t_s} a(t)\, e^{-j\omega t} dt. \tag{27}$$

Se calculează Y_i pentru $i = 1, 2, \ldots, n$, răspunsul în deplasări $\{D(t)\}$ al sistemului la excitația $a(t)$ fiind dat de ecuația (3).

BIBLIOGRAFIE

1. N. M. Newmark, E. Rosenblueth, *Fundamentals of Earthquake Engineering.*
2. G. W. Housner, *Vibrațiile structurilor sub efectul undelor seismice*, Socuri și Vibrații, redactată de C. M. Harris și C. E. Crede, trad. din limba engleză, Edit. tehnică, București, 1969.
3. S. Gosh, E. Wilson, *Dynamic Stress Analysis of Axisymmetric Structures under Arbitrary Loading*, E.E.R.C., Report No. 69—10 Sept. 1969, Berkeley, California.

MODEL DE CURGERE NESTAȚIONARĂ CU SCHIMBARE DE FAZĂ IN MEDII POROASE

de JORGE EDILBERTO PEREZ, CONSTANTIN GH. POPA,
Institutul de petrol și gaze, Ploiești

Lucrarea tratează problema schimbării de fază într-o curgere nestaționară prin mediile poroase. Se utilizează metoda numerică IMPES pentru rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale. Modelul este aplicat pentru cazul curgerii nestaționare a unui amestec apă-țiței către o sondă atunci cînd presiunea în sondă scade sub presiunea de saturație, fiind util pentru rezolvarea problemelor de cercetarea sondelor.

1. INTRODUCERE

În activitatea de exploatare a zăcămintelor de țiței o importanță din ce în ce mai mare o are simularea cît mai apropiată de realitate a procesului de curgere din zăcămînt în scopul prevederii performanțelor acestuia. Odată cu perfecționarea tehnicii de calcul a devenit posibilă folosirea unor modele matematice tot mai complexe pentru descrierea fenomenelor ce au loc în mediile poroase în timpul exploatării zăcămintelor.

Una din problemele importante ale exploatării zăcămintelor de țiței este problema schimbării de fază [1]. Problema schimbării de fază este tratată și în [2], dar considerîndu-se o succesiune de stări staționare și fără a se lua în considerare geometria curgerii. Lucrarea de față își propune să studieze problema schimbării de fază într-un mediu poros într-o curgere nestaționară către o sondă. Se consideră astfel un mediu poros saturat inițial cu apă și țiței (curgere bifazică) la o presiune deasupra presiunii de saturație. Sonda este exploatată la un debit constant de țiței și odată cu scăderea presiunii sub presiunea de saturație încep să iasă gaze din soluție apărînd o curgere trifazică.

Rezolvarea ecuațiilor diferențiale care apar în cazul curgerii trifazice se face printr-o metodă numerică denumită metoda IMPES (deoarece se calculează în mod implicit presiunile și în mod explicit saturațiile). Mai jos se va face și o discuție asupra performanțelor acestei metode aplicată rezolvării unor astfel de probleme.

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 1, 1978, P. 67–78

2. FORMULAREA PROBLEMEI

Ecuaţiile de continuitate în condiţii de suprafaţă sînt :
— pentru faza ţiţei :

$$\nabla \frac{v_t}{b_t} = m \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_t}{b_t}\right), \tag{1'}$$

— pentru faza apă :

$$\nabla \frac{v_a}{b_a} = m \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_a}{b_a}\right), \tag{1''}$$

— pentru faza gaze :

$$\nabla\left(\frac{v_g}{b_g} + R \cdot \frac{v_t}{b_t}\right) = m \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_g}{b_g} + R \cdot \frac{S_t}{b_t}\right). \tag{1'''}$$

Neglijînd gravitatea şi forţele capilare şi admiţînd valabilă legea lui Darcy pentru curgerea multifazică, avem

$$v_j = \frac{k \cdot k_j}{\mu_j} \cdot \nabla P, \quad j = t, a, g. \tag{2}$$

În rezolvarea sistemului (1) trebuie avut în vedere că

$$S_t + S_a + S_g = 1. \tag{3}$$

Utilizînd ecuaţiile (2), ecuaţiile (1) devin

$$\nabla(T_t \cdot \nabla P) = m \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_t}{b_t}\right), \tag{4'}$$

$$\nabla(T_a \cdot \nabla P) = m \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_a}{b_a}\right), \tag{4''}$$

$$\nabla(T_g \nabla P + R \cdot T_t \cdot \nabla P) = m \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_g}{b_g} + R \cdot \frac{S_t}{b_t}\right), \tag{4'''}$$

unde am definit transmisibilităţile :

$$T_j = \frac{k \cdot k_j}{\mu_j \cdot b_j}, \; j = a, t, g. \tag{5}$$

De observat că ecuaţia scrisă pentru faza gaze (4''') poate fi dezvoltată şi simplificată dacă se ţine seama de egalitatea dată de ecuaţia scrisă

pentru faza țiței, așa că sistemul (4) se transformă în sistemul :

$$\nabla(T_t \cdot \nabla P) = m \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_t}{b_t}\right), \tag{6'}$$

$$\nabla(T_a \cdot \nabla P) = m \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_a}{b_a}\right), \tag{6''}$$

$$\nabla(T_g \cdot \nabla P) + T_t \cdot \nabla R \cdot \nabla P = m \cdot \left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_g}{b_g}\right) + \frac{S_t}{b_t} \cdot \frac{\partial R}{\partial t}\right]. \tag{6'''}$$

Pentru cazul curgerii plan radiale, avînd în vedere că vom da o soluție numerică sistemului (6), dorim să avem mai multe puncte nodale în imediata vecinătate a găurii de sondă unde gradienții de presiune și saturație sînt mai mari.

Ca atare putem face o transformare la coordonate logaritmice unidimensionale :

$$\bar{r} = \frac{r}{r_s}, \tag{7}$$

$$\bar{r}_e = \frac{r_e}{r_s}, \tag{8}$$

$$\xi = \frac{\ln \bar{r}}{\ln \bar{r}_e}, \tag{9}$$

astfel că (fig. 1) pentru

$$r_s \leqslant r \leqslant r_e, \tag{10}$$

avem

$$0 \leqslant \xi \leqslant 1. \tag{11}$$

Din (7) — (9) rezultă

$$r = r_s \cdot (\bar{r}_e)^{\xi}. \tag{12}$$

Folosind (12) și transformarea de coordonate dată de (7) — (9), sistemul (6) devine :

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left(T_t \cdot \frac{\partial P}{\partial \xi}\right) = m \cdot (r \cdot \ln \bar{r}_e)^2 \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_t}{b_t}\right), \tag{13'}$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left(T_a \cdot \frac{\partial P}{\partial \xi}\right) = m \cdot (r \cdot \ln \bar{r}_e)^2 \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_a}{b_a}\right), \tag{3''}$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left(T_g \cdot \frac{\partial P}{\partial \xi}\right) + T_t \cdot \frac{\partial R}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial P}{\partial \xi} = m \cdot (r \cdot \ln \bar{r}_e)^2 \cdot \left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_g}{b_g}\right) + \frac{S_t}{b_t}\frac{\partial R}{\partial t}\right], \tag{13'''}$$

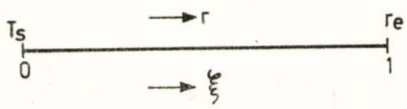


Fig. 1

cu condițiile la limită :

$$P_s = P_s(t); \quad P_e = P_e(t)$$

și condițiile inițiale

$$P(\xi) = P_0.$$

3. MODELUL IMPES

Pentru rezolvarea numerică a sistemului (13) trebuie folosită dezvoltarea în diferențe finite. Folosim diferențele finite centrale pentru partea stîngă a fiecărei ecuații și diferențele finite regresive pentru partea dreaptă. Dezvoltarea în diferențe finite se va face pentru nodul i și la momentul $(n + 1)$ (fig. 2).

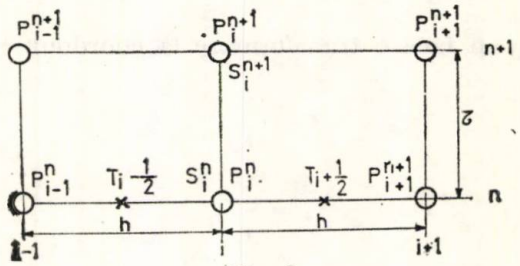


Fig. 2

Pentru partea dreaptă trebuie avut în vedere că variația saturației în timp dă cumulativul de fluid extras și deci pentru păstrarea bilanțului trebuie folosită următoarea dezvoltare [3] :

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S}{b}\right)\right]_i^{n+1} = S_i^n \cdot \left[\frac{\partial\left(\frac{1}{b}\right)}{\partial t}\right]_i^{n+1} + \left(\frac{1}{b}\right)_i^{n+1} \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_i^{n+1}, \tag{14}$$

unde, avînd în vedere că b este o funcție numai de presiune și că trebuie păstrat bilanțul, este necesar să se scrie

$$\left[\frac{\partial\left(\frac{1}{b}\right)}{\partial t}\right]_i^{n+1} = \frac{\left(\frac{1}{b}\right)_i^{n+1} - \left(\frac{1}{b}\right)_i^n}{P_i^{n+1} - P_i^n} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_i^{n+1}. \tag{15}$$

Ecuația (14) se poate deci scrie sub forma :

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S}{b}\right)\right]_i^{n+1} = \frac{1}{\tau} \cdot \left[S_i^n \cdot \frac{\left(\frac{1}{b}\right)_i^{n+1} - \left(\frac{1}{b}\right)_i^n}{P_i^{n+1} - P_i^n} \cdot (P_i^{n+1} - P_i^n) + \right. \tag{16}$$

$$\left. + \left(\frac{1}{b}\right)_i^{n+1} \cdot (S_i^{n+1} - S_i^n)\right].$$

Pentru partea stîngă a ecuațiilor (13), dezvoltînd în jurul nodului i, (fig. 2):

$$\left[\frac{\partial}{\partial \xi}\left(T\cdot\frac{\partial P}{\partial \xi}\right)\right]_i^{n+i} = \tag{17}$$

$$= \frac{1}{h^2}\cdot\left[T^n_{i-\frac{1}{2}}\cdot P^{n+1}_{i-1} - \left(T^n_{i-\frac{1}{2}} + T^n_{i+\frac{1}{2}}\right)\cdot P^{n+1}_i + T^n_{i+\frac{1}{2}}\cdot P^{n+1}_{i+1}\right].$$

Notăm

$$\gamma = \frac{\tau}{h^2}, \tag{18}$$

$$\Delta S^{n+1}_i = S^{n+1}_i - S^n_i, \tag{19}$$

$$\delta^{n+1}_i = \frac{m\cdot(r\cdot\ln\bar{r}_e\cdot)^2_i\cdot S^n_i\cdot\dfrac{\left(\dfrac{1}{b}\right)^{n+1}_i - \left(\dfrac{1}{b}\right)^n_i}{P^{n+1}_i - P^n_i}}{\left(\dfrac{1}{b}\right)^{n+i}_i}, \tag{20}$$

$$\beta^{n+1}_i = \frac{\gamma\cdot T^n_{i-\frac{1}{2}}}{\left(\dfrac{1}{b}\right)^{n+1}_i}, \tag{21}$$

$$\bar{\beta}^{n+1}_i = \frac{\gamma\cdot T^n_{i+\frac{1}{2}}}{\left(\dfrac{1}{b}\right)^{n+1}_i}, \tag{22}$$

$$\omega^{n+1}_i = \beta^{n+1}_i + \delta^{n+1}_i + \bar{\beta}^{n+1}_i. \tag{23}$$

Cu aceste notații, ecuațiile (13′) și (13″) se scriu, respectiv,

$$\Delta S^{n+1}_{t_i} = \beta^{n+1}_{t_i}\cdot P^{n+1}_{i-1} - \omega^{n+1}_{t_i}\cdot P^{n+1}_i + \bar{\beta}^{n+1}_{t_i}\cdot P^{n+1}_{i+1} + \delta^{n+1}_{t_i}\cdot P^n_i, \tag{24}$$

$$\Delta S^{n+1}_{a_i} = \beta^{n+1}_{a_i}\cdot P^{n+1}_{i-1} - \omega^{n+1}_{a_i}\cdot P^{n+1}_i + \bar{\beta}^{n+1}_{a_i}\cdot P^{n+1}_{i+1} + \delta^{n+1}_{a_i}\cdot P^n_i. \tag{25}$$

Pentru scrierea în diferențe finite a ecuației (13‴) trebuie avut în vedere că această ecuație a fost derivată din ecuația (4‴) și ca atare pentru păstrarea bilanțului gazelor, este necesar să se scrie

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_g}{b_g}\right) + \frac{S_t}{b_t}\cdot\frac{\partial R}{\partial t}\right]^{n+1}_i = \left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_g}{b_g}\right)\right]^{n+1}_i + \left(\frac{S_t}{b_t}\right)^n_i\cdot\left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)^{n+1}_i. \tag{26}$$

Pentru primul termen din partea dreaptă a ecuației (26) se folosește aceeași dezvoltare dată de ecuația (16); termenul al doilea se scrie în vederea păstrării bilanțului, sub forma

$$\left(\frac{S_t}{b_t}\right)_i^n \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)_i^{n+1} = \left(\frac{S_t}{b_t}\right)_i^n \cdot \frac{R_i^{n+1} - R_i^n}{P_i^{n+1} - P_i^n} \cdot \frac{P_i^{n+1} - P_i^n}{\tau}. \tag{27}$$

Pentru partea stîngă a ecuației (13''') față de (13') și (13'') mai apare în plus un termen care trebuie dezvoltat sub forma [3]

$$\left[T_t \cdot \frac{\partial R}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial P}{\partial \xi}\right]_i^{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \left[\left(T_t \cdot \frac{\partial R}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial P}{\partial \xi}\right)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} + \left(T_t \cdot \frac{\partial R}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial P}{\partial \xi}\right)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1}\right], \tag{28}$$

unde, de exemplu,

$$\left[T_t \cdot \frac{\partial R}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial P}{\partial \xi}\right]_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} = \tag{29}$$

$$= \frac{1}{h^2} \cdot \left[T_{t\,i-\frac{1}{2}}^n \cdot (R_i^{n+1} - R_{i-1}^{n+1}) \cdot (P_i^{n+1} - P_{i-1}^{n+1}) \cdot\right].$$

Ținînd seama de ecuația (3), avem

$$\Delta S_{g_i}^{n+1} = - \Delta S_{t_i}^{n+1} - \Delta S_{a_i}^{n+1}. \tag{30}$$

Notînd în continuare

$$\sigma_{g_i}^{n+1} = \frac{\frac{\gamma}{2} \cdot T_{t\,i-\frac{1}{2}}^n \cdot (R_{i-1}^{n+1} - R_i^{n+1})}{\left(\frac{1}{b_g}\right)_i^{n+1}}, \tag{31}$$

$$\bar{\sigma}_{g_i}^{n+1} = \frac{\frac{\gamma}{2} \cdot T_{t\,i+\frac{1}{2}}^n \cdot (R_{i+1}^{n+1} - R_i^{n+1})}{\left(\frac{1}{b_g}\right)_i^{n+1}}, \tag{32}$$

$$\bar{\delta}_{g_i}^{n+1} = \frac{m \cdot (r \cdot \ln \bar{r}_e)_i^2 \cdot \left(\frac{s_t}{b_t}\right)_i^n \cdot \frac{R_i^{n+1} - R_i^n}{P_i^{n+1} - P_i^n}}{\left(\frac{1}{b_g}\right)_i^{n+1}}, \tag{33}$$

$$\alpha_{g_i}^{n+1} = \beta_{g_i}^{n+1} + \sigma_{g_i}^{n+1}, \tag{34}$$

$$\bar{\alpha}_{g_i}^{n+1} = \bar{\beta}_{g_i}^{n+1} + \bar{\sigma}_{g_i}^{n+1}, \tag{35}$$

$$\bar{\rho}_{g_i}^{n+1} = \delta_{g_i}^{n+1} + \bar{\delta}_{g_i}^{n+1}, \tag{36}$$

$$\rho_{g_i}^{n+1} = \alpha_{g_i}^{n+1} + \bar{\rho}_{g_i}^{n+1} + \bar{\alpha}_{g_i}^{n+1}, \tag{37}$$

ecuația (13''') devine

$$\Delta S_{g_i}^{n+1} = \alpha_{g_i}^{n+1} \cdot P_{i-1}^{n+1} - \rho_{g_i}^{n+1} \cdot P_i^{n+1} + \bar{\alpha}_{g_i}^{n+1} \cdot P_{i+1}^{n+1} + \bar{\rho}_{g_i}^{n+1} \cdot P_i^n. \tag{38}$$

Pe baza ecuației (30), putem scrie

$$A_i^{n+1} \cdot P_{i-1}^{n+1} - B_i^{n+1} \cdot P_i^{n+1} + C_i^{n+1} \cdot P_{i+1}^{n+1} = - D_i^{n+1}, \tag{39}$$

unde am notat :

$$A_i^{n+1} = \beta_{a_i}^{n+1} + \alpha_{g_i}^{n+1} + \beta_{t_i}^{n+1}, \tag{40}$$

$$B_i^{n+1} = \omega_{a_i}^{n+1} + \rho_{g_i}^{n+1} + \omega_{t_i}^{n+1}, \tag{41}$$

$$C_i^{n+1} = \beta_{a_i}^{n+1} + \bar{\alpha}_{g_i}^{n+1} + \bar{\beta}_{t_i}^{n+1}, \tag{42}$$

$$D_i^{n+1} = \delta_{a_i}^{n+1} + \bar{\rho}_{g_i}^{n+1} + \delta_{t_i}^{n+1}. \tag{43}$$

Principiul metodei IMPES constă în calculul distribuției de presiune din ecuația implicită (39) și apoi în calculul distribuției de saturații folosind ecuațiile explicite (24) și (25) cu care din relațiile (19) și (3) deducem

$$S_{a_i}^{n+1} = S_{a_i}^n + \Delta S_{a_i}^{n+1}, \tag{44}$$

$$S_{t_i}^{n+1} = S_{t_i}^n + \Delta S_{t_i}^{n+1}, \tag{45}$$

$$S_{g_i}^{n+1} = 1 - S_{a_i}^{n+1} - S_{t_i}^{n+1}. \tag{46}$$

Folosind condițiile la limită și scriind relația (39) în fiecare nod în care presiunea este necunoscută la momentul $(n + 1)$, putem scrie ecuația matriceală :

$$G^{n+1} \cdot \vec{P}^{n+1} = - \vec{D}^{n+1}, \tag{47}$$

în care G este o matrice tridiagonală (diagonal dominantă).

Deoarece în (47) elementele matricei G și termenii liberi sînt necunoscute (fiind funcții implicite de $\vec{P}^{n+1}$), ecuația (47) se scrie

$$G^{\nu} \cdot \vec{P}^{n+1} = -\vec{D}^{\nu}, \tag{48}$$

unde D este un nivel de iterație.

La pornirea procesului iterativ ($\nu = 1$) se consideră aproximațiile:

$$\frac{R_i^{n+1} - R_i^n}{P_i^{n+1} - P_i^n} \simeq \left(\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}P}\right)_i^n, \tag{49}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{b}\right)_i^{n+1} - \left(\frac{1}{b}\right)_i^n}{P_i^{n+1} - P_i^n} \simeq \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}P}\left(\frac{1}{b}\right)\right]_i^n, \tag{50}$$

$$R^{n+1} \simeq R^n; \quad \left(\frac{1}{b}\right)^{n+1} \simeq \left(\frac{1}{b}\right)^n. \tag{51}$$

Totuși, așa cum rezultă din figura 2 calculul transmisibilităților se face la momentul n.

Pentru evitarea instabilității soluției în calculul transmisibilităților se folosește saturația existentă în punctul nodal din amonte.

Modul de considerare a presiunii în punctul intermediar unde se calculează transmisibilitățile nu are influență asupra stabilității soluției, așa că vom calcula

$$T^n_{i-\frac{1}{2}} = \frac{k}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{\mu \cdot b}\right)_{i-1}^n + \left(\frac{1}{\mu \cdot b}\right)_i^n\right] \cdot k_i^n, \tag{52}$$

unde $k_i^n = k(S_i^n)$ și am presupus că curgerea are loc de la i către $i-1$. Analog, se calculează $T^n_{i+\frac{1}{2}}$.

Procesul iterativ din (48) se continuă pînă cînd

$$\max_i |P_i^{\nu+1} - P_i^{\nu}| \leqslant \varepsilon. \tag{53}$$

De obicei în două sau trei iterații se atinge precizia dorită, și atunci se consideră:

$$\vec{P}^{n+1} = \vec{P}^{\nu+1}.$$

Calculul saturațiilor, așa cum am arătat, se face în mod explicit și deoarece orice metodă explicită este condiționat stabilă, metoda IMPES va impune deci restricții foarte severe asupra pasului de timp.

4. APLICAȚIE

În lucrarea [4] acest model a fost aplicat pentru cazul unei sonde care deschide un mediu poros omogen și izotrop de grosime unitară cu o porozitate $m = 0{,}30$ și o permeabilitate absolută $K = 0{,}25$ Darcy. Raza sondei $r_s = 7{,}6$ cm, iar raza conturului exterior $r_e = 400$ m.

Saturația în apă interstițială este $S_{aint} = 0{,}25$.

Proprietățile mediului fluid în funcție de presiune sînt redate în figura 3.

Presiunea inițială de zăcămînt este $P_0 = 412$ at, deci superioară presiunii de saturație care, așa cum rezultă din figura 3, este $P_{sat} = 409$ at.

Se consideră că la limita exterioară nu există curgere, iar sonda se exploatează la un debit constant de țiței $Q_t = 0.8$ m³/m·grosime de strat (în condiții de zăcămînt).

Mediul poros este saturat inițial cu o saturație uniformă în apă $S_a = 0{,}53364 > S_{aint}$, deci inițial curg în sondă două faze, apa și țițeiul.

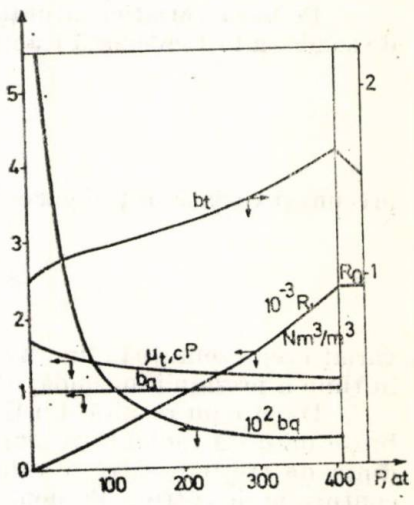


Fig. 3

La scăderea presiunii în sondă sub presiunea de saturație începe să curgă și cea de-a treia fază, gazele.

Avînd în vedere datele de mai sus, s-a folosit modelul lui Stone [5] pentru descrierea variației permeabilităților relative în funcție de saturație. Conform acestui model permeabilitatea relativă pentru apă și pentru gaze depinde numai de saturația în faza respectivă în timp ce permeabilitatea relativă pentru țiței este funcție de saturația în cele trei faze. Această permeabilitate relativă pentru țiței în cazul curgerii trifazice se poate calcula cu relația

$$k_t = (k_{ta} + k_a)\cdot(k_{tg} + k_g) - (k_a + k_g), \tag{54}$$

în care k_{tg} este permeabilitatea relativă pentru faza țiței în cazul curgerii bifazice gaze-țiței, iar k_{ta} este permeabilitatea relativă de fază pentru faza țiței în cazul curgerii bifazice apă—țiței (fig. 4).

De notat [5] că atunci cînd din (54) rezultă valori negative pentru k_t, se consideră $k_t = 0$ și deci saturația în țiței este egală cu saturația ireductibilă, S_{tired}.

Așa cum era de așteptat, desfășurarea procesului de calcul a impus restricții drastice asupra pasului de timp τ mai ales la punerea în producție a sondei.

În figura 5 este redată variația saturației în apă în prima celulă pentru un pas de timp neadecvat ales. Pentru respectarea criteriului de stabilitate a fost necesar ca pentru început să se lucreze cu $\tau = 20$ s, valoare care ulterior a putut fi dublată la diferite etape de calcul.

Rezolvarea sistemului de ecuații (48) s-a făcut folosind metoda lui Gauss. În figurile 6 și 7 sînt redate variațiile de presiune și saturație la două momente din perioada de început a exploatării.

Pe baza variației saturației în apă în prima celulă (la peretele găurii de sondă) a fost calculată fracția de apă în lichid :

$$f_a = \frac{Q_a}{Q_a + Q_t}, \tag{55}$$

precum și variația rației gaze-țiței :

$$RGT = \frac{Q_g}{Q_t}, \tag{56}$$

variații reprezentate în figura 8. Tot în această figură este redată și variația în timp a presiunii în sondă, P_s.

După cum rezultă din figura 8, deși la început fracția de apă scade brusc datorită mobilității mai mari a apei în prima celulă, ea are o tendință de creștere către o valoare stabilizată cel puțin pînă la atingerea conturului de către unda depresionară. Aceasta se explică tot prin mobilitatea mai mare a apei în raport cu mobilitatea țițeiului fapt care conduce la „alimentarea" cu apă a primei celule de către celelalte celule.

În figura 8 este reprezentată și variația *RGT* măsurată la nivelul stratului productiv, dată de gazele libere care curg în sondă.

Ca atare, după cum era de așteptat, pînă la atingerea presiunii de saturație *RGT* este egală cu zero, apoi începe să crească. Dacă acest *RGT* se măsoară la suprafață trebuie adăugată și rația de soluție adică gazele dizolvate în țiței la nivelul stratului productiv ; rezultă că la suprafață pînă la atingerea presiunii de saturație, *RGT* măsurată este egală cu rația

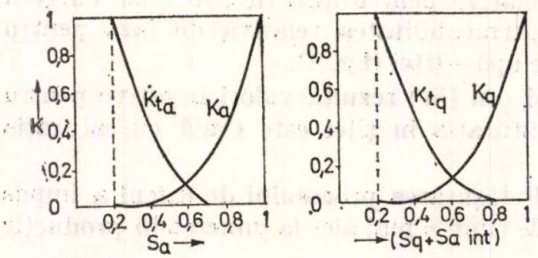


Fig. 4

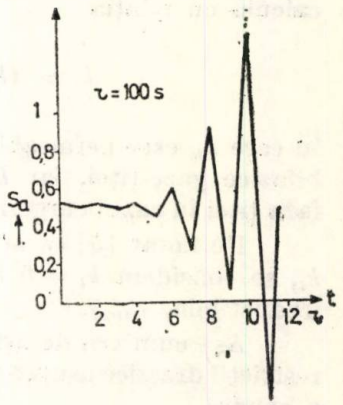


Fig. 5

inițială de soluție. Avînd în vedere că sub presiunea de saturație rația de soluție scade odată cu scăderea presiunii (fig. 3) și că la început viteza de scădere a rației de soluție este mai mare decît viteza de creștere a *RGT*

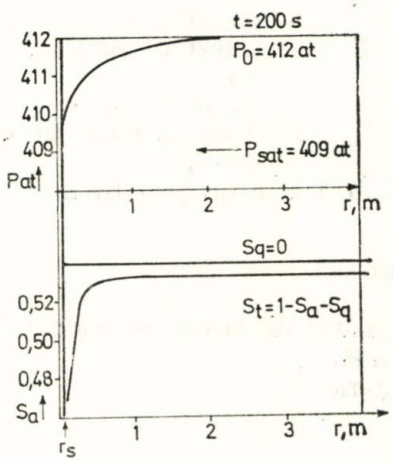


Fig. 6

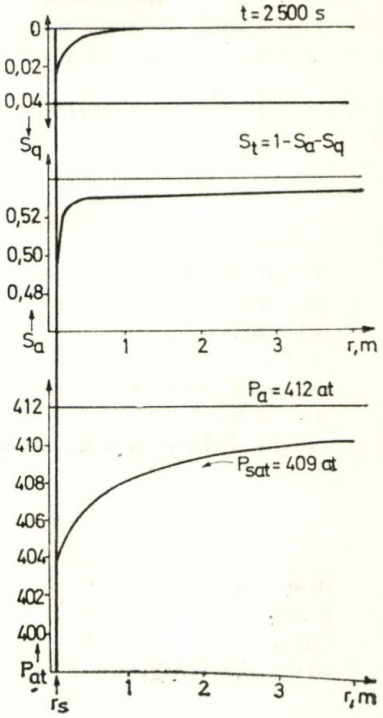


Fig. 7

măsurată la nivelul stratului datorită gazelor libere, o perioadă scurtă de timp după ce presiunea din sondă a scăzut sub presiunea de saturație *RGT* înregistrează o scădere sub valoarea rației inițiale de soluție R_0. Acest lucru este explicabil dacă avem în vedere că la început, sub presiunea de saturație, o parte din gazele care se găsesc inițial în soluție vor rămîne în mediul poros formînd saturația de gaze libere.

5. CONCLUZII

Modelul numeric construit descrie fenomenul de schimbare de fază care are loc în mediile poroase saturate cu hidrocarburi luînd în considerare curgerea nestațională. Deși modelul impune restricții severe asupra pasului de timp, ceea ce implică timp calculator mai mare, modelul este deosebit de util în rezolvarea problemelor de cercetare a sondelor în cazul

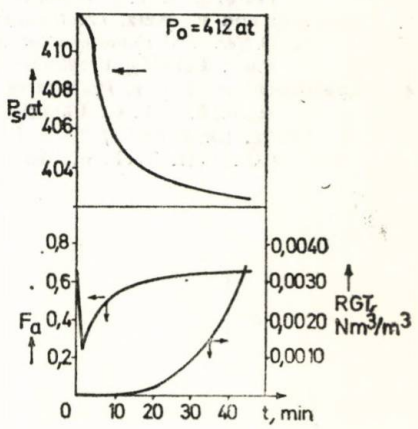


Fig. 8

curgerii bifazice (gaze-ţiţei) şi/sau trifazice (gaze-apă-ţiţei). Rezultatele au scos în evidenţă faptul că la nivelul stratului productiv raţia gaze-ţiţei începe să crească imediat după scăderea presiunii în sondă sub presiunea de saturaţie, spre deosebire de modelul de rezolvare a problemei prin metoda succesiunii de staţionare, unde, dat fiind că se calculează RGT măsurat la suprafaţă, apare o scădere a acesteia la acelaşi moment.

Primită la redacţie la 21 septembrie 1977

NOTAŢII

v	— viteza,	k	— permeabilitatea relativă,
b	— factor de volum,	μ	— viscozitatea dinamică,
m	— porozitate,	T	— transmisibilitatea,
S	— saturaţie,	r	— raza,
t	— timp,	τ	— pasul de timp,
R	— raţia de soluţie,	h	— distanţa între noduri,
P	— presiunea,	Q	— debit,
K	— permeabilitatea absolută,	RGT	— raţia gaze-ţiţei.

INDICI

a	— apă,	i	— numărul de ordine al nodului,
g	— gaze,	s	— sondă,
t	— ţiţei,	e	— exterior.
n	— nivel de timp,		

BIBLIOGRAFIE

1. T. Oroveanu, *Scurgerea fluidelor multifazice prin medii poroase*, Edit. Academiei R. S. România, Bucureşti, 1966.
2. C. Gh. Popa, *Comportarea în regim de gaze dizolvate a unui zăcământ spălat anterior cu apă*, Petrol şi Gaze, *1*, ianuarie (1970).
3. A. Settari and K. Aziz, *Treatement of Nonlinear Terms in the Numerical Solution of Partial Differential Equations for Multiphase Flow in Porous Media*, Int. J. Multiphase Flow, **1** (1975), Pergamon Elsevier p. 817—844.
4. Jorge Edilberto Perez, *Proiectarea exploatării unui zăcământ de ţiţei din Peru*, Proiect de diplomă, I. P. G. Ploieşti, 1977.
5. H. L. Stone, *Estimation of Three-Phase Relative Permeability and Residual Oil Data*, J. of Can. Petr. Tech. oct-dec., 1973.

ACȚIUNEA EROZIVĂ ȘI DE TRANSPORT A VÎRTEJURILOR CU AX VERTICAL

de JULIETA FLOREA, VALERIU PANAITESCU
Institutul politehnic București

Se analizează modul în care se desfășoară curgerea în diferitele tipuri de vîrtejuri cu ax vertical și se studiază acțiunea erozivă și de transport a acestor vîrtejuri.

1. INTRODUCERE

Se admite, în general, că vîrtejurile constituie agenți de eroziune și de transport al materialelor solide din curenții cu pat mobil. În timp ce acțiunea erozivă și de transport a vîrtejurilor cu ax orizontal este bine studiată în literatură, teoretic și experimental, de exemplu M. S. Yalin [1], acțiunea vîrtejurilor cu ax vertical este mai puțin cercetată. Existența unei mișcări de vîrtej cu ax vertical în cavitățile produse prin spălare în apropierea pilelor de pod a fost menționată de E. Meyer-Peter [2] în anul 1927. Urmează o serie de studii experimentale dintre care se menționează cele ale lui F. Hjulström [3], L. Escande și A. Sabathé [4], L. J. Tison [5] — [8], R. Fernandez Luque și R. Van Beek [9].

În această lucrare se studiază acțiunea vîrtejurilor cu ax vertical asupra mișcării particulelor solide în albiile cu pat mobil. Vîrtejurile cu ax vertical pot fi clasificate după modul în care sînt influențate de pereții laterali în vîrtejuri libere și vîrtejuri forțate, iar după legea de distribuție a vitezelor în vîrtejuri cu legea $v = \frac{C}{r}$ și vîrtejuri cu legea $v = Cr$.

Studiul acțiunii vîrtejurilor asupra mișcării materialelor solide este important atît pentru explicarea evoluției morfologice a albiilor, cît și pentru prevenirea și combaterea unor fenomene dăunătoare bunei funcționări a construcțiilor și instalațiilor hidrotehnice.

2. APARIȚIA COMPONENTELOR VERTICALE ALE VITEZELOR DATORITĂ CURBURII TRAIECTORIILOR ȘI LEGĂTURA CU ACȚIUNEA EROZIVĂ ȘI DE TRANSPORT

Un obstacol oarecare plasat într-un curent ale cărui traiectorii sînt rectilinii produce o deviație a acestora (fig. 1). Centrele de curbură sînt situate mai întîi spre α, de partea opusă obstacolului, apoi centrele de curbură se plasează spre β, către obstacol. Dacă traiectoriile ar rămîne în plane paralele cu fundul, atunci prin integrarea ecuației de proiecție pe

direcţia normalei principale a ecuaţiilor de mişcare scrise în coordonate intrinseci în lungul unei linii AB situată pe suprafaţa liberă şi tangentă normalelor principale ale traiectoriilor se obţine

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{1}{g}\int_A^B \frac{v^2}{r}\,ds, \tag{1}$$

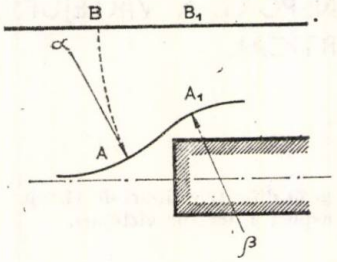


Fig. 1. — Curbarea traiectoriilor curentului în prezenţa unui obstacol.

unde v este viteza apei pe suprafaţa liberă şi r este raza de curbură a traiectoriilor. Punctul B se alege suficient de departe astfel încît curbura provocată de prezenţa obstacolului să fie neglijabilă. Pentru o linie analoagă $A'B'$ considerată într-un plan orizontal în imediata vecinătate a fundului se obţine

$$z'_A + \frac{p_{A'}}{\gamma} = z_{B'} + \frac{p_{B'}}{\gamma} + \frac{1}{g}\int_{A'}^{B'} \frac{v'^2}{r}\,ds, \tag{1'}$$

în care v' este viteza apei în vecinătatea fundului, inferioară lui v.

În regiunea BB' traiectoriile sînt rectilinii şi deci,

$$z_B + \frac{p_B}{\gamma} = z_{B'} + \frac{p_{B'}}{\gamma}, \tag{2}$$

prin urmare, ţinînd seama de (1) şi (1'),

$$\left(z_A + \frac{p_A}{\gamma}\right) - \left(z_{A'} + \frac{p_{A'}}{\gamma}\right) = \frac{1}{g}\left[\int_A^B \frac{v^2}{r}\,ds - \int_{A'}^{B'} \frac{v'^2}{r}\,ds\right]. \tag{3}$$

Deoarece $v' < v$, rezultă $z_A + \frac{p_A}{\gamma} > z_{A'} + \frac{p_{A'}}{\gamma}$ şi se deduce de aici că apar nişte componente verticale ale vitezelor dirijate în jos şi deci mişcarea pe traiectoriile de centru α nu poate fi orizontală, ci descendentă.

Dacă se ia linia AB, tangentă normalelor principale ale traiectoriilor, mai în aval, în zona A_1B_1, acolo unde traiectoriile au centrele de curbură către obstacol, termenii $\frac{v^2}{r}$ şi $\frac{v'^2}{r}$ îşi schimbă semnul şi se deduce că apar nişte componente verticale ale vitezelor dirijate în sus şi deci mişcarea pe aceste traiectorii este ascendentă.

Componentele verticale ale vitezelor sînt cu atît mai mari, cu cît paranteza pătrată din membrul al doilea este mai mare, ceea ce se realizează mai ales pentru raze de curbură mici.

Aceste considerații explică eroziunea produsă în amonte de obstacolul din figura 2. Curentul descendent format datorită curburilor de centru α atacă patul albiei eliberînd părți din materialele fundului. Într-adevăr, particulele de apă provenite din straturile superioare de viteză v mare, ajunse la fundul albiei, generează transformări locale ale energiei cinetice în energie de presiune. Datorită vitezelor înclinate rezultă acțiuni asupra particulelor solide care constituie patul albiei care nu există în cazul curentului paralel cu fundul. Intensitatea acestor acțiuni variază de la un punct la altul ca urmare a variației unghiului vitezelor cu fundul și ca urmare a fluctuațiilor turbulente ale vitezelor și a pulsațiilor. Consecința variațiilor în timp și în spațiu ale acestor acțiuni asupra particulelor solide este producerea unor solicitări foarte diferite pe diferitele fațete ale particulelor solide ale patului care pot fi, astfel, puse în mișcare, apărînd eroziunea. Deoarece traiectoriile nu ating solul decît la o oarecare distanță de locul în care încep să se încline, eroziunea este decalată puțin spre aval față de zona de curbură de centru α.

Trecerea de la mișcarea descendentă pe traiectoriile de centru de curbură α la mișcarea ascendentă pe traiectoriile de centru de curbură β se realizează pe o zonă în care traiectoriile redevin orizontale, printr-un proces de „reflectare".

În zona în care traiectoriile devin orizontale se produc deplasări prin tîrîre a particulelor aluvionare. Curentul ascendent care ia naștere ca urmare a curburilor de centru β provoacă ridicarea prin salturi a unor particule aluvionare precum și aducerea în stare de suspensie a altora.

3. ACȚIUNEA VÎRTEJURILOR LIBERE CU AX VERTICAL

Vîrtejurile libere sînt vîrtejurile care se detașează în urma unor obstacole, coturi, praguri etc. sau iau naștere prin transformarea unei suprafețe de discontinuitate a vitezelor. Caracteristica principală a vîrtejurilor libere este aceea că ele se deplasează în curentul de apă fără a fi influențate de pereții laterali; un exemplu de vîrtejuri libere îl constituie vîrtejurile Bénard-Karman. În cazul unui fluid perfect, nelimitat, vitezele în astfel de vîrtejuri sînt situate în plane perpendiculare axei vîrtejului și satisfac legea $v = \frac{\Gamma}{2\pi r}$; în realitate viscozitatea și limitarea domeniului de curgere introduc o modificare a mărimii și direcției vitezelor, traiectoriile devenind — așa cum se va arăta — ascendente.

În figura 2 sînt prezentate exemple de vîrtejuri libere cu ax vertical.

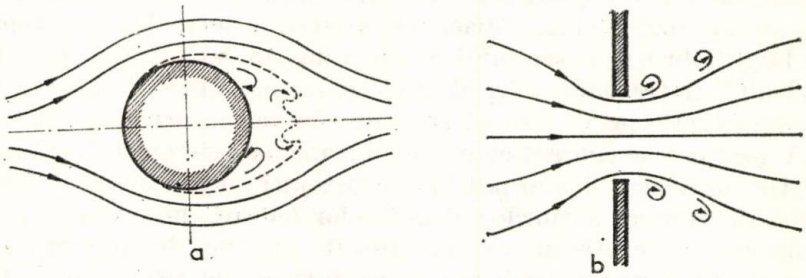


Fig. 2. — Exemple de vîrtejuri libere cu ax vertical.

Fie O un vîrtej liber, cu ax vertical, şi MN peretele solid cel mai apropiat (fig. 3), se consideră o linie OAB, pe suprafaţa apei, ale cărei tangente sînt dirijate după normalele principale traiectoriilor şi o linie analoagă, $O'A'B'$, în vecinătatea fundului. Se obţine

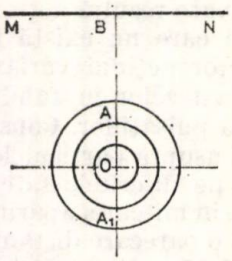


Fig. 3. — Vîrtejul liber cu ax vertical.

$$z_B + \frac{p_B}{\gamma} = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{1}{g}\int_B^A \frac{v^2}{r}\,ds,$$

$$z'_B + \frac{p_{B'}}{\gamma} = z_{A'} + \frac{p_{A'}}{\gamma} + \frac{1}{g}\int_{B'}^{A'} \frac{v'^2}{r}\,ds$$

şi cum lîngă perete $z_B + \frac{p_B}{\gamma} = z_{B'} + \frac{p_{B'}}{\gamma}$,

$$\left(z_{A'} + \frac{p_{A'}}{\gamma}\right) - \left(z_A + \frac{p_A}{\gamma}\right) = \frac{1}{g}\left[\int_B^A \frac{v^2}{r}\,ds - \int_{B'}^{A'} \frac{v'^2}{r}\,ds\right]. \qquad (4)$$

Deoarece v este sensibil mai mare decît v', rezultă că $z_{A'} + \frac{p_{A'}}{\gamma}$ este de asemenea mai mare decît $z_A + \frac{p_A}{\gamma}$ şi, prin urmare, traiectoria care trece prin A' este ascendentă şi deci mişcarea vîrtejului este o mişcare elicoidală ascendentă (este uşor de arătat, procedînd analog, că în regiunea A_1, simetrică cu A în raport cu axa vîrtejului, traiectoriile sînt ascendente).

Un astfel de vîrtej nu poate ataca patul în maniera unui curent descendent. Vîrtejul liber măturâ fundul albiei la trecerea sa, mai ales ca urmare a vitezelor destul de mari din jurul lui O'. El nu va putea decît să pună în mişcare materialele liberate şi aduse de alţi agenţi, ceea ce va face mai greu sau mai uşor în funcţie de condiţiile locale [10].

4. ACŢIUNEA VÎRTEJURILOR FORŢATE CU AX VERTICAL

Vîrtejurile forţate sînt vîrtejurile care se formează în vecinătatea pereţilor solizi şi a căror evoluţie este influenţată direct de prezenţa acestora; ele nu se deplasează. Vîrtejurile forţate se pot forma în spaţiul adăpostit al unei incinte adiacente curgerii principale, de exemplu în cazul lărgirii bruşte a secţiunii albiei unui rîu, al intrării într-un port, al spaţiului dintre două pile, al unei ecluze etc. Aceste vîrtejuri forţate sînt caracterizate prin aceea că zona de contact cu pereţii solizi este mai întinsă decît cea de contact cu curentul principal (vîrtejuri forţate de tipul întîi). De asemenea, se mai pot forma vîrtejuri forţate în cazul deviaţiilor direcţiei de curgere a rîurilor şi canalelor (coturi, bifurcaţii), al ocolirii unor obstacole etc. Aceste vîrtejuri forţate au zona de contact cu pereţii solizi mai puţin întinsă decît cea de contact cu curentul principal (vîrte-

juri forțate de tipul al doilea). În figura 4 sînt date exemple de vîrtejuri forțate de tipul întîi, a) și b), și de tipul al doilea, c) și d).

Legea vitezelor în vîrtejurile forțate este dată, în principiu, de relația $v = Cr$; într-adevăr, straturile exterioare ale vîrtejului puse inițial

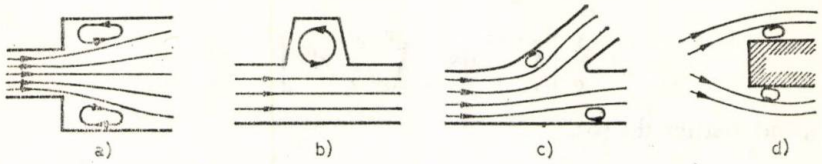


Fig. 4. — Exemple de vîrtejuri forțate cu ax vertical.

în mișcare (prin frecare), datorită contactului cu curentul principal transmit (tot prin frecare) mișcarea, din aproape în aproape, straturilor interioare și, prin urmare, vitezele sînt direct proporționale cu distanțele de la centrul vîrtejului.

Pentru a aprecia capacitatea erozivă a vîrtejurilor forțate de tipul întîi se examinează mișcarea unui vîrtej format în cazul lărgirii bruște a secțiunii unei albii cu pereții laterali verticali (fig. 5). O astfel de situație poate apare, de exemplu, în avalul curgerii printr-un baraj mobil. Curentul principal antrenează prin frecare masele de apă plasate în unghiurile drepte ale lărgirii bruște, amorsîndu-se două vîrtejuri cu ax vertical. Aceste vîrtejuri au forma alungită datorită apropierii de maluri a curentului principal. Curbura liniilor de curent ale vîrtejurilor este foarte mică în zona A, foarte mare în zona B, mică în zona C și mare în zonele D și E.

În regiunea C de mică curbură liniile de curent ale vîrtejului sînt ascendente, ceea ce poate fi demonstrat pe baza unor considerații analoage celor expuse în paragraful anterior referitoare la vîrtejul liber.

Dacă se consideră o linie OA tangentă normalelor principale ale traiectoriilor la suprafața liberă și o linie analoagă $O'A'$ în vecinătatea fundului și se ține seama că în zona AA' curgerea are loc, practic, pe linii de curent drepte paralele $\left(\text{deci } z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_{A'} + \frac{p_{A'}}{\gamma}\right)$, se deduce o relație de tipul (4),

$$\left(z_{O'} + \frac{p_{O'}}{\gamma}\right) - \left(z_O + \frac{p_O}{\gamma}\right) = \frac{1}{g}\left[\int_A^O \frac{v^2}{r}\,ds - \int_{A'}^{O'} \frac{v'^2}{r}\,ds\right]. \qquad (5)$$

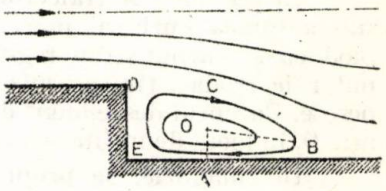


Fig. 5. — Vîrtejul forțat cu ax vertical de tipul întîi format în cazul lărgirii bruște a secțiunii curentului.

Pentru două linii tangente normalelor principale ale traiectoriilor, OB și $O'B'$, analoage liniilor OA și $O'A'$ dar dirijate în regiunea de curbură foarte mare, se obțin relațiile

$$z_B + \frac{p_B}{\gamma} = z_O + \frac{p_O}{\gamma} + \frac{1}{g}\int_O^B \frac{v^2}{r}\,ds,$$

$$z_{B'} + \frac{p_{B'}}{\gamma} = z_{O'} + \frac{p_{O'}}{\gamma} + \frac{1}{g}\int_{O'}^{B'} \frac{v'^2}{r}\,ds,$$

din care rezultă

$$\left(z_B + \frac{p_B}{\gamma}\right) - \left(z_{B'} + \frac{p_{B'}}{\gamma}\right) = \left(z_O + \frac{p_O}{\gamma}\right) - \left(z_{O'} + \frac{p_{O'}}{\gamma}\right) + \\ + \frac{1}{g}\left[\int_O^B \frac{v^2}{r}\,ds - \int_{O'}^{B'} \frac{v'^2}{r}\,ds\right] \tag{6}$$

sau, ținînd seama de (5),

$$\left(z_B + \frac{p_B}{\gamma}\right) - \left(z_{B'} + \frac{p_{B'}}{\gamma}\right) = \frac{1}{g}\left[\int_O^B \frac{v^2}{r}\,ds - \int_{O'}^{B'} \frac{v'^2}{r}\,ds\right] - \\ - \frac{1}{g}\left[\int_A^O \frac{v^2}{r}\,ds - \int_{A'}^{O'} \frac{v'^2}{r}\,ds\right]. \tag{7}$$

Fiecare din parantezele membrului drept este pozitivă, deoarece viteza v la suprafața liberă este mai mare decît viteza v' în vecinătatea fundului. Trecînd de la regiunea A la regiunea B, raza de curbură r variază în limite cu mult mai largi decît pătratul vitezei v^2 și, prin urmare, valorile lui r joacă rolul preponderent în stabilirea valorii relative a integralelor din egalitatea (7). Valorile lui r din primele două integrale sînt foarte mici, în timp ce valorile lui r din celelalte două integrale sînt foarte mari. Rezultă că diferența pozitivă a primelor două integrale din relația (7) este sensibil mai mare decît cea de-a doua diferență, de asemenea pozitivă, a ultimelor două integrale. Membrul stîng al egalității (7) este pozitiv și mișcarea curentului în regiunea B este descendentă. Particulele de apă coboară în regiunea B dar nu pot atinge imediat fundul albiei; ele atacă fundul în lungul peretelui la o oarecare distanță în amonte de B, spre regiunea A, eroziunea întinzîndu-se de la B spre A. Traiectoriile descendente care ating fundul sînt apoi reflectate și astfel se amorsează o mișcare elicoidală cu axul orizontal.

În regiunea A traiectoriile redevin orizontale, dar coboară din nou sub acțiunea curburii mari din regiunea E, care acționează în același mod ca și curbura din regiunea B. Solul din lungul peretelui ED este puternic erodat, traiectoriile reluînd forma elicoidală și în lungul acestui perete. Curentul descendent de la E la D continuă să atace solul și în regiunea D, în locul de întîlnire a curentului principal.

În concluzie, se propune următorul model al curgerii. Liniile de curent ale vîrtejului sînt ascendente în regiunea de mică curbură C și apa urcă de la D la B modelînd fundul albiei după o linie ascendentă. În regiunea B de foarte mare curbură liniile de curent ale vîrtejului lovesc malul provocînd eroziuni periculoase. De la B la E și de la E la D precum și pe o mică porțiune de la D spre C (datorită unei întîrzieri provocate de reflectarea liniilor de curent) liniile de curent ale vîrtejului sînt descendente, rulîndu-se elicoidal, și atacă violent fundul albiei. Se remarcă faptul că mișcarea este sensibil diferită de cea a vîrtejului cu ax vertical inițial. În plus, între curentul DB spre aval și curentul BE spre amonte se dezvoltă o suprafață de discontinuitate care generează vîrtejuri libere, cum

s-a arătat, ascendente. Aceste vîrtejuri și liniile de curent ascendente DB înlocuiesc apa de la suprafață care coboară spre B și alimentează un curent de suprafață de la O spre DE pentru a înlocui apa de la suprafață care coboară în această zonă. Pentru alimentarea acestui ultim curent de suprafață este necesar să se admită că liniile de curent care încep să urce începînd din regiunea D urcă nu numai spre B, dar și spre O. În sfîrșit, în unghiul E se dezvoltă un mic vîrtej cu sensul de rotație opus vîrtejului principal. El are traiectoriile descendente pe întregul contur, fiind generat de liniile de curent, descendente în regiunea E, ale vîrtejului principal cu care este în contact pe una din fețele laterale și limitat pe două fețe laterale de pereții unghiului drept (care, așa cum s-a arătat, imprimă traiectoriilor un caracter descendent).

Se subliniază că adoptarea modelului de curgere propus pentru vîrtejul forțat cu ax vertical format în unghiul drept al unei lărgiri bruște a secțiunii unui curent duce la o explicare corespunzătoare a modului în care acest tip de vîrtej acționează asupra albiei, așa cum rezultă din consultarea unor lucrări de cercetare a eroziunilor produse în natură, [3], [6] — [8]. Experiențele de laborator de vizualizare a curgerii în canal vitrat cu ajutorul unor fire de bumbac sau prin urmărirea antrenării bulelor de aer sau a unor particule solide confirmă modelul propus [5] — [7].

Vîrtejurile forțate de tipul al doilea au zona de contact cu pereții solizi mai puțin întinsă decît cea de contact cu curentul principal, ceea ce le diferențiază de vîrtejurile forțate de tipul întîi. Ele au diametrul cu atît mai mic cu cît viteza curentului principal care le formează este mai mare. Formarea și evoluția lor a fost explicată de L. Prandtl.

Se consideră un vîrtej forțat cu axul vertical, de tipul al doilea, format lîngă peretele unui obstacol (fig. 6). Influența curentului principal este mai mare decît influența peretelui, așa cum rezultă din compararea întinderilor zonelor de contact cu curentul principal și peretele solid. Se poate demonstra, analog cazului vîrtejului liber, că traiectoriile unui astfel de vîrtej sînt ascendente. Totuși, contactul cu peretele lateral poate reduce acest caracter ascendent, provocînd apariția unor componente ale vitezelor caracteristice unei mișcări elicoidale cu axul orizontal.

Datorită dimensiunilor reduse și al caracterului predominant ascendent, aceste vîrtejuri nu sînt, în general, agenți de eroziune. Liniile lor de curent, elicoidale, fac posibilă deplasarea prin salturi și aducerea în stare de suspensie a unor particule solide ale albiei. Un material adus de curentul general poate pătrunde în zona A a vîrtejului forțat și după ce urmează drumul elicoidal ascendent ABC este lansat din C spre aval.

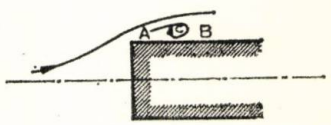


Fig. 6. — Vîrtejul forțat cu ax vertical de tipul al doilea, format lîngă peretele unui obstacol.

5. CONCLUZII

Pe baza analizei modului în care se desfășoară curgerea în diferitele tipuri de vîrtejuri cu ax vertical se demonstrează că acestea pot produce atît eroziuni, cît și transport aluvionar.

Studiul acțiunii vîrtejurilor cu ax vertical asupra mișcării particulelor solide în albiile cu pat mobil este util în vederea prognozei evoluției morfologice a albiilor și pentru stabilirea celor mai eficiente măsuri pentru prevenirea și combaterea efectelor dăunătoare ale acțiunilor erozive și de transport ale vîrtejurilor.

Primită la redacție la 16 decembrie 1976

BIBLIOGRAFIE

1. M. S. YALIN, *Mechanics of sediment transport*, Pergamon Press, Oxford—New York, 1972.
2. E. MEYER-PETER, *Die hidraulischen Modellversuche für das Stauwehr des Limmatwerkes Wettingen der Stadt Zürich*, Schw. Bauzeitung, Mai, 1927.
3. F. HJULSTRÖM, *Studies of the morphological activity of rivers as illustrated by the river Fyris*, Upsala, 1935.
4. L. ESCANDE, A. SABATHÉ, *Expériences sur les piles de ponts ou de barrages mobiles à profil aérodynamique*, Compt. rend. Acad. Scie. Paris, p. 1254, 2045 (1936).
5. L. J. TISON, *Recherches de laboratoire sur l'érosion dans les cours d'eau*, Bul. Soc. Belge d'études géograph., **VIII**, *2* (1938).
6. — *Érosion autour de piles de ponts en rivière*, An. Crav. publ. Belg. Bruxelles, Décembre, 1940.
7. — *Local scour in rivers*, Journ. Geoph. Res., **66**, *12*, (1961).
8. — *Érosion à l'aval des barrages*, Association Internationale de Recherches pour Travaux Hydrauliques, Deuxième réunion, Stockholm 7—9.VI.1948.
9. R. FERNANDEZ LUQUE, R. VON BEEK, *Erosion and transport of bed-load sediment*, Journ. Hydr. Res., **14**, *2* (1976).
10. J. FLOREA, V. PANAITESCU, *Acțiunea vîrtejurilor cu ax vertical asupra mișcării particulelor solide în albiile cu pat mobil*, A IV-a Conferință națională de mecanică, București, noiembrie 1975.

STUDII IN NATURĂ PRIVIND FUNCȚIONAREA LA CAVITAȚIE A UNOR POMPE CENTRIFUGE DE DIMENSIUNI MARI *)

de DECEBAL VLĂDĂIANU
Laboratorul de cercetări de hidraulică a ISPH, București.

și VERGILIU MARINESCU
INCREST, București

La pompele centrifuge, cu ax vertical de tip 56V17 (de construcție sovietică), cu parametrii energetici : $Q_p = 9{,}5\ m^3/s$, $H = 64$ m, $\eta = 88\%$; $P_a = 7$ MW, $n = 375$ rot/min, $H_{ga} = -3{,}5$ m și $D = 1990$ mm, au fost efectuate în natură încercări energetice și măsurători de zgomote și vibrații la două dintre pompe în diferite puncte de măsură de pe pompă, pentru înălțimi geometrice la aspirație diferite și poziții ale vanei fluture de pe refulare de la complet deschis la complet închis. Rezultatele experimentale obținute au fost analizate, ținînd seama de unele rezultate date în literatură [1], [2], [4], [5].

1. GENERALITĂȚI

Stația de pompare Basarabi-Pădure (județul Constanța) la care s-au efectuat încercările este echipată cu opt pompe centrifuge, cu ax vertical de tipul 56V17, de construcție sovietică.

Parametrii energetici și hidraulici ai unei pompe sînt : $Q_p = 9{,}5\ m^3/s$; $H = 64$ m ; $\eta = 88\%$; $P_a = 7$ MW ; $n = 375$ rot/min ; $H_{gs} = -3{,}5$ m și $D = 1990$ m (valori luate din cartea tehnică a pompei, admise pentru punctul optim de funcționare). Curba caracteristică de funcționare a pompei este prezentată în figura 1.

Pompele aspiră apa printr-un tub de aspirație curb (fig. 2, construit pentru $D = 1170$ mm și indicat pentru pompele tipizate de tipul OP și V) dintr-un bazin de aspirație cu suprafață liberă. Apa este adusă în bazin printr-un canal așezat paralel cu frontul stației de pompare (fig. 3).

Pe zona refulării fiecare pompă are cîte o vană fluture de Ø 1600 mm. Chiar la ieșirea din stație pompele sînt reunite două cîte două pe tronsoane de Ø 2440 mm și lungimea de 80 m. În continuare se reunesc, cîte două

*) Lucrare prezentată la cea de-a IV-a Conferință de mecanică, București, 18—20 decembrie 1975.

într-un fir cu Φ 3240 mm și lungimea de 280 m (fig. 4). Bazinul de refulare este cu debușarea sifonată a conductelor de refulare.

S-au efectuat încercări la două dintre pompe : pompa nr. 1 și pompa nr. 5 așezate la marginea și la mijlocul frontului stației de pompare, pentru înălțimi geometrice la aspirație diferite și poziții ale vanei fluture de pe refulare de la complet deschis la complet închis. Punctele de măsură pentru măsurătorile de zgomote și vibrații s-au ales în zonele accesibile, unde poate apare cavitația.

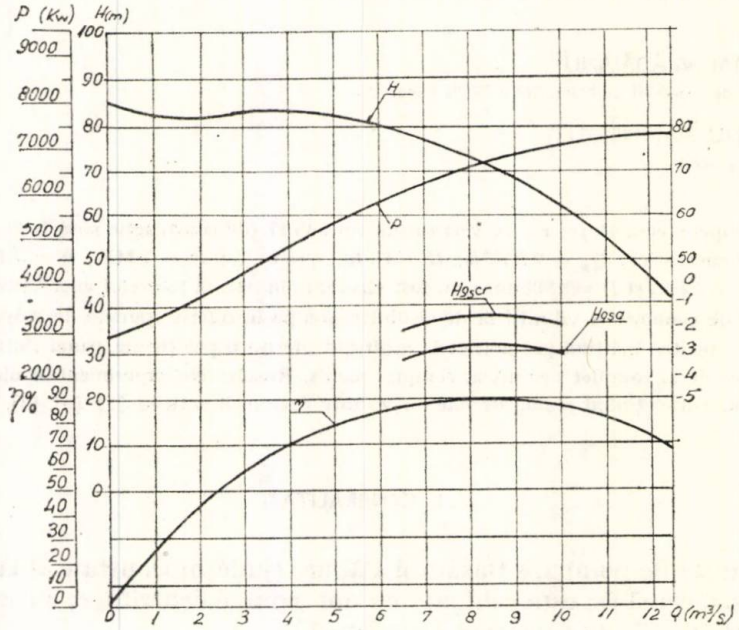


Fig. 1

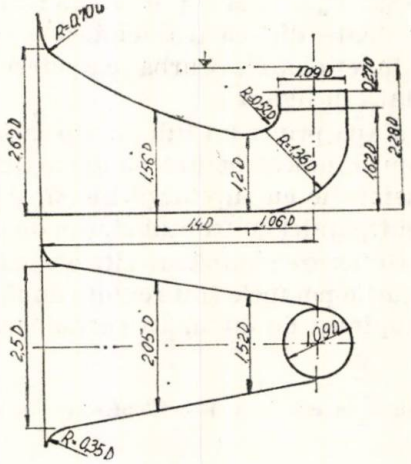


Fig. 2

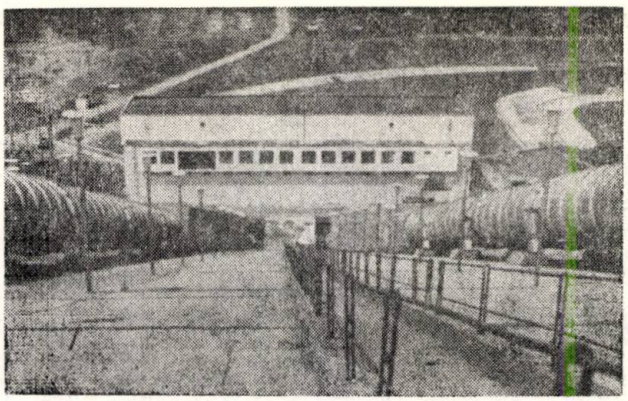


Fig. 3

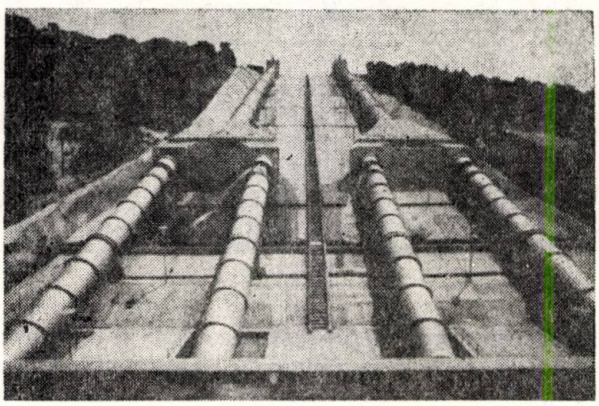


Fig. 4

2. UNELE OBSERVAȚII ASUPRA STAȚIEI DE POMPARE STUDIATE

Asupra stației de pompare studiate se pot face următoarele observații, care au influență asupra funcționării pompelor :

a) frontul stației de pompare este paralel cu al canalului de aducțiune, motiv pentru care în bazinul de aspirație se formează un vîrtej cu axul în mijlocul lui, pentru orice variantă de funcționare. În figura 5, spre exemplu, vîrtejul este materializat prin liniile de curent, pentru cazul cînd funcționau pompele nr. 2 și 5, iar înălțimea apei din bazin era maximă ($H_{gs} = -4{,}30$ m) ;

b) o execuție defectuoasă a tuburilor de aspirație, spre exemplu la tubul de aspirație al pompei nr. 5, în urma unui releveu s-a constatat că la partea superioară a lui în zona curbată, racordarea nu se mai face după o rază ca în proiect, ci după o curbă cu rază de curbură mai mare, diferența maximă fiind de plus 4 cm ;

c) în urma efectuării unor ridicări topometrice s-au constatat următoarele :

— cotele axelor rotorilor pompelor sînt diferite, diferența maximă între pompele din extremități fiind de aproape 9 cm ;

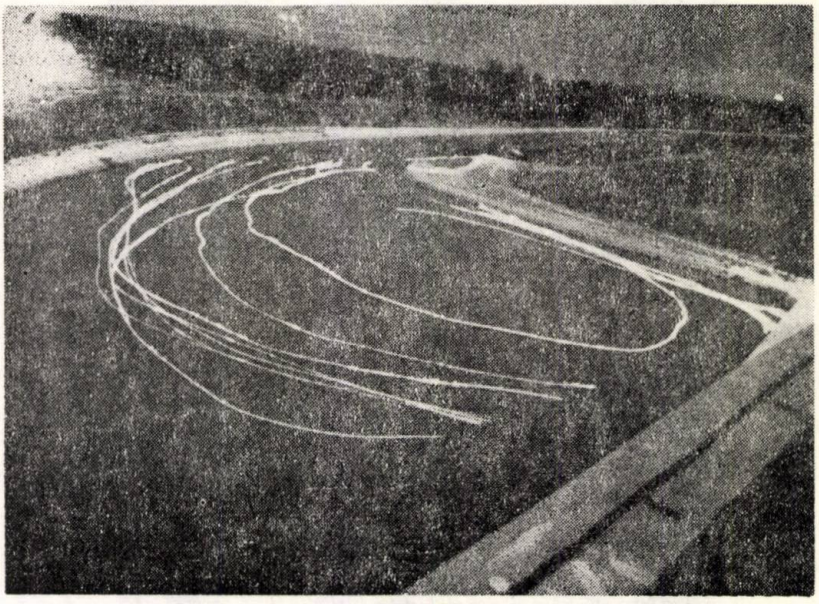


Fig. 5

— între cotele din proiect și construcție rezultă o diferență de aproximativ de 26 cm pentru axele pompelor și de 19 cm pentru radierele turbinelor de aspirație ;

d) eroziuni pe suprafața tuburilor de aspirație, pe direcția curgerii, la partea superioară a lor, în zona curbată, care ajung la adîncimi de $3 \div 5$ cm, lățimi de $5 \div 6$ cm, lungimi de $30 \div 35$ cm ;

e) depuneri de scoici în interiorul tuburilor de aspirație pînă în zona de întoarcere a lui, într-un strat de grosime de $1 \div 2$ cm ;

f) un regim de exploatare necorespunzător pentru pompe de asemenea mărimi : într-un an de zile 50% din porniri au fost făcute pentru o funcționare cu durată de pînă la două ore (au funcționat și numai cinci minute), în aceiași zi o pompă a fost pornită și de cîte trei ori, pompele au număr diferit de ore de funcționare de la 100 la 3600 ore.

3. CÎTEVA CONSIDERAȚII ASUPRA PERFORMANȚELOR CAVITAȚIONALE ALE POMPELOR STUDIATE

Asupra performanțelor cavitaționale ale pompelor 56V17 au existat îndoieli, fiind date indicații nesigure și chiar contradictorii : în cartea tehnică a pompei din curba (fig. 1), rezultă $H_{gsa} = -2{,}50$ m, iar în fișa tehnică introductivă indicîndu-se valoarea de $H_{gs} = -3{,}50$ m. Ulterior furnizorul pompei a indicat valoarea de $H_{gs} = -4{,}00$ m. În plus, trebuie specificat că în catalogul sovietic al pompelor 0,0P și V, pompa 56V17 figurează

cu diametrul maxim de $D = 1980$ mm, așa încît pompele de la S. P. Basarabi—Pădure cu $D = 1990$ mm considerăm că sînt unicate, motiv în plus pentru a fi determinate performanțele lor de cavitație și implicit acelea energetice.

Înălțimea geometrică de aspirație a unei pompe, așa cum este cunoscut se poate calcula cu relația [5], [8]:

$$H_{gs\,max} \cong \frac{p_{at}}{\gamma} - \frac{p_{vap}}{\gamma} - \sigma H \cong 10 - \sigma H, \tag{1}$$

unde σ este coeficientul de cavitație al lui Thoma. În relație s-au neglijat pierderile de sarcină pe partea de aspirație.

În multe lucrări se utilizează $NPSH$, înălțimea netă de aspirație, care se calculează cu relația

$$NPSH = \Delta h_{nec} = \frac{p_{at}}{\gamma} - \frac{p_{vap}}{\gamma} - H_{gs} - h_{pa} + \frac{V_0^2}{2g}, \tag{2}$$

unde V_0 este viteza medie prin tubul de aspirație.

Între valorile lui H_{gs} și $NPSH$ se observă că există o strînsă legătură.

Așa cum se observă din figurile 1 și 6, pentru pompa 56V17 rezultă un $\Delta h_{nec} = 12$ m ($H_{gs} = -2{,}5$ m), care, așa cum se observă din figura 6, este mai mică în comparație cu a altor tipuri de pompe realizate.

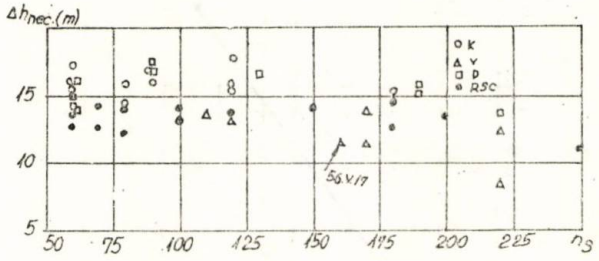


Fig. 6

În tabela 1 sînt date valorile lui H_{gs}, calculate după diferiți autori.

Tabela 1

Autorul sau lucrarea	σ	$H_{gs\,max}$ (m)	Observații
C. Pfleiderer [3]	0,21	−3,65	$\sigma = 2{,}41 \cdot 10^{-4} n_s^{4/3}$
V.I.G.M. [8]	0,204	−3,35	$m\frac{V_0^2}{2gH} + n\frac{W_1^2}{2gH} =$ $m = 1{,}2$ și $n = 0{,}35$
Greindl [8]	—	−5,00	fig. 7
Wijdieks [6]	0,18	−2,65	fig. 8

Ţinînd seama de rezultatele din tabela 1, cît şi de valorile din figura 6, rezultă aproximativ un $H_{gs\,\text{nec.}} \leqslant -4{,}10$ m, pentru punctul optim de funcţionare.

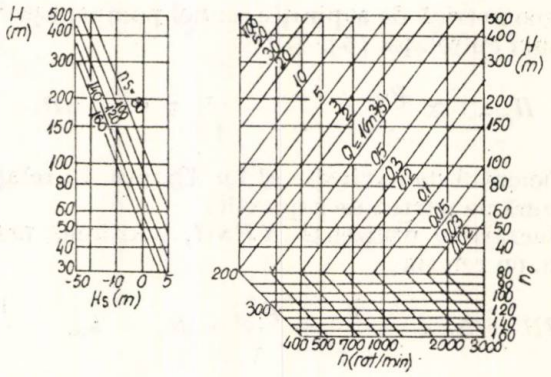


Fig. 7

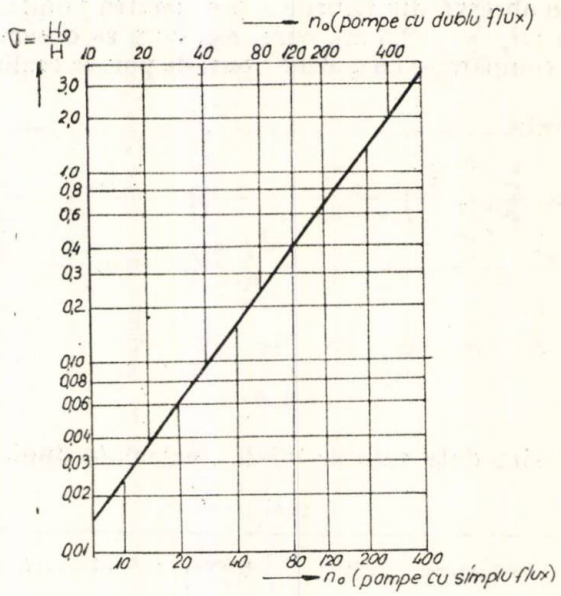


Fig. 8

4. DETERMINAREA PERFORMANŢELOR CAVITAŢIONALE ALE POMPELOR STUDIATE

Zonele de cavitaţie într-o maşină hidraulică sînt grupate după efectele cavitaţiei şi anume în zone principale şi secundare [3], [5], [8]. În prima grupă sînt zonele din curentul principal în condiţiile curgerii aderente la pereţi şi care se manifestă prin modificarea performanţelor energetice şi cea de a doua grupă sînt acelea generate de perturbaţiile locale, care

duc la desprinderea curentului, a stratului-limită și se manifestă în special prin zgomote și eroziuni.

În consecință, fenomenul de cavitație se manifestă prin :

— eroziuni,

— modificarea performanțelor energetice ale pompelor,

— zgomote și vibrații.

4.1. EROZIUNI LA ROTOARELE POMPELOR

La începutul și sfîrșitul campaniei de irigații a anului 1973 s-au efectuat observații vizituale asupra rotorilor pompelor nr. 3, 5 și 8, care în primăvară aveau, respectiv, 1000, 100 și 3600 ore de funcționare, iar în toamnă, respectiv, 2000, 800 și 400 ore de funcționare. Pentru a nu comite erori de apreciere s-a vizitat și un rotor de pompă nou.

La începutul campaniei de irigații pompele nr. 3 și 8 prezentau ciupituri de $\varnothing 3$ mm și adîncimi de 1 mm, după bordul de atac al palei și pe canalul dintre pale cu precădere pe coroana rotorului, iar la pompa nr. 8 s-au observat desprinderi de material pe direcția de curgere pe o suprafață de 5 cm $\times$ 2 cm și 1 mm adîncime. La pompa nr. 5 aspectul suprafeței corespundea cu cel al unui rotor nou, cu mici neregularități pe suprafața rotorului.

La sfîrșitul campaniei de irigații s-au constatat următoarele :

— la pompa nr. 8 ciupiturile de pe coroană s-au adîncit ajungînd la aproximativ 2 mm, mărindu-se și în diametru ;

— la pompa nr. 5 ciupiturile s-au adîncit pe coroană, unde a mai apărut o desprindere de material pe direcția de curgere cu dimensiunile de 6 cm $\times$ 2 cm și aproximativ 2 mm adîncime.

Din cele de mai sus, rezultă că pentru număr mic de ore de funcționare eroziunile apărute pe suprafețele rotorilor sînt destul de importante.

4.2. MODIFICAREA PERFORMANȚELOR ENERGETICE ALE POMPELOR STUDIATE

Pentru stabilirea zonelor admisibile de funcționare ale pompelor, fără cavitație sau încă admisibilă din punct de vedere industrial, pentru care curbele caracteristice interioare ale pompei nu-și schimbă sensibil aliura, s-au trasat curbele caracteristice interioare și exterioare de cavitație [5], [3], [8].

Curba caracteristică interioară de cavitație a pompei este dată de relația

$$\Delta h_i = \frac{w_M^2 - w_1^2}{2g} + \frac{v_1^2 - v_M^2}{2g} + \frac{v_v^2}{2g} + h_{p1M} + aD_a. \qquad (3)$$

Ea a fost admisă din cartea tehnică a pompei și corespunde cu aceea determinată pe model, în laborator.

Curba caracteristică exterioară de cavitație, determinată de partea de aspirație a pompelor, este dată de expresia

$$\Delta h_e \cong 10{,}30 - H_{gs} - h_{pa}. \qquad (4)$$

Din aceste curbe rezultă următoarele cazuri de funcționare ale pompei ținînd seama de rezerva de cavitație $R = \Delta h_e - \Delta h_i$: $R > 0$ regim fără cavitație; $R = 0$ momentul apariției cavitației și $R < 0$ regim cu cavitație.

Pierderile de sarcină pe aspirație h_{pa} din relația (4) au fost determinate pe două căi și anume:

— prin măsurarea directă a lor: s-a instalat pe radierele tuburilor de aspirație după grătar cîte o priză de presiune, celelalte luîndu-se acelea ale manovacuumetrului;

— din măsurătorile sarcinii vacuumetrice la aspirație pentru înălțimi geometrice de aspirație H_{gs} diferite, debitul măsurîndu-se cu ajutorul unor tuburi Pitot-Prandtl pe conductele de refulare ale pompelor, respectîndu-se normele C.E.I. [7].

Pierderile de sarcină pe tuburile de aspirație determinate experimental sînt:

— pentru pompa nr. 1:

$$h_p = 6{,}4 \cdot 10^{-3} Q^2 (\text{m}), \qquad \text{unde } \zeta = 0{,}251,$$

— pentru pompa nr. 5:

$$h_p = 1{,}175 \cdot 10^{-2} Q^2 (\text{m}), \qquad \text{unde } \zeta = 0{,}460.$$

La aceste pierderi se vor adăuga și acelea prin grătar, calculate cu relația lui Kirschmer [9]:

$$h_{pg} = 2{,}26 \cdot 10^{-4} Q^2 (\text{m}).$$

Cu aceste date s-au putut trasa curbele caracteristice exterioare și interioare de cavitație ale pompelor nr. 1 (fig. 9) și nr. 5 (fig. 10).

Din aceste curbe rezultă că pompa nr. 1 are domenii de funcționare fără cavitație pentru $H_{gs} \leqslant -4{,}00$ m, iar pompa nr. 5 funcționează în regim de cavitație, avînd $H_{gs} = -4{,}30$ m, ca valoare minimă admisibilă din punct de vedere industrial ($Q = 8 \div 9{,}2$ m^3/s).

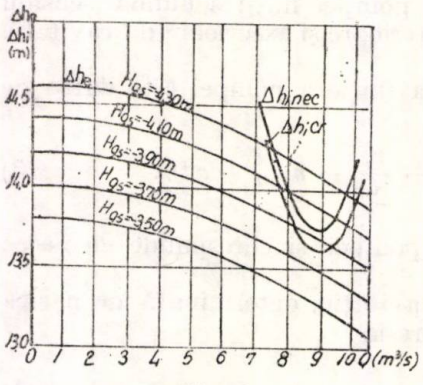


Fig. 9

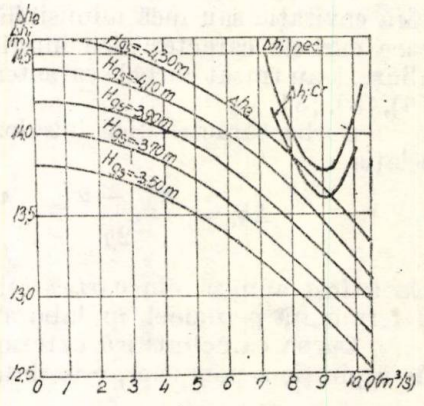


Fig. 10

4.3. ZGOMOTE ȘI VIBRAȚII

Măsurătorile s-au efectuat cu o aparatură complexă Brüel și Kjaer (Danemarca), pentru pompele nr. 1 și 5 cînd acestea funcționau singure pe firul de refulare sau în grup pentru înălțimi geometrice de aspirație diferite și pentru poziții diferite ale vanei de pe refulare. S-au efectuat măsurători și la pompa nr. 3.

Punctele de măsură s-au ales în locurile unde există posibilitatea desprinderii curentului sau a spargerii bulelor de cavitație și anume:

1 pe lagărul pompei (lateral);
2 pe partea superioară a camerei spirale;
3 pe partea laterală a camerei spirale;
4 pe camera spirală în dreptul muchiei de întoarcere;
5 pe camera spirală în dreptul etanșării inelului rotorului.

4.3.1. Influența înălțimii geometrice de aspirație

În figura 11 este arătată variația accelerației (pentru $f = 16\,000$ Hz) în funcție de înălțimea geometrică de aspirație pentru pompa nr. 1 și 5. Valorile accelerațiilor pentru celelalte valori ale frecvențelor sînt date în tabela 2.

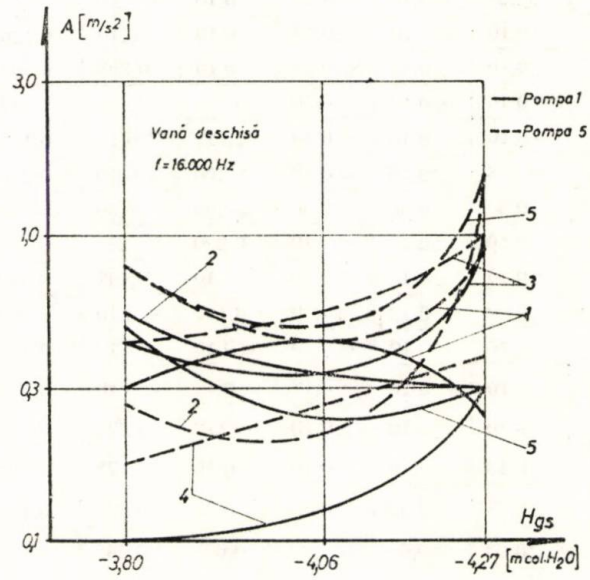


Fig. 11

Din tabela 2 și figura 11 rezultă următoarele:

— accelerațiile minime sînt pentru $P1$ la $H_{gs} = -4{,}00$ m, iar pentru $P5$ accelerațiile cresc spre nivele minime, ceea ce este normal, existînd o atenuare de funcționare în cavitație dezvoltată, bulele spărgîndu-se în curentul de fluid;

Tabela

Pompa nr.	H_{gs} (m)	Punctul nr.	Frecvența							
			4	8	16	31,5	63	125	250	500
P1	−3,80	1	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	0,224	0,224	0,891
		2	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,200	0,282	1,413
		3	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,126	0,300	1,000
		4	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,224	0,224	0,562
		5	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,100	0,300	0,794
	−4,06	1	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,282	0,251	1,000
		2	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	<0,10	0,126	0,251	1,000
		3	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	0,224	0,708
		4	<0,03	0,044	<0,03	0,050	0,159	0,178	0,200	0,562
		5	<0,03	<0,03	<0,03	<0,03	<0,03	0,100	0,224	0,891
	−4,27	1	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,178	0,300	0,200	0,794
		2	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,178	0,447	1,413
		3	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,126	0,224	0,708
		4	0,224	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,159	0,224	0,447
		5	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,126	0,282	1,122
P5	−3,68	1	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,398	0,794	0,300	0,891
		2	<0,10	<0,10	<0,10	0,100	0,200	0,447	0,891	5,012
		3	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	<0,10	0,159	1,000	3,000
		4	0,178	<0,10	<0,10	0,100	<0,10	0,200	0,300	0,891
		5	<0,30	<0,30	<0,30	<0,30	<0,30	<0,30	0,398	2,512
	−3,80	1	<0,10	<0,10	<0,10	0,200	0,224	0,562	0,300	1,122
		2	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,141	0,300	0,501	1,778
		3	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	<0,10	0,200	0,355	1,413
		4	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,300	0,355	1,259
		5	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,178	0,708	1,585
	−4,06	1	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	0,224	0,398	0,224	1,000
		2	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,178	0,631	0,631	2,000
		3	<0,03	<0,03	<0,03	<0,03	0,035	0,141	0,891	1,413
		4	<0,03	<0,03	<0,03	0,035	0,063	0,178	0,501	1,122
		5	<0,10	<0 10	<0,10	<0,10	<0,10	0,300	0,251	1,122
	−4,27	1	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,159	0,501	0,224	0,708
		2	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,178	0,355	0,355	1,585
		3	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,141	0,355	1,000
		4	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,178	0,355	0,891
		5	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,126	0,501	1,122

2

(Hz) 1000	2000	4000	8000	16.000	31.500	63.000	125.000	Obs.
1,778	6,310	1,413	0,355	0,300	<0,10	<0,10	<0,10	
2,000	10,000	4,467	0,631	0,562	<0,10	<0,10	<0,10	
3,981	7,943	2,000	0,447	0,447	<0,10	<0,10	<0,10	
3,548	0,891	0,126	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	
3,981	12,590	1,778	0,447	0,501	<0,10	<0,10	<0,10	
3,981	15,850	3,000	0,562	0,447	<0,10	<0,10	<0,10	
2,000	7,943	1,778	0,398	0,355	<0,10	<0,10	<0,10	
4,467	5,623	0,794	0,282	0,355	<0,10	<0,10	<0,10	
3,548	1,259	0,141	0,044	0,126	<0,03	<0,03	<0,03	
11,220	5,012	1,000	0,251	0,251	<0,03	<0,03	<0,03	
2,818	3,548	0,708	0,300	0,251	<0,10	<0,10	<0,10	
2,512	8,913	1,585	0,398	0,300	<0,10	<0,10	<0,10	
2,818	7,943	5,623	1,000	1,000	0,112	0,251	<0,10	
1,259	4,467	1,000	0,178	0,300	<0,10	<0,10	<0,10	
5,012	5,012	1,122	0,300	0,300	<0,10	<0,10	<0,10	
2,000	6,310	1,778	0,398	0,501	<0,10	<0,10	<0,10	
4,467	11,220	1,778	0,398	0,398	<0,10	<0,10	<0,10	
4,467	14,130	6,310	1,585	12,559	<0,10	<0,10	<0,10	
1,585	7,943	1,413	0,224	0,631	<0,10	<0,10	<0,10	
4,467	22,390	5,623	1,413	1,413	<0,30	<0,30	<0,30	
1,585	12,590	7,079	1,000	0,794	<0,10	0,126	<0,10	
3,548	11,220	1,585	0,447	0,282	<0,10	<0,10	<0,10	
5,012	10,000	2,000	0,398	0,447	<0,10	<0,10	<0,10	
5,623	1,778	0,501	<0,10	0,178	<0,10	<0,10	<0,10	
3,981	20,000	3,548	1,000	0,794	<0,10	<0,10	<0,10	
1,778	7,943	2,000	0,3000	0,447	<0,10	<0,10	<0,10	
5,012	3,548	0,794	0,178	0,224	<0,10	<0,10	<0,10	
4,467	11,220	1,585	0,708	0,582	0,039	0,030	<0,03	
4,467	5,623	0,631	0,141	0,282	<0,03	<0,03	<0,03	
4,467	20,000	1,778	0,631	0,501	<0,10	0,112	<0,10	
1,122	7,079	11,220	1,259	0,891	0,100	<0,10	<0,10	
2,239	0,794	15,850	1,585	1,585	0,126	0,141	<0,10	
3,981	17,780	5,623	1,122	1,000	<0,10	0,112	<0,10	
1,413	8,913	1,122	0,224	0,398	<0,10	<0,10	<0,10	
2,818	15,850	7,943	1,778	1,778	0,126	0,141	<0,10	

— Vanele pe refulare deschise
— — Funcționează singure pe firul de refulare

Tabela 3

Pompa nr.	Punctul nr.	Frecvența (Hz)															Obs.
		4	8	16	31,5	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000	16.000	31.500	63.000	125.000	
P1	1	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	0,224	0,224	0,891	1,778	6,31	1,413	0,355	0,300	<0,10	<0,10	<0,10	— H_{gt} = — 3,80m = const. — Vanele pe refulare deschise
	2	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,200	0,282	1,413	2,000	10,00	4,467	0,631	0,562	<0,10	<0,10	<0,10	
	3	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,126	0,300	1,000	3,981	7,943	2,000	0,447	0,447	<0,10	<0,10	<0,10	
	4	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0 224	0,224	0,562	3,548	0,891	0,126	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	
	5	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,100	0,300	0,794	3,981	12,590	1,778	0,447	0,501	<0,10	<0,10	<0,10	
P3	1	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,159	0,562	0,251	0,708	1,778	10,00	17,780	1,259	1,000	<0,10	<0,10	<0,10	
	2	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,100	0,398	0,355	2,239	2,239	5,012	11,220	1,413	1,259	<0,10	<0,10	<0,10	
	3	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,126	05,01	1,259	4,467	11,220	1,585	0,447	0,300	<0,10	<0,10	<0,10	
	4	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,178	0,224	0,794	2,000	3,981	0,501	0,100	0,178	<0,10	<0,10	<0,10	
	5	<0,03	<0,03	<0,03	<0,03	<0,03	0,044	0,126	0,300	1,000	4,467	0,891	0,224	0,200	<0,03	<0,03	<0,03	
P5	1	<0,10	<0,10	<0,10	0,200	0,224	0,562	0,300	1,122	1,585	12,590	7,079	1,000	0,794	<0,10	0,126	<0,10	
	2	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,141	0,300	0,501	1,778	3,548	11,220	1,585	0,447	0,282	<0,10	<0,10	<0,10	
	3	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	<0,10	0,200	0,355	1,413	5,012	10,00	2,000	0,398	0,447	<0,10	<0,10	<0,10	
	4	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,300	0,355	1,259	5,623	1,778	0,501	<0,10	0,178	<0,10	<0,10	<0,10	
	5	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,178	0,780	1,585	3,981	20,000	3,548	1,000	0,794	<0,10	<0,10	<0,10	

— accelerațiile pompei nr. 5 sînt mai puternice decît ale pompei nr. 1 indiferent de nivelul la aspirație;

— aliura curbelor este inversă cu acelea determinate pentru turbine privind eroziunea cavitațională în funcție de H_{gs} [1, 4].

4.3.2. Influența poziției pompei

În tabela 3 și figura 12 sînt date valorile accelerațiilor pentru pompele nr. 1, 3 și 5, pentru $H_{gs} = -3{,}80$ m = const. și vanele de pe refulare deschise.

Din aceste date se desprinde următoarele:

— modul de funcționare a pompelor dintr-o stație de pompare diferă de la o pompă la alta, datorită montajului și realizării constructive a aspiratoarelor și pompelor diferit;

— era de așteptat ca la pompa $P3$ să avem accelerațiile cele mai mari în punctele 1 și 2 situate la partea superioară a pompei și minime în punctele 3, 4 și 5 din apropierea părții înglobate în beton, ținînd seama de modul de transmitere a sunetelor.

4.3.3. Influența poziției vanei pe refulare

Pentru determinarea influenței poziției vanei de pe refulare s-au studiat două cazuri:

— cînd pompele nr. 1 și 5 funcționau singure pe firul de refulare (fig. 13 și tabela 4) și $H_{gs} = -4{,}06$ m = const.;

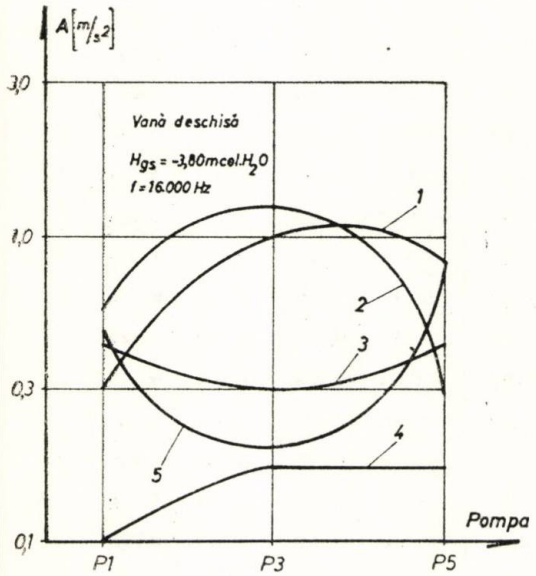


Fig. 12

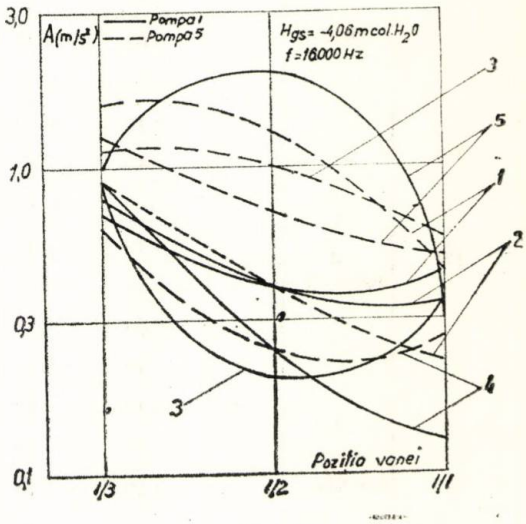


Fig. 13

Tabela

Pompa nr.	Poziția vanei	Punctul nr.	Frecvența						
			4	8	16	31,5	63	125	250
P1	deschisă	1	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,282	0,251
		2	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	<0,10	0,126	0,251
		3	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	0,224
		4	<0,03	0,044	<0,03	0,050	0,159	0,178	0,200
		5	<0,03	<0,03	<0,03	<0,03	<0,03	0,100	0,224
	1/2 deschisă	1	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,126	0,631	0,282
		2	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,126	0,562
		3	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,141	0,300
		4	0,056	0,100	<0,03	0,030	0,050	0,178	0,224
		5	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,251	0,398
	1/3 deschisă	1	<0,10	<0,10	<0,10	0,178	0,794	1,122	1,122
		2	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,224	0,398	1,000
		3	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,126	0,300	0,501
		4	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,100	0,447	0,794
		5	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,126	0,300	2,239
P5	deschisă	1	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	0,224	0,398	0,224
		2	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,178	0,631	0,631
		3	<0,03	<0,03	<0,03	<0,03	0,p35	0,141	0,891
		4	<0,03	<0,03	<0,03	0,035	0,063	0,178	0,501
		5	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,10	0,300	0,251
	1/2 deschisă	1	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,300	0,501	0,562
		2	0,159	0,159	<0,10	0,224	0,126	0,447	1,122
		3	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	<0,10	0,100	0,794
		4	<0,03	<0,03	<0,03	0,112	0,044	0,126	0,398
		5	<0,03	<0,03	<0,03	<0,03	0,035	0,251	0,447
	1/3 deschisă	1	<0,10	<0,10	<0,10	0,355	0,891	1,585	0,891
		2	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,300	1,122	1,122
		3	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	0,141	0,355	1,778
		4	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,100	0,300	0,708
		5	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,282	0,891

(Hz)

500	1000	2000	4000	8000	16.000	31.500	63.000	12.600	OBS.
1,000	3,981	15,880	3,000	0,5621	0,447	<0,10	<0,10	<0,10	
1,000	2,000	7,943	1,778	0,398	0,355	<0,10	<0,10	<0,10	
0,708	4,467	5,623	0,794	0,282	0,355	<0,10	<0,10	<0,10	
0,562	3,548	1,259	0,141	0,044	0,126	<0,03	<0,03	<0,03	
0,891	11,220	5,012	1,000	0,251	0,251	<0,03	<0,03	<0,03	
1,000	2,818	7,079	1,122	0,355	0,398	<0,10	<0,10	<0,10	
1,778	1,778	10,000	2,818	0,355	0,398	<0,10	<0,10	<0,10	
1,000	7,079	8,913	0,708	0,200	0,200	<0,10	<0,10	<0,10	
0,562	1,585	3,981	0,501	0,126	0,251	<0,03	<0,03	<0,03	
1,000	2,239	5,623	15,850	2,239	2,000	0,159	0,200	<0,10	
1,778	3,000	14,130	2,512	0,447	0,708	<0,10	<0,10	<0,10	
2,818	5,623	10,000	2,239	0,562	0,794	0,112	0,282	<0,10	
0,891	4,467	5,012	1,413	0,501	0,891	<0,10	<0,10	<0,10	
1,259	2,818	8,913	0,891	0,398	0,891	0,112	0,562	<0,10	
2,000	3,913	10,000	4,467	0,562	1,000	<0,10	<0,10	<0,10	
1,000	1,778	7,943	2,000	0,300	0,447	<0,10	<0,10	<0,10	
2,000	5,012	3,548	0,794	0,178	0,224	<0,10	<0,10	<0,10	
1,413	4,467	11,220	1,585	0,708	0,582	0,039	0,030	<0,03	
1,122	4,467	5,623	0,631	0,141	0,282	<0,03	<0,03	<0,03	
1,122	4,467	20,000	1,778	0,631	0,501	<0,10	0,112	<0,10	
0,794	1,778	5,623	8,913	1,413	1,259	0,178	0,251	<0,10	
2,818	2,239	8,913	1,413	0,562	0,398	<0,10	<0,10	<0,10	
1,778	2,818	11,220	8,913	1,000	1,000	0,100	0,178	<0,10	
1,122	2,000	3,981	0,562	0,100	0,251	<0,03	<0,03	<0,03	
1,259	3,981	8,913	2,818	0,562	0,708	0,039	<0,03	<0,03	
2,239	2,512	12,590	5,012	1,778	1,585	0,100	<0,10	<0,10	
2,239	2,239	14,130	2,000	0,708	0,891	0,100	0,300	<0,10	
1,413	8,913	8,913	2,000	0,562	1,122	0,100	0,200	<0,10	
0,794	2,000	5,012	0,631	0,200	0,631	<0,10	0,100	<0,10	
2,000	6,310	17,780	10,000	3,548	1,259	0,355	0,300	<0,10	

– $H_{gs} = -4{,}06$ m = const.;
– Funcţionează singure pe firul refulării.

Tabela

Pompa nr.	Poziția vanei pe refulare	Punctul nr.	Frecvența						
			4	8	16	31,5	63	125	250
P1	închisă	1	<0,30	<0,30	<0,30	<0,30	1,585	1,413	2,239
		2	<0,30	<0,30	<0,30	<0,30	0,708	1,122	2,818
		3	<0,30	<0,30	<0,30	<0,30	<0,30	0,300	2,818
		4	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,159	0,708	1,000
		5	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,178	1,259	1,778
	1/3 deschisă	1	<0,10	<0,10	<0,10	0,159	0,708	1,259	3,000
		2	<0,10	<0,10	<0,10	0,112	0,282	0,631	2,000
		3	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,100	0,282	1,413
		4	0,708	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	1,585	0,708
		5	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	1,259	2,818
	1/2 deschisă	1	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,300	0,355	0,447
		2	<0,10	<0,10	<0,10	0,178	0,126	0,282	1,413
		3	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,126	0,501
		4	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,224	0,691
		5	<0,03	<0,03	<0,03	0,126	0,112	0,251	0,562
	deschisă	1	<0,10	<0,10	<0,10	<0,10	0,126	0,355	0,224
		2	<0,03	<0,03	<0,03	0,089	0,126	0,300	0,398
		3	<0,03	<0,03	<0,03	<0,03	<0,03	0,178	0,282
		4	<0,03	<0,03	<0,03	<0,03	0,039	0,178	0,200
		5	<0,03	<0,03	<0,03	0,044	<0,03	0,141	0,300

5

(Hz)									OBS.
500	1000	2000	4000	8000	16.000	31.500	63.000	125.000	
4,467	28,180	63,100	17,780	4,467	3,548	<0,30	<0,30	<0,30	
4,467	8,913	25,120	5,623	1,413	3,000	0,355	0,562	<0,30	
3,981	14,130	15,850	3,548	1,585	3,981	0,300	0,501	<0,30	
2,000	5,012	11,220	8,913	1,413	7,043	0,562	0,562	0,100	
5,623	17,780	15,870	4,467	1,778	2,818	0,200	0,282	<0,10	
2,000	3,548	35,480	6,310	1,778	2,000	0,100	0,200	<0,10	
2,818	7,079	14,130	2,512	0,794	1,259	0,200	0,141	<0,10	
1,000	8,913	15,850	5,623	1,000	1,122	0,126	<0,10	<0,10	
1,000	4,467	3,000	0,501	0,355	0,708	0,200	<0,10	<0,10	
3,981	5,012	20,000	5,012	2,512	2,512	0,100	0,141	<0,10	
1,122	7,943	22,390	3,981	0,501	0,562	<0,10	<0,10	<0,10	
2,512	2,512	10,000	3,000	0,355	0,631	<0,10	<0,10	<0,10	
1,413	5,012	12,590	1,259	0,355	0,398	<0,10	<0,10	<0,10	
0,631	5,012	1,413	0,178	<0,10	0,126	<0,10	<0,10	<0,10	
1,585	6,310	5,623	1,585	0,562	0,398	<0,03	0,030	<0,03	
0,794	3,000	7,079	1,778	0,355	0,300	<0,10	<0,10	<0,10	
1,585	1,778	7,943	3,000	0,501	0,631	0,050	0,056	<0,03	
0,794	4,467	7,943	0,891	0,282	0,300	<0,03	<0,030	<0,03	
0,631	1,778	5,012	0,300	0,070	0,251	<0,03	<0,030	<0,03	
1,122	10,000	3,981	0,708	0,224	0,282	<0,03	<0,030	<0,03	

— $H_{gs} = -3{,}85$ m = const.
— Funcționează în grup ($P1$, $P2$, $P3$).

— cînd pompa nr. 1 funcţionează în grup ($P1$, $P2$, $P3$), iar H_{gs} = = —3,85 m = const. (fig. 14 şi tabela 5); s-au efectuat măsurători de la poziţia închis la deschis a vanei de pe refulare, pentru a observa influenţa pornirilor şi opririlor repetate asupra hidroagregatului.

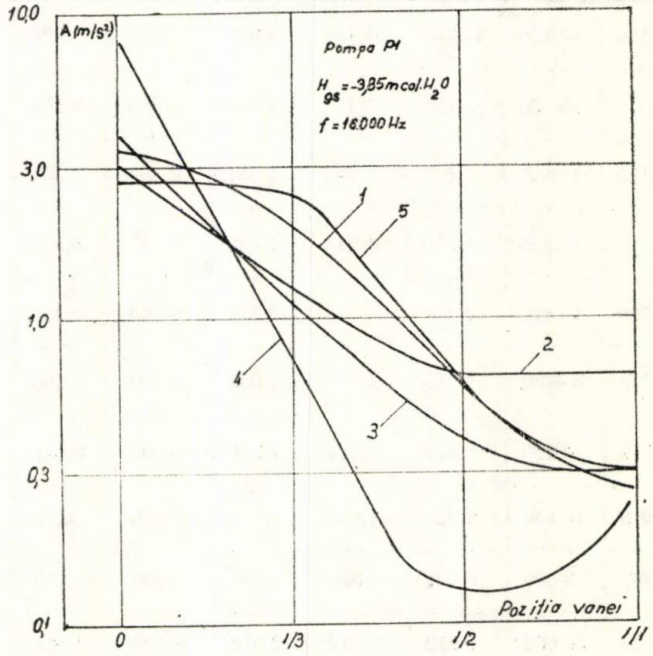


Fig. 14

Din aceste figuri şi tabele se desprind următoarele:

— acceleraţiile scad cu deschiderea vanei;

— cum era de aşteptat, acceleraţiile maxime sînt pentru poziţia închis a vanei de pe refulare;

— acceleraţiile pompei nr. 1 sînt mai mici în cazul cînd funcţionează în grup decît în cazul funcţionării singure pe firul de refulare, ceea ce denotă o îmbunătăţire o funcţionării ei;

— amplitudini peste valoarea admisibilă (0,20 m) apar pentru poziţia vanei pe refulare de 1/3 deschis în punctul nr. 4 (pe camera spirală în dreptul muchiei de întoarcere) pentru frecvenţa de 4 Hz.

5. CONCLUZII

Din cele de mai înainte se pot trage următoarele concluzii:

— trebuie să se acorde mai mare atenţie realizării constructive a proiectului în zona de aspiraţie;

— valorile pierderilor de sarcină în tuburile de aspiraţie pot să varieze diferit decît în mod normal de la un tub de aspiraţie la altul, de aceea considerăm ca necesar să se prevadă un sistem de debitmetrie la staţiile

de pompare și prize de măsură ale pierderilor de sarcină pentru a aprecia mai corect performanțele cavitaționale ale pompelor și modul lor de funcționare;

— rezultatele experimentale obținute din analiza curbelor caracteristice exterioare și interioare de cavitație sînt similare cu cele obținute prin măsurarea vibrațiilor;

— eroziunile apărute la pompe după un număr mic de ore de funcționare sînt datorate nu numai fenomenului de cavitație, ci și vibrațiilor periculoase apărute în timpul deschiderii vanelor (pornirii și opririi pompelor);

— exploatarea nejudicioasă a unor asemenea pompe de dimensiuni mari (porniri și opriri repetate), pot conduce la deteriorarea rapidă înainte de termen a lor.

BIBLIOGRAFIE

1. L. A. Vladislavlev, *Vibrația ghidroagregatov ghidroelectricieskih stanții*, Energhiia, Moskva, 1972.
2. P. Georgescu, St. Zarea, *Bruits et vibrations produits par les tourbillons formés à l'aspiration des pompes axiales*, IX Congres de idraulica e construzioni idrauliche, Trieste, 1965.
3. F. Gyulai și alții, *Citeva probleme actuale în cercetarea fenomenului de cavitație*, Comunicările Conferinței de mașini hidraulice, partea I, septembrie 1964, Timișoara.
4. J. J. Varga, G. Sebestyen, A. Fay, *Detection of cavitation by acoustic and vibration — measurement methods*, La Houille Blanche, 2 (1969).
5. I. Anton, *Curbe caracteristice de cavitație la mașini hidraulice (turbine și pompe)*, Comunicările Conferinței de mașini hidraulice, partea I, septembrie 1964, Timișoara.
6. J. Wijdieks, *Hydraulic aspects of the design of pump installations*, Delft Hydraulics. Laboratory, Publication no. 43, April (1972).
7. * * *, *Code international concernant les essais de reception sur place des pompes d'accumulation*, Publication 198, Geneve, Suisse (1966).
8. F. Gyulai, *Curs de pompe (predat la Fac., de Mec.)*, Timișoara, 1964.
9. D. Vlădăianu, *Studii în natură asupra funcționării în exploatare a pompelor de la stația de pompare Basarabi-Pădure*, referat predat la IELIF Constanța, decembrie (1973).
10. D. Vlădăianu, *Cercetări în natură privind influența părții de aspirație asupra funcționării pompelor*, Sesiunea științifică jubiliară cu prilejul aniversării a 25 ani de la înființarea Facultății de energetică, vol. 2, noiembrie (1975).

La măsurătorile efectuate la S. P. Bassarabi-Pădure, județul Constanța, au luat parte : tehnicienii Vasile Ion, Marinescu Gheorghe, Burcuș Ion, Constantinescu Nicu și laboranții Nacu Jan și Savu Ion.

MIŞCAREA PARTICULELOR SFERICE ŞI CILINDRICE PE PLANE VIBRATOARE ORIZONTALE

Principii şi formule generale de calcul

de MARIUS MUNTEANU
Institutul politehnic Bucureşti

În lucrare se stabilesc iniţial tipurile de mişcări relative posibile ale unei particule sferice sau cilindrice pe un plan vibrator orizontal, precum şi ecuaţiile diferenţiale ce le generează. Se definesc cinci cazuri distincte în care pot fi posibile numai anumite mişcări şi într-o anumită succesiune. Condiţiile de existenţă ale acestor cazuri au condus la trasarea unor diagrame ce permit alegerea parametrilor pentru a obţine cazul dorit. S-au integrat ecuaţiile diferenţiale ale mişcării pe intervalele temporale de definiţie şi s-au determinat ecuaţiile transcendente ce definesc momentele de trecere.
În încheiere s-au determinat deplasările relative şi vibraţiile vitezelor relative în timpul unei perioade, după ce în prealabil s-a studiat ciocnirea particulei cu planul.

Problema mişcării materialelor granulare şi a particulelor de diferite forme sub acţiunea vibraţiilor prezintă un interes deosebit atît aplicativ, cît şi teoretic, aşa cum se vede din numeroasele studii şi cercetări efectuate în acest domeniu în ultimele două decenii. Astfel, în monografia [1], care cuprinde 183 referinţe bibliografice, este studiată în detaliu mişcarea granulelor plate (ce nu se rostogolesc pe plane antrenate în mişcări vibratorii armonice rectilinii. O lucrare mai recentă [2], [3] ce conţine esenţa unei teze de doctorat susţinută la Massachusettes Institute of Technology din S.U.A. reia această problemă în sensul programării pe calculator a ecuaţiilor ce descriu mişcarea şi a verificării experimentale a rezultatelor obţinute.

În cele ce urmează se studiază mişcarea claselor de particule de formă sferică şi cilindrică ce alunecă pe un plan ce efectuează o mişcare vibratoare compusă din două mişcări rectilinii armonice perpendiculare. Problema prezintă interes aplicativ ca atare şi în domeniul alimentatoarelor, maşinilor unelte automate, a transportului şi cernerii materialelor rotunde în straturi subţiri. Modelul mişcării particulei individuale poate fi utilizat cu succes şi la studiul transportului materialelor în vrac, sub rezerva unor corecţii ce depind de condiţiile particulare ale problemei.

Mişcarea particulelor rotunde se va efectua într-un plan ce conţine traiectoria mişcării vibratoare şi perpendicular la planul vibrator. Particula va efectua o mişcare plan paralelă spre deosebire de mişcarea de translaţie a particulelor plate studiate pînă acum.

S-a ales cazul unei mişcări vibratoare compuse, deoarece aceast cuprinde mai multe cazuri de maşini vibratoare utilizate curent.

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 1, 1978, P. 107–127

1. ECUAȚIILE DIFERENȚIALE ALE MIȘCĂRII

Mișcarea planului orizontal este descrisă de ecuațiile parametrice:

$$x_1 = b \cdot \sin \cdot (\omega t + \gamma),$$

$$y_1 = a \cdot \sin \omega t. \tag{1}$$

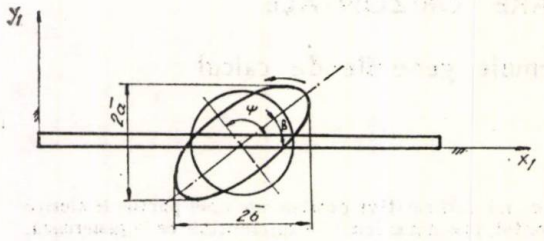


Fig. 1

Astfel, pentru $\gamma = 0$, planul efectuează vibrații rectilinii după dreapta înclinată la $\measuredangle \beta = \operatorname{arctg} \frac{a}{b}$ și de amplitudine $A = \sqrt{a^2+b^2}$. În această categorie intră transportoarele vibratoare și unele tipuri de alimentatoare.

Pentru $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$, punctele planului descriu traectorii eliptice cu caracteristicile

$$\bar{a} = \frac{\sqrt{2}\, ab\, |\sin \gamma|}{\sqrt{a^2 + b^2 - \sqrt{(a^2 + b^2)^2 - 4ab \sin^2 \gamma}}},$$

$$\bar{b} = \frac{\sqrt{2}\, a \cdot b |\sin \gamma|}{\sqrt{a^2 + b^2 + \sqrt{(a^2 + b^2)^2 - 4ab \cdot \sin^2 \gamma}}}, \quad \operatorname{tg} 2\psi = -\frac{2ab \cos \gamma}{a^2 - b^2},$$

înlocuirea lui γ prin $-\gamma$ nu schimbă forma eclipsei însă schimbă sensul mișcării. Pentru $\gamma > 0$, mișcarea se face în sensul acelor ceasornicului, iar pentru $\gamma < 0$ invers.

Pentru $\gamma = \pm\pi$ și $a = b$ traectoriile punctelor planului devin circulare. În categoria antrenării după elipse alungite intră transportoarele vibratoare, iar în cea a elipselor puțin alungite și a cercurilor intră sitele vibratoare și unele alimentatoare.

Pentru o deplasare în direcția pozitivă a axei Ox_1 trebuie ca $\gamma > 0$.

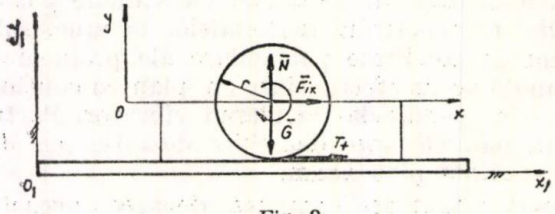


Fig. 2

Ecuațiile diferențiale ale mișcării relative ale particulei raportate la sistemul de referință mobil xoy (fig. 2) legat de planul vibrator sînt:

$$m\ddot{x} = mb\omega^2 \sin(\omega t + \gamma) + T_f,$$

$$m\ddot{y} = ma\omega^2 \sin \omega t + N - mg,$$

$$J\ddot{\theta} = -T_f \cdot r. \tag{2}$$

În timpul mișcării particula poate rămîne în contact cu planul sau se poate desprinde de pe plan. Pot apărea următoarele situații:

a) Contact permanent al particulei cu planul, mișcare relativă de alunecare și rostogolire.

Condițiile acestei mișcări sînt:

$$\dot{y}_c = 0, \tag{3}$$

$$\dot{X}_{a1} = \dot{X}_c - r\dot{\theta}, \tag{4}$$

$$N(t) > 0. \tag{5}$$

Expresia forței de frecare este

$$T_f = \begin{cases} -\mu N & \text{pentru } \dot{X}_{a1} > 0, \\ \mu N & \text{pentru } \dot{X}_{a1} < 0. \end{cases} \tag{6}$$

Din a doua ecuație a sistemului (2) rezultă

$$N(t) = mg - ma\omega^2 \sin\omega t, \tag{7}$$

condiția (5) devine

$$\sin \omega t < \frac{g}{a\omega^2} = z_0. \tag{8}$$

Ținînd seama de relațiile (7) și (8), ecuația a 3-a din sistemul (2) devine

$$\ddot{\theta} = \pm \frac{\mu r}{j}(mg - ma\omega^2 \sin\omega t). \tag{9}$$

Notînd

$$J = m r_g^2; \quad \xi = \frac{r}{r_g}, \tag{10}$$

rezultă

$$\ddot{\theta} = \pm \xi^2 \left[\frac{g}{r} - \frac{a\omega^2}{r} \sin \omega t\right]. \tag{11}$$

Înlocuind (11), (6), (7) și prima ecuație a sistemului (2) în derivata ecuației (4), rezultă ecuația ce descrie mișcarea relativă pentru acest caz:

$$\ddot{X}_{a1} = b\omega^2 \sin(\omega t + \gamma) \pm \mu'(g - a\omega^2 \sin\omega t), \tag{12}$$

unde s-a notat

$$\mu' = \mu(1 + \xi^2). \tag{13}$$

Pentru particulele sferice $\xi = \sqrt{\frac{5}{2}}$, iar pentru particulele cilindrice $\xi = \sqrt{2}$.

b) Contact permanent al particulei cu planul, mișcare relativă de rostogolire pură.

Condiţiile mişcării sînt :

$$\dot{y} = 0\,;\ \dot{X}_{a1} = 0, \tag{14}$$

$$N(t) > 0, \tag{15}$$

$$-\mu_1 N(t) < T_{f_1} < \mu_1 N(t).$$

Rezultă

$$\dot{X}_c = r\dot{\theta}, \tag{16}$$

deci

$$\ddot{X}_c = -\frac{T_{f_1} r^2}{J}. \tag{17}$$

Ţinînd seama de prima ecuaţie a sistemului (2), obţinem

$$T_{f_1} = -\frac{1}{1+\xi^2}\, mb\omega^2 \sin(\omega t + \gamma). \tag{18}$$

Ecuaţia ce descrie mişcarea de rostogolire va fi

$$\ddot{\theta} = \frac{\xi^2}{1+\xi^2}\,\omega^2 \frac{b}{r} \sin(\omega t + \gamma). \tag{19}$$

c) Desprinderea particulei de pe plan.
Condiţiile acestei mişcări sînt :

$$y_c > 0, \tag{20}$$

$$N(t) = 0$$

Aceste condiţii scrise în termenii condiţiei (8) devin :

$$\sin \omega t > z_0. \tag{21}$$

Ecuaţiile ce descriu zborul particulei vor fi deci

$$\ddot{X}_c = \ddot{X}_{a1} = b\omega^2 \sin(\omega t + \gamma).$$
$$\ddot{y}_c = a\omega^2 \sin\omega t - g, \tag{22}$$
$$\dot{\theta} = \text{const.} \ (\text{deoarece } T_f = 0 \text{ şi } \ddot{\theta} = 0).$$

În concluzie, sistemul de ecuaţii (2) se transformă în ecuaţiile (12), (19) şi (22), funcţie de natura mişcării relative a particulei.

La scrierea ecuaţiilor diferenţiale nu s-a introdus rezistenţa mediului asupra mişcării particulei.

În lucrarea [1] p. 89 este dată o formulă de calcul pentru diametrul maxim al unei particule sferoidale astfel încît rezistența aerului să nu depășească 10% din forța de frecare uscată. Astfel, de exemplu, pentru: temperatura $t = 20°$, greutatea specifică a aerului $\gamma = g \cdot \rho = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ g/m^3; coeficientul cinematic al vîscozității $\nu = 0{,}15$ cm^2/s și $\mu = 0{,}5$ s-au obținut valori de următoarele ordine de mărime:
— granule cu greutatea specifică $\gamma_m = 3$ g/cm^3; $d_{mox} = 0{,}5$ cm $\div$ 6 cm pentru $a\omega = 50 \div 300$ cm/s;
— granule cu $\gamma_m = 19$/cm^3: $d_{mox} = 1$ cm $\div$ 8 cm, pentru $a\omega = 50 \div 160$ cm/s;
— granule cu $\gamma_m = 0{,}4$ g/cm^3: $d_{mox} = 2{,}2$ cm $\div$ 9 cm, pentru $a\omega = 50 \div 110$ cm/s.
S-au luat deci în considerare numai clasa granulelor pînă la diametrul maxim calculat pe baza formulei specificate mai sus.

Urmărind desfășurarea în timp a mișcării particulei se observă că tipurile posibile de mișcare corespund unor zone temporale ce se repetă cu perioada de vibrație a planului.

2. DETERMINAREA ZONELOR TEMPORALE ȘI MOMENTELE DE TRANZIȚIE CE CORESPUND TIPURILOR DE MIȘCĂRI POSIBILE

Axa timpului se divide în două intervale principale:
— Intervalul I pe durata căruia particula rămîne în contact cu planul și este definit de condiția (8).
— Intervalul II pe durata căruia particula este în zbor, fiind definit de condiția (21).
Condiția de existență a intervalului I este

$$Z_0 < 1. \tag{23}$$

Intervalul II poate exista pentru orice Z_0.
Intervalul I se divide în următoarele subintervale:
— subintervalul I_{1+}, pe durata căruia particula alunecă înainte, este definit de inegalitatea

$$T_{f_1} < -\mu_1 N(t), \tag{24}$$

— subintervalul I_1 pe durata căruia particula alunecă înapoi este definit de inegalitatea

$$T_{f_1} > \mu_1 N(t), \tag{25}$$

— subintervalul I_{10} pe durata căruia particula se rostogolește fără să alunece, definit cu inegalitățile

$$-\mu_1 N(t) < T_{f_1} < \mu_1 N(t). \tag{26}$$

Ultimul subinterval se poate diviza la rîndul lui în I_{10+} și I_{10-} ce corespund rostogolirilor înainte și, respectiv, înapoi.

Ţinînd seama de relaţiile (7) şi (18), inegalitatea (24) se poate scrie :

$$(\mu_1' + N\cos\gamma)\sin\omega t + k\sin\gamma.\ \cos\omega t > \mu_1' \frac{g}{a\omega^2}, \tag{27}$$

unde s-a notat

$$\mu_1' = \mu_1'(1+\xi^2), \tag{28}$$

$$\frac{b}{a} = k. \tag{29}$$

În final condiţia (27) se pune sub forma

$$\sin(\omega t + \varepsilon_{1+}) > z_0 \frac{\mu_1'}{\alpha_{1+}}, \tag{30}$$

cu substituţiile

$$\begin{aligned} \alpha_{1+}\sin\varepsilon_{1+} &= k\sin\gamma, \\ \alpha_{1+}\sin\varepsilon_{1+} &= \mu_1' + k\cos\gamma, \end{aligned} \tag{31}$$

de unde

$$\operatorname{tg}\varepsilon_{1+} = \frac{k\sin\gamma}{\mu_1' + k\cos\gamma}\ ;\ \alpha_{1+} = \sqrt{\mu_1'^2 + k^2 + 2\mu_1' k\cos\gamma}\ . \tag{32}$$

În acelaşi mod condiţia (25) devine

$$\sin(\omega t + \varepsilon_{1+}) < -Z_0 \frac{\mu_1'}{\alpha_{1+}}, \tag{32'}$$

cu substituţiile

$$\operatorname{tg}\varepsilon_{1-} = \frac{k\sin\gamma}{k\cos\gamma - \mu_1'}\ ;\quad \alpha_{1-} = \sqrt{\mu_1'^2 + k^2 - 2\mu_1' k\cos\gamma}. \tag{33}$$

Analog, condiţia (20) ia forma

$$\begin{aligned} \sin(\omega t + \varepsilon_{1+}) &< Z_0 \frac{\mu_1'}{\alpha_{1+}} \\ \sin(\omega t + \varepsilon_{1-}) &> -Z_0 \frac{\mu_1'}{\alpha_{1-}}. \end{aligned} \tag{34}$$

Relațiile de definiție ale intervalelor și subintervalelor determinate sînt sintetizate în următoarea tabelă :

Intervalul I.			Intervalul II
$Z_0 - \sin \omega t > 0$			$Z_0 - \sin \omega t < 0.$
Subinterv. I_{1+}	Subinterv. I_{10}	Subinterv. I_{1-}	
$Z_{1+} - \sin(\omega t + \varepsilon_{1+}) > 0$	$Z_{1+} - \sin(\omega t + \varepsilon_{1+}) > 0$ $Z_1 - \sin(\omega t + \varepsilon_{1-}) > 0$	$Z_{1-} - \sin(\omega t + \varepsilon_{1-}) < 0$	

În tabelă s-au utilizat notațiile :

$$Z_{1+} = Z_0 \frac{\mu_1'}{\alpha_{1+}} \; ; \; Z_{1-} = -Z_0 \frac{\mu_1'}{\alpha_{1-}}. \tag{35}$$

Limitele intervalelor și subintervalelor definite sînt date de soluțiile ecuațiilor

$$\begin{gathered} \sin \omega t_0 = Z_0, \\ \sin(\omega t_{1\pm} + \varepsilon_{1\pm}) = Z_{1\pm}. \end{gathered} \tag{36}$$

Considerînd ecuațiile odimensionale

$$\tau_0 = \omega t_0 \; ; \qquad \tau_{1\pm} = \omega t_{1\pm}, \tag{37}$$

soluțiile ecuațiilor (36) sînt :

$$\begin{aligned} \tau_0 &= (-1)^n \operatorname{arc\,sin} z_0 + n\pi, \\ \tau_{1\pm} &= (-1)^n \operatorname{arc\,sin} z_1 - \varepsilon_{1\pm} + n\pi, \\ & \qquad n = 0, 1, 2, \ldots . \end{aligned} \tag{38}$$

Momentele ce limitează cele două intervale de rostogolire sînt date de soluția ecuației

$$\sin(\omega t' + \gamma) = 0, \tag{39}$$

adică

$$\begin{aligned} \tau' &= -\gamma + n\pi, \\ & \qquad n = 0, 1, 2, \ldots . \end{aligned} \tag{40}$$

Divizarea axei timpului în intervale și subintervale se poate obține grafic prin intersecția dreptelor orizontale $z = Z_0$, $z = Z_{1+}$, $z = 0$, cu sinusoidele (36) și (39).

3. ANALIZA CALITATIVĂ A MIȘCĂRILOR POSIBILE FUNCȚIE DE PARAMETRII VIBRAȚIEI

Din figura 3 se vede că mărimea și succesiunea intervalelor și subintervalelor temporale depinde de poziția relativă una față de alta a dreptelor

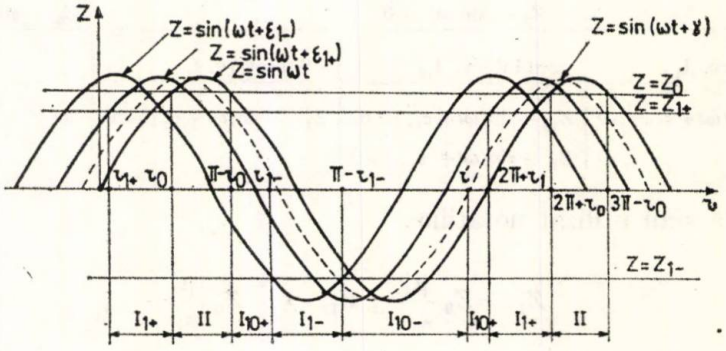


Fig. 3

orizontale și în raport cu sinusoidele. Din relațiile (35), (33), (32), (29), (28) și (8) rezultă că întotdeauna există inegalitățile :

$$Z_0<1\,;\quad Z_{1+}<1\,;\quad Z_{1-}>-1. \tag{41}$$

Deci poziția relativă a dreptelor orizontale una față de alta se păstrează mereu cea din figura 1. În funcție de pozițiile dreptelor în raport cu sinusoidele, putem defini mai multe cazuri în care este posibilă apariția tipurilor de mișcări descrise anterior precum și succesiunea lor într-o perioadă de vibrație a planului.

3.1. CAZUL MIȘCĂRILOR CU DESPRINDERE, ALUNECARE CU ROSTOGOLIRE ȘI ROSTOGOLIRE PURĂ

3.1.1. Mișcare cu desprindere, alunecare cu rostogolire și rostogolire pură în ambele sensuri

Este cazul ilustrat în figura 3.
Condițiile de existență ale acestui caz sînt :

$$Z_0<1\,;\ Z_{1+}<1\,;\ Z_{1-}>-1, \tag{42}$$

adică

$$\frac{g}{y\omega^2}<1\,;\ \frac{Z_0\mu_1'}{\sqrt{k^2+\mu_1'^2+2\mu_1' k\cos\gamma}}<1\,;\ \frac{Z_0\mu_1'}{\sqrt{k^2+\mu_1^2-2\mu_1^2 k\cos\gamma}}<1.$$

Prima inegalitate limitează alegerea amplitudinii accelerației componenței verticale a vibrației. Cea de-a doua este îndeplinită pentru orice K și μ_1'

ținînd seama că $0 \leqslant \gamma \leqslant \frac{\pi}{2}$. Din ultima inegalitate rezultă intervalul de alegere al unghiului

$$0 < \cos\gamma < \frac{k^2 + \mu_1'^2(1 - z_0^2)}{2\mu_1' k}, \tag{43}$$

cu condițiile

$$\mu_1'(1 - Z_0) < k < \mu_1'(1 + Z_0). \tag{44}$$

1.2. MIȘCARE CU DESPRINDERE, ALUNECARE CU ROSTOGOLIRE ÎNTR-UN SINGUR SENS ȘI ROSTOGOLIRE PURĂ

condițiile de existență ale acestui caz (fig. 4) sînt γ :

$$Z_0 < 1\,;\; Z_{1+} < 1\,;\; Z_{1+} < -1. \tag{45}$$

Din acest condiții rezultă intervalul de alegere al unghiului γ :

$$\frac{k^2 + \mu_1'^2(1 - Z_0^2)}{2\mu_1' k} < \cos\gamma < 1, \tag{46}$$

Cu condiția

$$0 < k < \mu_1'(1 + \sqrt{2 - z_0}). \tag{47}$$

Valorile k și μ_1' definite prin inegalitățile (44) și (47) se află în domeniile haşurate delimitat de dreptele din figura 5. Domeniile sînt delimitate interior de dreapta $k = 1$ deoarece pentru $k < 1$ elipsele traectoriei planului sînt alungite după cealaltă semiaxă și deci dacă se inversează și

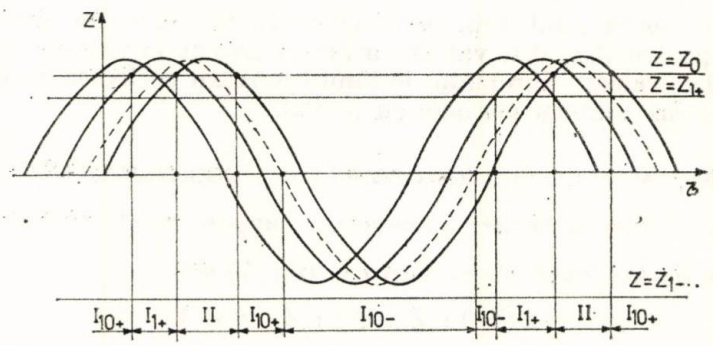


Fig. 4

sensul de rotație ($\gamma < 0$), mișcarea va fi identică cu cea studiată, dar în sensul negativ al axei ox. Domeniile de alegere ale unghiului γ din mulțimea

parametrilor k şi μ_1' definite de inegalităţile (44) şi (47) sînt delimitate de dreptele $\cos\gamma = 1$; $\cos\gamma = 0$ şi curba $\cos\gamma = \frac{1}{2}\left(\frac{k}{\mu_1'} + \frac{1 - Z_0}{\frac{k}{\mu_1'}}\right)$.

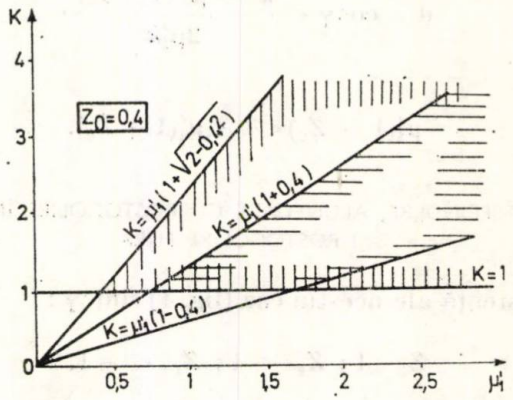


Fig. 5

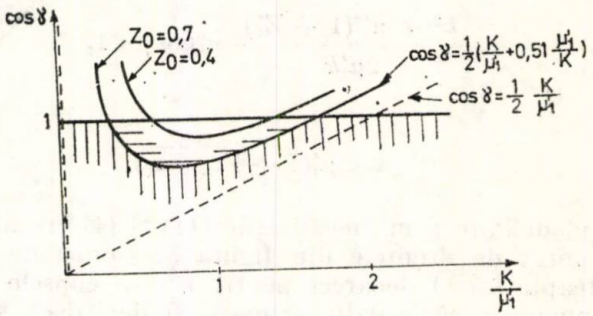


Fig. 6

unde Z_0 — joacă rolul unui parametru. În figura 6 sînt figurate aceste domenii pentru $Z_0 = 0{,}4$, valoare utilizată curent în transportul vibrator şi $Z_0 = 0{,}7$, valoare apropiată de limita mişcării periodice cu desprindere şi contact instantaneu periodic cu planul.

3.2. MIŞCĂRI DE ALUNECARE CU ROSTOGOLIRE ŞI ROSTOGOLIRE PURĂ FĂRĂ DESPRINDERE

3.2.1. Mişcare de alunecare cu rostogolire şi rostogolire pură în ambele sensuri

Condiţiile de existenţă ale acestui caz (fig. 7) sînt

$$Z_0 > 1\,;\; Z_{1+} < 1\,;\; Z_{1-} > -1 \tag{48}$$

Intervalul de alegere al unghiului γ ce rezultă din aceste condiţii este

$$\frac{\mu_1'(z_0 - 1) - k^2}{2\mu_1' k} < \cos\gamma < \frac{k^2 + (1 - z^2)\,\mu_1'^2}{2\mu_1' k}\,, \tag{49}$$

cu condițiile

$$0 < k < \mu_1'(1 + u_0)$$
$$\mu_1'(1 - \sqrt{2 - z_0^2}) < k < \mu_1'(1 + \sqrt{2 - z_0^2}) \tag{50}$$
$$k > \sqrt{\mu_1'(z_0^2 - 1)}.$$

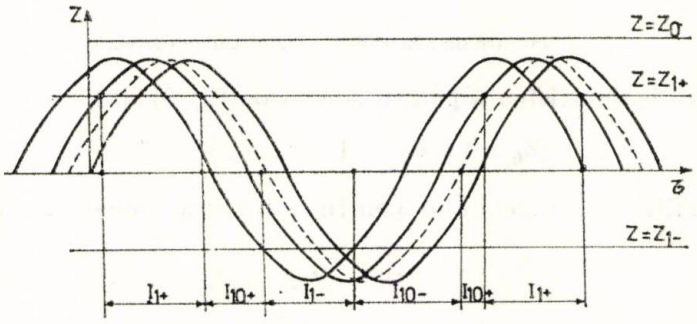


Fig. 7

3.2.2. Mișcare de alunecare cu rostogolire într-un singur sens și rostogolire pură

Condițiile de existență ale acestui caz (fig. 8) sînt:

$$Z_0 > 1\,;\; Z_{1+} < 1\,;\; Z_{1-} < -1. \tag{51}$$

Intervalele de alegere corespunzătoare ale unghiului γ sînt:

$$1 > \cos\gamma > \frac{k^2 - \mu_1'(1 - z^2)}{2\mu_1' k}, \tag{52}$$

cu condițiile

$$0 < k < \mu_1'(1 + z_0), \tag{53}$$
$$k > + \sqrt{\mu_1'(z_0^2 - 1)},$$

și

$$1 > \cos\gamma > \frac{\mu_1'(z_0^2 - 1) - k^2}{2\mu_1' k}, \tag{54}$$

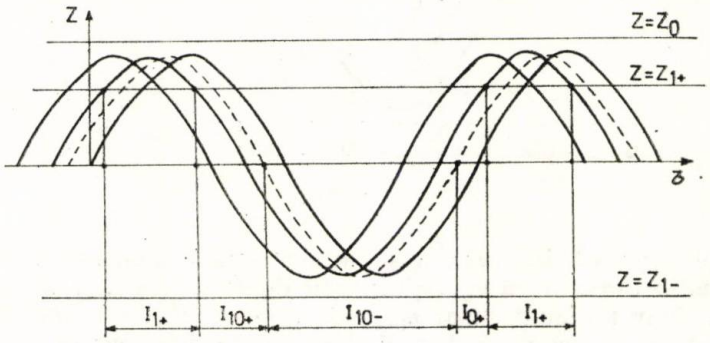


Fig. 8

cu condițiile

$$\mu_1'(1 - \sqrt{2 - z_0^2}) < k < \mu_1'(1 + \sqrt{2 - z_0^2}), \tag{55}$$
$$0 < k < + \sqrt{\mu_1'(z_0^2 - 1)}.$$

3.2.3. Mișcare de rostogolire pură în ambele direcții

Condițiile de existență pentru acest caz (fig. 9) sînt :

$$Z_0 > 1\,;\; Z_{1+} > 1\,;\; Z_{1-} < -1. \tag{56}$$

Aceste condiții sînt îndeplinite pentru o singură valoare a unghiului γ și anume

$$\cos\gamma = \frac{k^2 + \mu_1'(1 - z_0^2)}{2\mu_1' k}. \tag{57}$$

Nu s-au analizat cazurile mișcărilor cu alunecare și rostogolire într-un singur sens negativ și nici cazurile cînd $\frac{\pi}{2} < \gamma \leqslant \pi$ deoarece aceste cazuri sînt simetrice în raport cu cele prezentate. Valorile k și μ_1' definite prin inegalitățile (50), (53), (55), se află în domeniile haşurate delimitate de dreptele din figura 10. Domeniile de alegere ale unghiului γ din mulțimea parametrilor $\frac{k}{\mu_1'}$ definiți de inegalitățile (49), (52), (54) și eglitatea (57) sînt delimitate de dreptele și curbele din figura 11. Aceste domenii s-au figurat pentru valoarea particulară $Z_0 = 1{,}2$, valoare utilizată curent în cazul cernerii materialelor granulare fără desptindere de pe plan.

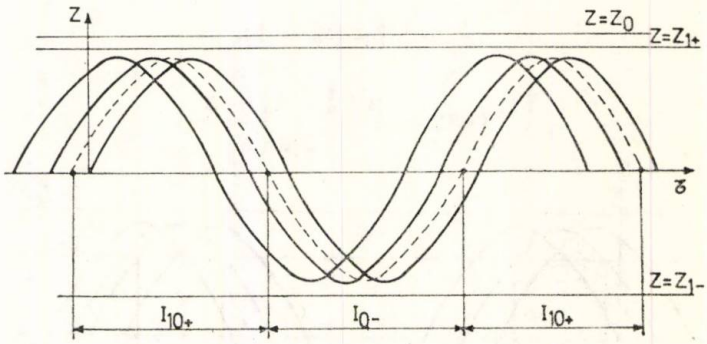


Fig. 9

Se observă că intervalele și subintervalele temporale definite în cazurile analizate pot avea variații funcție de defazările ε_{1+}, ε_{1-} și de pulsația ω. S-a figurat numai cazul $\varepsilon_{1+} > 0$, $\varepsilon_{1-} < 0$. Din relațiile (32) și (33) rezultă că întotdeauna $\varepsilon_{1+} > 0$ pe cînd ε_{1-} poate fi și negativ. În acest din urmă caz se modifică cazurile $Z_{1-} > -1$, cînd intervalul I_{1-} se deplasează

înspre dreapta modificînd în aceeași măsură intervalele din stînga și dreapta. Dacă ω crește, toate intervalele se îngustează și invers. Dacă ε_{1+} și ε_{1-} scad în valoare absolută, atunci anumite intervale ca I_{1+} și I_{10} pentru cazul $Z_0 < 1$ scad sau chiar dispar.

Diagramele trasate în figurile 5, 6, 10 și 11 stabilesc domeniile mulțimilor valorilor parametrilor mișcării vibratoare $k = \dfrac{b}{a}$ și γ, funcție de unele proprietăți fizice și geometrice ale granulei concretizate prin coeficientul de frecare echivalent μ_1', pentru fiecare caz analizat și pentru un parametru dat Z_0. Acest parametru care reprezintă raportul dintre accelerația gravitațională și amplitudinea accelerației vibrației este o mărime de plecare esențială în proiectarea mașinilor vibratoare de tip transportor, site vibratoare și alimentator. Criteriile de alegere a parametrului caracterisitc Z_0 sînt analizate detaliat în lucrarea [4].

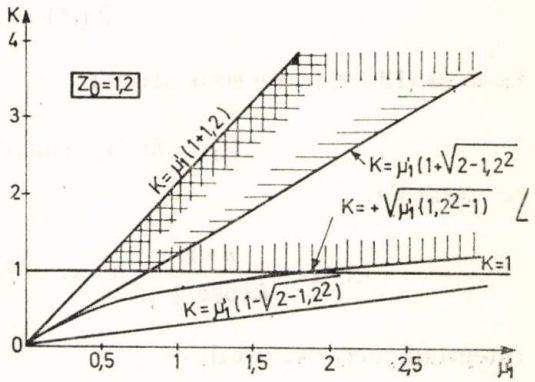


Fig. 10

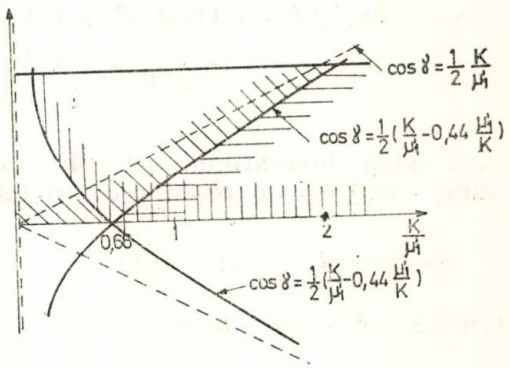


Fig. 11

4. INTEGRAREA ECUAȚIILOR DIFERENȚIALE

Mișcarea particulei în planul vibrator este descrisă de ecuațiile diferențiale (12), (19) și (22). Aceste ecuații descriu mișcarea succesiv, în diferite etape dintr-o perioadă. Integrarea ecuațiilor se va face pe etape, condiționate de momentele de trecere de la o etapă la alta. Este important de remarcat că integrarea ecuațiilor corespunzătoare celor trei tipuri de mișcări poate fi făcută independent una de alta, ceea ce simplifică considerabil studiul mișcării.

4.1. ALUNECARE CU ROSTOGOLIRE

Presupunem că la momentul $t = t^*$ aparținînd intervalului I_1, particula se află pe plan ($y = 0$) avînd viteza inițială

$$\dot{X}_{a1}(t^*) = \dot{X}^* \text{ și } \dot{y}(t^*) = 0.$$

Alegînd convenabil sistemul de coordonate, condiţiile iniţiale sînt :

$$t = t^*, \quad \dot{X}_{a1}(t^*) = \dot{X}^*,$$

$$X(t^*) = 0. \tag{58}$$

Ecuaţia (12) se poate scrie astfel :

$$\ddot{X}_{a1} = b\omega^2 \alpha_{\pm} \cdot \sin(\omega t + \varepsilon_{\mp}) \pm \mu' g, \tag{59}$$

cu notaţiile

$$\operatorname{tg} \varepsilon_{\pm} = \frac{k \sin\gamma}{k \cos z \pm \mu'} ; \quad \alpha_{\pm} = \sqrt{k^2 + \mu'^2 \mp 2\mu' k \cos\gamma}. \tag{60}$$

Integrînd succesiv, rezultă

$$\dot{X}_{a1} = b\omega\alpha_{\mp}[\cos(\omega t^* + \varepsilon_{\mp}) - \cos(\omega t + \varepsilon_{\mp})] \pm \mu' g(t - t^*) + \dot{X}^*, \tag{61}$$

$$X_{a1} = b\alpha_{\mp}[(\omega t - t^*)\cos(\omega t^* + \varepsilon_{\mp}) + \sin(\omega t^* + \varepsilon_{\mp}) - \sin(\omega t + \varepsilon_{\mp}) \pm$$
$$\pm \mu' g \frac{(t - t^*)^2}{2} + \dot{X}^*(t - t^*). \tag{62}$$

Cînd etapa alunecării cu rostogolire este urmată de o etapă de rostogolire pură, momentele de trecere se determină din ecuaţia transcentă de condiţie :

$$b\alpha_{\mp}[\cos(\omega t^* + \varepsilon_{\mp}) - \cos(\omega t^{**} + \varepsilon_{\mp})] \pm \mu' g(t^{**} - t^*) + \dot{X}^* = 0. \tag{63}$$

Considerînd valorile adimensionale

$$\omega t^* = \tau_{\pm}^* ; \quad \omega t^{**} = \varphi_{\pm} ; \quad b_{\pm} = \frac{\dot{x}^*}{a\alpha_{\mp}\omega}, \tag{64}$$

ecuaţia (63) devine :

$$\cos(\tau_{\pm}^* + \varepsilon_{\mp}) - \cos(\varphi_{\pm} + \varepsilon_{\pm}) + z_{\pm}(\varphi_{\pm} - \tau_{\pm}^*) + b_{\pm} = 0. \tag{65}$$

Dacă ecuaţia (65) are mai multe rădăcini, sens fizic are numai cea mai mică dintre ele şi care depăşeşte $\tau_{\pm}^*$. Absenţa acestei rădăcini semnifică păstrarea sensului şi tipului mişcării.

φ_+ reprezintă momentul adimensional de trecere de la alunecarea înainte la rostogolirea înainte ;

φ_- reprezintă momentul adimensional de trecere de la alunecare înapoi la rostogolirea înapoi.

4.2. ROSTOGOLIRE PURĂ

Presupunem că la momentul $t = t'^*$ aparținînd intervalului I_{10} particula se află pe plan ($y = 0$), avînd viteza unghiulară inițială $\dot{\theta}(t'^*) = \dot{\theta}^*$ și $\dot{X}_{al}(t'^*) = 0$; $\dot{Y}(t'^*) = 0$. Alegînd convenabil sistemul de coordonate condițiile inițiale sînt:

$$t = t'^* \begin{cases} \dot{\theta}(t'^*) = \dot{\theta}^*, \\ \theta(t'^*) = 0. \end{cases} \tag{66}$$

Din (10) rezultă

$$\ddot{X}_c = r\ddot{\theta} = \frac{\xi^2}{1+\xi^2}\omega^2 b\sin(\omega t + \gamma), \tag{67}$$

deci

$$\dot{X}_c = \frac{\xi^2}{1+\xi^2}\omega b\,[\cos(\omega t'^* + \gamma) - \cos(\omega t + \gamma)] + r\dot{\theta}^*, \tag{68}$$

$$X_c = \frac{\xi^2}{1+\xi^2} b[\omega(t - t'^*)\cos(\omega t'^* + \gamma) - \sin(\omega t + \gamma) + \\ + \sin(\omega t'^* + \gamma)] + r\dot{\theta}^*(t - t'^*). \tag{69}$$

Momentul ce marchează trecerea între rostogolirea înainte (+) și înapoi (−) se calculează din ecuația transcendentă de condiție ($\dot{x}_c = 0$):

$$\cos(\tau'^* + \gamma) - \cos(\varphi_0 + \gamma) + z' = 0, \tag{70}$$

unde s-a notat $\omega t'^* = \tau'^*$;

$$z' = \frac{r(1+\xi^2)}{\xi^2}\dot{\theta}^*. \tag{71}$$

Pentru a avea sens fizic, rădăcina φ_0 a ecuației (70) trebuie să îndeplinească condiții similare cu rădăcina ecuației (65).

4.3. ZBORUL PARTICULEI

Presupunem că desprinderea particulei se face la momentul de început al intervalului II, adică la $t = t^*$.

Dacă se amplasează sistemul de coordonate în punctul de desprindere, condițiile inițiale sînt:

$$\begin{aligned} X_c(t_0^*) &= 0; \quad \dot{X}_c(t_0^* = \dot{X}_0^*, \\ y_c(t_0^*) &= 0; \quad \dot{y}_c(t_0^*) = \dot{y}_0^*, \\ \theta(t_0^*) &= 0; \quad \dot{\theta}(t_0^*) = \dot{\theta}_0^*. \end{aligned} \tag{72}$$

Integrînd succesiv ecuațiile (13), rezultă

$$\begin{aligned} \dot{X}_c &= b\omega[\cos(\omega t_0^* + \gamma) - \cos(\omega t + \gamma)] + \dot{X}_0^*, \\ \dot{y}_c &= -g(t - t_0^*) + a\omega[\cos\omega\omega t_0^* - \cos\omega t] + \dot{y}_0^*, \\ \dot{\theta} &= \dot{\theta}_0^*, \end{aligned} \tag{73}$$

$$X_c = b\omega\cos(\omega t_0^* + \gamma)(t - t_0^*) - b[\sin(\omega t + \gamma) - \sin(\omega t_a^* + \gamma)] + \dot{X}_0^*(t - t_a^*),$$

$$y_c = -\frac{g(t-t_0^*)^2}{2} + a\omega(t - t_0^*)\cos\omega t_0 - a(\sin\omega t - \sin\omega t_0^*) + \ddot{y}_0^*(t - t_0^*), \tag{74}$$

$$\theta = \dot{\theta}_0^*(t - t_0^*).$$

Ecuațiile (74) și (76) descriu mișcarea particulei în zborul dintre momentul desprinderii t_0^* și momentul căderii pe plan t_n. Momentul t_n este dat de rădăcina cea mai mică a ecuației transcendente ($Y_c = 0$):

$$Z_0\frac{(\varphi_n - \tau_0^*)^2}{2} + \sin\varphi_n - \sin\tau_0^* - (\varphi_n - \tau_0^*)[\cos\tau_0^* + a^*) = 0, \tag{75}$$

cu notațiile

$$\varphi_n = \omega t_n\,;\quad \tau_0^* = \omega t_0^*\quad a^* = \frac{\dot{y}_0^*}{a\omega} \tag{76}$$

și condiția evidentă $\varphi_n > \tau_0^*$.
În lucrarea [1] există grafice și tabele după care pot fi rezolvate ecuațiile de tipul (65) și (75)

5. STUDIUL CIOCNIRII PARTICULEI CU PLANUL VIBRATOR

Deoarece etapele de mișcare se succed periodic, pentru studiul etapei de mișcare ce urmează etapei de zbor, indiferent de tipul acestei mișcări, este necesară determinarea condițiilor inițiale ale noii etape. Momentul, fazial al căderii este dat de ecuația (75). Distribuția de viteze după ciocnire, funcție de distribuția de viteze înainte de ciocnire, se obține în cele ce urmează.

Se consideră practic admisibil că ciocnirea se produce instantaneu și fără a influența mișcarea planului. Se analizează cazul general, cînd ambele componente normală și tangențială ale vitezei, suferă variații în timpul ciocnirii.

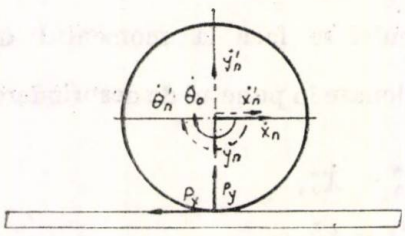


Fig. 12

Aplicînd teoremele generale ale ciocnirii particulei izolate din figura 12, rezultă

$$\begin{aligned} m(\dot{X}_n' - \dot{X}_n) &= -P_x, \\ m(\dot{y}_n' - (-\dot{y}_n)] &= P_y, \\ J(\dot{\theta}_n' - \dot{\theta}_0^*) &= rP_x, \end{aligned} \tag{77}$$

unde P_x și P_y sînt proiecțiile normală și tangențială ale percuției. La aceste ecuații se adaugă relația cunoscută :

$$\dot{y}_n' : \dot{y}_n = R, \tag{78}$$

unde $0 \leqslant R \leqslant 1$ este coeficientul de restituire.

Pentru a rezolva sistemul de ecuații obținut este necesară încă o ecuație care se scrie din condițiile de disipare ale energiei după direcția tangențială. Considerînd o frecare coulombiană pot apărea următoarele cazuri :

a) Ciocnirea se produce fără frecare sau cu frecare neglijabilă ($\mu = 0$) în punctul de contact.

Impulsul se conservă după direcția tangențială, astfel că

$$\dot{X}_n' = \dot{X}_n ; \quad \dot{\theta}_n' = \dot{\theta}_0^*. \tag{79}$$

b) Ciocnirea se produce cu frecare în punctul de contact ($\mu \neq 0$), astfel încît se produce alunecare relativă și rostogolire.

Condiția analitică este

$$P_x = \mu P_y. \tag{80}$$

Din sistemul de ecuații (77), (78) și (80) rezultă

$$\dot{X}_n' = \dot{X}_n - \mu \dot{y}_n (R + 1),$$

$$\dot{\theta}_n' = \dot{\theta}_0^* + \mu \xi^2 \frac{\dot{y}_n}{n} (R + 1). \tag{81}$$

c) Ciocnirea se produce cu frecare în punctul de contact ($\mu = 0$), astfel încît nu se produce alunecare relativă. Condiția analitică este

$$\dot{X}_n = r \dot{\theta}_n', \tag{82}$$

cu îndeplinirea simultană a inegalității

$$P_x < \mu P_y. \tag{83}$$

Din sistemul de ecuații (77), (78) și (82) se obține

$$\dot{X}_n' = \dot{X}_n + \frac{1}{1 + \xi^2} (r \dot{\theta}_0^* - \dot{x}_n) ; \quad \dot{\theta}_n' = \dot{\theta}_0^* + \frac{\xi^2}{1 + \xi^2} \left(\frac{\dot{X}_n}{r} - \dot{\theta}_0^* \right). \tag{84}$$

Condiția (82) în termenii problemei poate fi pusă sub forma

$$\frac{\dot{X}_n - r \dot{\theta}_0^*}{\dot{y}_n} < \mu (R + 1) (\xi^2 + 1). \tag{85}$$

Dacă se notează cu α unghiul dintre direcţia vectorului viteză a punctului de contact înainte de ciocnire, cu normala, şi cu φ' unghiul de frecare echivalent definit prin relaţia

$$\operatorname{tg}\varphi' = \mu(R+1)(\xi^2+1),$$

condiţia (85) poate fi scrisă sub forma standard :

$$\alpha < \varphi'. \tag{86}$$

6. DEPLASAREA PARTICULEI ŞI VARIAŢIA VITEZEI SALE ÎNTR-O PERIOADĂ

Pentru calculul vitezei şi acceleraţiei medii relative într-o perioadă, valori ce prezintă interes practic deosebit este necesar calculul deplasării particulei şi variaţiei vitezei sale de-a lungul unei perioade. Spaţiul parcurs de particulă în timpul etapei de alunecare şi rostogolire pînă la începutul etapei de rostogolire pură, este conform relaţiilor (62) şi (64),

$$S_{\pm} = b\alpha_{\mp}\left[\frac{1}{2}Z_{\pm}(\varphi_{\pm}^2 - \tau_{\pm}^{*2}) + (\varphi_{\pm} - \tau_{\mp}^{*}) + \cos(\tau_{\pm}^{*} + \varepsilon_{\mp})\right] - \\ - \sin(\varphi_{\pm} + \varepsilon_{\mp}) + \sin(\tau_{\pm}^{*} + \varepsilon_{\mp}). \tag{87}$$

Dacă viteza iniţială $\dot{X}^* = 0$, atunci $b_{\pm} = 0$. Dacă etapa alunecării cu rostogolire este urmată de etapa de zbor, atunci spaţiul parcurs este dat de relaţia (87), unde în locul unghiului fazial $\varphi_{\pm}$ se înlocuieşte unghiul fazial al începerii zborului τ_0^*. Variaţia vitezei în etapa de alunecare cu rostogolire, conform relaţiei (61), este

$$\Delta\dot{X}_{\pm} = X(t^{**}) - \dot{X} = b\omega\,\alpha_{\pm}\cos(\tau_{\pm}^{*} + \varepsilon_{\mp}) - \cos(\varphi_{\pm} + \\ + \varepsilon_{\mp}) + Z_{\pm}(\varphi_{\pm} - \tau_{\pm}^{*}). \tag{88}$$

Spaţiul parcurs de particulă în etapa de rostogolire pînă la începutul unei alte etape, conform relaţiilor (69) şi (71) este

$$S_c = b'[(\varphi' - \tau'^{*})\,[\zeta + \cos(\tau'^{*} + \gamma)] + \sin(\tau'^{*} + \gamma) - \sin(\varphi' + \gamma], \tag{89}$$

cu notaţiile

$$b' = \frac{\xi^2}{1+\xi^2}\cdot b\,; \qquad \zeta = \frac{1+\xi^2}{\xi^2}\cdot\frac{r}{b}\cdot\frac{\dot{\theta}^*}{\omega}. \tag{90}$$

Dacă sfîrşitul acestei etape coincide cu începutul etapei sborului, atunci unghiului fazial φ' va fi înlocuit cu τ_0^*.

Variaţia vitezei în etapa de rostogolire conform relaţiei (68) este

$$\Delta\dot{X}_c = X_c(t') - \dot{X}^* = b'\omega[\cos(\tau'^{*} + \gamma) - \cos(\varphi' + \gamma)]. \tag{91}$$

Spațiul parcurs de particulă în etapa de zbor conform relației (74) este

$$S_n = (\varphi_n - \tau_0^*)\left(b + \frac{\dot{X}_0^*}{\omega}\right) - b[\sin(\varphi_n + \gamma) - \sin(\tau_0^* + \gamma)], \quad (92)$$

unde unghiurile faziale de desprindere τ_0 și de cădere φ_n sînt legate prin relația de condiție (75).
Variația vitezei centrului particulei și variația vitezei sale unghiulare în timpul unei etape de zbor vor fi :

$$\Delta\dot{X}_n = \dot{X}_n' - \dot{X}_0^*, \quad (93)$$

$$\Delta\dot{\theta}_n = \dot{\theta}_n' - \dot{\theta}_0^*, \quad (94)$$

unde $\dot{X}_n'$, $\dot{\theta}'$ sînt valorile vitezei după ciocnire, iar $\dot{X}_0$, $\dot{\theta}_0^*$ sînt vitezele inițiale la începutul zborului, adică la momentul adimensional τ_0^*.

Conform relațiilor (73), expresiile vitezelor înainte de ciocnire sînt

$$\dot{X}_n = b\omega\cos(\tau_0^* + \gamma) - \cos(\varphi_n + \gamma) + \dot{X}_0,$$

$$\dot{\theta}_n = \dot{\theta}_0^*. \quad (95)$$

Ținînd seama de relațiile (80), (81) și (95), rezultă

$$\Delta\dot{X}_n = b\omega[\cos(\tau_0^* + \gamma) - \cos(\varphi_n + \gamma)] - \mu\dot{y}_n(R + 1), \quad (96)$$

$$\Delta\dot{\theta}_n = \mu\xi^2\frac{\dot{y}_n}{r}(R + 1). \quad (97)$$

S-a calculat și variația vitezei unghiulare deoarece studiul etapei ulterioare ciocnirii depinde de intervalul în care se află unghiul fazial $\varphi_n(I_1\ I_{10},\ II)$ și deci valorile inițiale ale vitezei pentru noua etapă include ansamblul valorilor $\dot{X}_n'$, $\dot{\theta}_n'$ legate prin relația corespunzătoare intervalului temporal dat.

7. CONCLUZII

Mișcarea particulei pe un plan orizontal, antrenat într-o mișcare vibratoare armonică descrisă în ecuațiile parametrice (1), se poate desfășura în condițiile unui contact permanent cu planul sau cu desprinderi succesive de pe plan. Mișcarea relativă în timpul contactului cu planul ce poate fi o mișcare de alunecare cu rostogolire sau o mișcare de rostogolire pură, este descrisă de ecuațiile diferențiale (12) și respectiv (19). Ecuațiile (22) descriu sborul particulei între momentele de desprindere și cădere a particulei pe plan. În decursul unei perioade de oscilație a planului s-au

pus în evidenţă intervalele de timp în care pot exista fiecare dintre aceste mişcări. Relaţiile de definiţie ale acestor intervale sînt date în tabela 1. Mişcarea relativă a particulei apare ca o succesiune de mişcări a căror tip, ordine şi durată depinde de anumite relaţii de condiţie între parametrii vibraţiei şi caracteristicile fizice şi geometrice ale particulei. S-au pus în evidenţă cinci cazuri posibile distincte cu condiţiile necesare de existenţă (42), (45), (48), (51) şi (56). Două dintre acestea cuprind cazul mişcărilor cu desprindere, iar celelalte trei cazul mişcării lor fără desprindere. Succesiunea şi durata mişcărilor posibile sînt date în figurile 3, 4, 7, 8 şi 9.

În diagramele din figurile 5, 6, 10 şi 11 sînt reprezentate grafic condiţiile de existenţă ale cazurilor analizate, de unde rezultă posibilitatea alegerii parametrilor vibraţiei astfel încît să obţinem un caz tehnologic parcurs. De exemplu, pentru un transportor sau alimentator vibrator este indicat cazul 3.2.1. — mişcare cu desprinere, alunecare cu rostogolire în acelaşi sens şi rostogolire (fig. 4).

Din figura 5 se vede că acest caz este posibil pentru coeficientul de frecare echivalent $\mu_1' > 0{,}4$. Pentru un coeficient echivalent dat se poate alege orice k de pe dreapta $\mu_1' = \text{const.}$ în domeniul haşurat vertical. Această alegere este limitată de punctele de intersecţie ale curbei cu orizontala $\cos\gamma = 1$ din figura 6. Pentru parametrul caracteristic $Z_0 = 0{,}7$, regimul este posibil pentru valorile $0{,}33 < \frac{k}{\mu_1'} < 1{,}8$, iar pentru $Z_0 = 0{,}4$ corespunde intervalul $0{,}6 < \frac{h}{\mu_1'} < 1{,}4$. Unghiul de defazaj γ poate lua valori între limitele $0{,}89 < \cos\gamma < 1$ pentru $Z_0 = 0{,}4$ şi $0{,}69 < \cos\gamma < 1$ pentru $Z_0 = 0{,}7$. Deci pentru un raport $\frac{k}{\mu'}$ ales, ţinînd seama de aceste limite, se poate alege orice valoare a unghiului γ de dreapta $\frac{k}{\mu_1'} = \text{const}$, din domeniul haşurat orizontal al figurei 6. Problema poate fi pusă şi invers. Plecînd de la un $\sphericalangle\gamma$ dat, se poate alege un coeficient k, cu respectarea limitărilor impuse de figurile 5 şi 6.

Integrarea ecuaţiilor diferenţiale ce descriu mişcarea, s-a făcut pe etapele temporale puse în evidenţă la punctele 2 şi 3. Momentele de trecere de la o etapă la alta sînt definite de ecuaţii transcendente de condiţie. Se obţin astfel ecuaţiile de viteze şi deplasări (61), (62), (68), (69), (73), (74) cu ecuaţiile transcendente (65), (70), (75).

Pentru determinarea condiţiilor iniţiale a mişcării ce urmează etapei de zbor, s-a studiat ciocnirea particulei cu planul vibrator. S-au obţinut relaţiile de determinare a vitezelor (81), (84) după ciocnire, funcţie de coeficienţii de restituire normal şi de frecare completate de inegalitatea de condiţie a rostogolirii pure după ciocnire (85).

În final, s-au determinat relaţiile (87), (89), (92) ale deplasărilor relative parcurse într-o perioadă şi relaţiile (88), (91), (96), (97) ale variaţiei vitezei relative într-o perioadă pentru fiecare tip de mişcare posibilă.

Ecuaţiile obţinute descriu mişcarea cea mai probabilă a particulei deoarece în realitate pot apare deviaţii de la traiectoria plană ideală, datorită variaţiei formei planului şi particulei.

Mișcarea particulelor sferice și cilindrice în mișcarea ideală plan paralelă este descrisă de aceleași ecuații, dar cu valori diferite ale coeficientului echivalent de frecare μ', pentru aceeași masă și rază, datorită razelor de girație diferite.

Probabilitatea ca în aceleași condiții particulele să-și păstreze mișcarea plan paralelă este mai mare pentru particula sferică decît pentru particula cilindrică datorită contactului punctual comparativ cu contactul după o generatoare necesar perpendiculară pe planul mișcării.

Relațiile de calcul obținute sînt, așa cum s-a specificat, relații generale de calcul și constituie o primă etapă în studiul mișcării.

Etapa următoare va consta în studiul regimurilor de mișcare de interes practic.

Fiecărui caz definit la punctul 3 îi pot corespunde mai multe regimuri de mișcare a particulei ce depind de condițiile inițiale, adică de viteza inițială și de momentul fazial al începutului mișcării.

Aceste regimuri pot fi periodice, neperiodice, regulate ($\Delta \dot{X} = 0$) sau accelerate. Mărimile ce caracterizează un astfel de regim sînt perioada, viteza medie și accelerația medie într-o perioadă de mișcare a planului.

Aceste mărimi se determină pe baza relațiilor obținute la ultimul punct. Interes practic prezintă regimurile periodice regulate stabile. Este deci necesar studiul stabilității acestor regimuri, în sensul determinării condițiilor de stabilitate în legătură cu parametrii vibrației planului. Ne propunem ca studiul efectuat să fie completat cu cea de a doua parte enunțată succint mai sus, într-un articol viitor.

Primită la redacție la 23 martie 1976

BIBLIOGRAFIE

1. I. I. Blehman i G. Iu. Djanelidze, *Vibrafionnoe peremeşscenie*, Izdatelstvo „Nauka", Moskva, 1964.
2. H. A. Gaberson, *Particle Motion on Oscillating Conveyors. I*, Journal of Engineering for Industry, Transactions of the A.S.M.-E. Febr. 1972.
3. H. A. Gaberson, *Particle Motion on Oscillating Conveyors II*, Journal of Engineering for Industry, Transactions of the A.S.M.E. Febr. 1972.
4. M. Munteanu, *Optimizarea sitelor vibratoare*, St. cerc. mec. agr., VII, 2 (1973).

ERORI CINEMATICE ALE MECANISMULUI ȘURUB CONDUCĂTOR—PIULIȚĂ

de D. CATRINA

Institutul politehnic București

De o stringentă actualitate pentru economia națională este sarcina de a realiza produse competitive, ceea ce implică între altele, folosirea de mașini-unelte de precizie, capabile să satisfacă cerințele de precizie impuse de beneficiar.
Aproape nelipsit din construcția mașinilor-unelte — și nu numai a acestora, ci și a diverselor aparate de măsură și control — este mecanismul șurub conducător piuliță; unele din erorile de execuție sau montaj ale acestuia, precum și modul în care ele determină erori pe piesa prelucrată, sînt puse în evidență de prezentul articol.

Unul din cele mai frecvent folosite mecanisme în construcția lanțului cinematic de filetare (strunguri normale și de detalonat, mașini de frezat și de rectificat filete, mașini de prelucrat roți dințate cilindrice cu freză melc-modul) ca și a altor lanțuri cinematice ale mașinilor-unelte, care reclamă obținerea unei mișcări de translație în condiții severe de precizie cinematică (de rulare, la mașinile de mortezat roți dințate cu cuțit pieptene, de avans, la mașinile de frezat și rectificat roți dințate, la strungurile carusel, mașinile de alezat și frezat, la mașinile de găurit în coordonate, la mașinile cu comandă numerică) este mecanismul șurub conducător-piuliță.

În mecanismul real, axa șurubului conducător poate fi — din cauza abaterilor geometrice inevitabile, limitate ca mărime de toleranțele considerate admisibile — o dreaptă oarecare față de direcția ghidajelor căruciorului; tot din montaj, șurubul conducător poate avea bătaie radială și axială, iar din prelucrare, suprafața elicoidală a șurubului conducător poate fi afectată de erori de pas; toate acestea, alături de altele [1], [2] constituie surse ale unor erori de pas pe elicea piesei prelucrate.

În cele ce urmează, sînt analizate acele situații care, conform STAS 1671—66, sînt supuse verificărilor de precizie geometrică la recepția strungului normal.

1. EROAREA PROVOCATĂ DE BĂTAIA RADIALĂ A ȘURUBULUI CONDUCĂTOR

Vom considera sistemul de axe $O_s x_s y_s z_s$ atașat șurubului conducător, și sistemul de axe $O_p x_p y_p z_p$ atașat axei lagărelor (fig. 1).

Șurubul conducător execută mișcarea de rotație în jurul axei $O_p z_p$ a lagărelor, dar filetul său a fost executat în lungul axei $O_s z_s$, astfel că un

punct oarecare M, situat la distanța r de centrul șurubului O_S pe elicea șurubului :

$$x_s = r \cdot \cos \alpha ; \quad y_s = r \cdot \sin \alpha ; \quad z_s = k_s \cdot \alpha \tag{1}$$

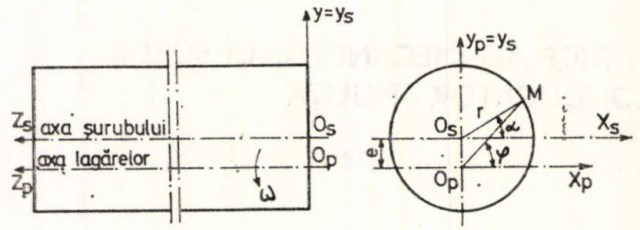


Fig. 1. — Bătaia radială a șurubului conducător.

are, față de sistemul de axe atașat lagărelor, coordonatele :

$$x_p = \rho \cdot \cos \varphi ; \quad y_p = \rho \cdot \sin \varphi ; \quad z_p = k_S \cdot \alpha, \tag{2}$$

în care raza vectoare ρ și unghiul de poziție φ se pot determina din triunghiul $O_s O_p M$:

$$\frac{e}{\sin(\varphi - \alpha)} = \frac{r}{\cos \varphi} = \frac{\rho}{\cos \alpha}, \tag{3}$$

e fiind excentricitatea (bătaia radială) axei șurubului.

Rezultă

$$\rho = r \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi} ; \quad \frac{e}{r} = \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos \alpha - \sin \alpha. \tag{4}$$

În timpul mișcării de rotație a șurubului conducător, viteza axială a punctului M este

$$v_M = \frac{\mathrm{d}z_p}{\mathrm{d}t} = k_s \cdot \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}, \tag{5}$$

în care derivata $\mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}t$ se calculează din (4) :

$$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos^2 \varphi (\operatorname{tg} \theta \cdot \sin \alpha + \cos \alpha)} = \omega_S \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi \cdot \cos(\alpha - \varphi)}. \tag{6}$$

Așadar, viteza axială a punctului M este

$$v_M = k_S \cdot \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = k_S \cdot \omega_s \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi \cdot \cos(\alpha - \varphi)} = v_T \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi \cdot \cos(\alpha - \varphi)} \tag{7}$$

în care $v_T = k_s \cdot \omega_s$ este viteza teoretică, în mecanismul ideal, neafectat de erori.

Pe piesa prelucrată, să considerăm un punct situat la raza R pe elicea :

$$x = R \cdot \cos\theta\,;\; y = R \cdot \sin\theta\,;\; z = f_{(\theta)}. \tag{8}$$

Presupunînd că axul principal se roteşte cu viteză unghiulară constantă, viteza axială a căruciorului, antrenat de piuliţă, trebuie să fie egală cu viteza axială pe elicea piesei prelucrate :

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz_p}{dt} = v_M.$$

Cum pasul elicei piesei prelucrate nu poate fi constant atunci cînd viteza căruciorului este variabilă, iar deplasarea căruciorului se regăseşte integral ca deplasare axială pe piesa prelucrată, rezultă

$$z = z_p \rightarrow f_{(\theta)} = k_s \cdot \alpha = k_s \cdot \left[\varphi - \arcsin\left(\frac{e}{r}\cos\varphi\right)\right]. \tag{9}$$

Avînd în vedere că unghiul de rotaţia θ al piesei prelucrate este în dependenţă — provocată de lanţul cinematic de filetare — cu unghiul de rotaţie φ al şurubului conducător (fig. 2),

$$\theta = \frac{p_s}{p_{ET}} \cdot \varphi, \tag{10}$$

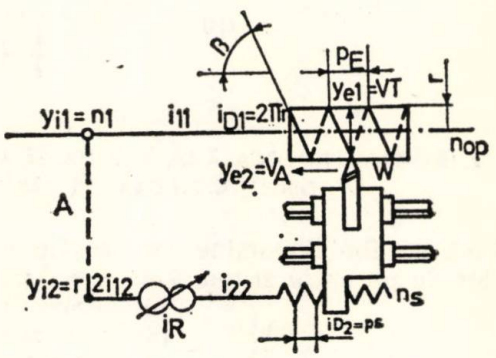


Fig. 2. — Lanţul cinematic de filetare.

în care p_s, p_{ET} reprezintă pasul şurubului conducător, respectiv pasul elicei teoretice a piesei prelucrate, se obţine

$$z = f_{(\theta)} = k_s\left[\frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \theta - \arcsin\left(\frac{e}{r} \cdot \cos\frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \theta\right)\right]. \tag{11}$$

astfel că pasul elicei reale, afectat de erori, pe piesa prelucrată, este

$$p_{ER} = f_{(\theta+2\pi)} - f_{(\theta)}, \tag{12}$$

adică

$$p_{ER} = p_{ET} + k_s \cdot \left\{ \arcsin\left(\frac{e}{r} \cdot \cos\frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \theta \right) - \arcsin\left[\frac{e}{r} \cdot \cos\frac{p_{ET}}{p_s} (\theta + 2\pi) \right] \right\}, \tag{13}$$

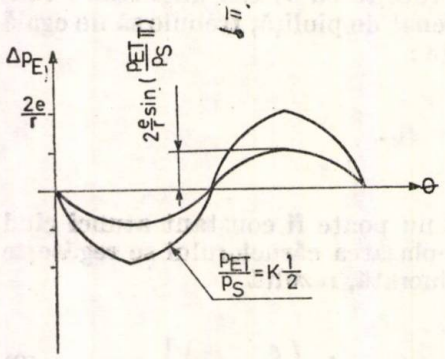


Fig. 3.

iar eroarea de pas (fig. 3) :

$$\Delta p_E = k_s \left\{ \arcsin\left(\frac{e}{r} \cdot \cos\frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \theta \right) - \arcsin\left[\frac{e}{r} \cdot \cos\frac{p_{ET}}{p_s} (\theta + 2\pi) \right] \right\}. \tag{14}$$

Un caz particular interesant este acela în care pasul elicei teoretice a piesei p_{ET} este multiplu de pasul șurubului conducător,

$$\frac{p_{ET}}{p_s} = k (k \in Z) \rightarrow p_{ER} = p_{ET}. \tag{15}$$

Așadar, în acest caz, pasul elicei reale este constant, dar unghiul de înclinare β variabil :

$$\operatorname{tg} \beta_R = \frac{dz}{r \cdot d\theta} = \operatorname{tg} \beta_T + \frac{k_s \cdot \frac{e}{r^2} \cdot \sin\theta}{\sqrt{1 - \frac{e^2}{r^2} \cos^2\theta}}. \tag{16}$$

2. EROAREA PROVOCATĂ DE ÎNCLINAREA AXEI ȘURUBULUI FAȚĂ DE DIRECȚIA GHIDAJELOR CĂRUCIORULUI

Dacă șurubului conducător atașăm sistemul de axe $O_s x_s y_s z_s$, iar ghidajelor de pe batiu sistemul de axe $O_g x_g y_g z_g$, din cauza unor erori de prelucrare (de exemplu la poziționarea lagărelor șurubului conducător) cele două axe $O_s z_s$ și $O_g z_g$ în loc să fie drepte paralele, pot fi două drepte înclinate cu unghiul δ (fig. 4), unghi care se măsoară în planul $O_s x_s y_s$.

Fig. 4. — Înclinarea axei șurubului.

Relațiile de transformare între cele două sisteme de referință rezultă din tabela 1, astfel că ecuațiile unui punct

oarecare M, situat pe elicea de rază r de pe șurubul conducător (1), în relațiile de transformare,

$$\begin{aligned} x_g &= x_s, \\ y_g &= y_s \cdot \cos\delta - z_s \cdot \sin\delta, \\ z_g &= y_s \cdot \sin\delta + z_s \cdot \cos\delta_s \end{aligned} \tag{17}$$

în sistemul de referință atașat ghidajelor, devin :

$$\begin{aligned} x_g &= r \cdot \cos\alpha, \\ y_g &= r \cdot \sin\alpha \cdot \cos\delta - k_s \cdot \alpha \cdot \sin\delta, \\ z_g &= r \cdot \sin\alpha \cdot \sin\delta + k_s \cdot \alpha \cdot \cos\delta. \end{aligned} \tag{18}$$

Tabela 1

	$O_g x_g$	$O_g y_g$	$O_g z_g$
$O_s x_s$	0	1	0
$O_s y_s$	$\cos\delta$	0	$\sin\delta$
$O_s z_s$	$-\sin\delta$	0	$\cos\delta$

Căruciorul se deplasează pe ghidajele mașinii cu viteza

$$v = \frac{dz_g}{dt} = (r \cdot \cos\alpha \cdot \sin\delta + k_s \cdot \cos\delta) \cdot \frac{d\alpha}{dt}, \tag{19}$$

în care $\frac{d\alpha}{dt} = \omega_s$ este viteza unghiulară a șurubului conducător.

Presupunînd că șurubul conducător se rotește cu viteză unghiulară constantă, viteza de deplasare a căruciorului este variabilă. Considerînd că direcția axului principal este paralelă direcției ghidajelor, un punct situat la raza R pe piesa prelucrată descrie elicea (8), viteza axială a punctului de pe această elice fiind egală cu viteza căruciorului și, respectiv, deplasarea axială a punctului de pe elicea piesei fiind egală cu deplasarea căruciorului.

Pe baza relațiilor (10) și (18) se obține

$$z = f_{(\theta)} = r \cdot \sin\left(\frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \theta\right) \cdot \sin\delta + k_s \cdot \cos\delta \cdot \frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \theta. \tag{20}$$

Pasul variabil al elicei piesei prelucrate este

$$p_{ER} = f_{(\theta+2\pi} - f_{(\theta)} = p_{ET} \cdot \cos\delta +$$

$$+2r \sin\delta \cdot \sin\left(\frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \pi\right) \times \cos\left[\frac{p_{ET}}{p_s}(\theta + 2\pi)\right], \tag{21}$$

iar eroarea de pas :

$$\Delta p_E = 2r \cdot \sin\delta \cdot \sin\left(\frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \pi\right) \cdot \cos\frac{p_{ET}}{p_s}(\theta + 2\pi) - p_{ET}(1 - \cos\delta), \tag{22}$$

variația sa fiind consinusoidală cu unghiul θ (fig. 5).

În cazul particular (15),

$$p_{ER} = p_{ET} \cdot \cos\delta, \tag{23}$$

adică pasul elicei reale este constant, iar unghiul de înclinare al elicei variabil,

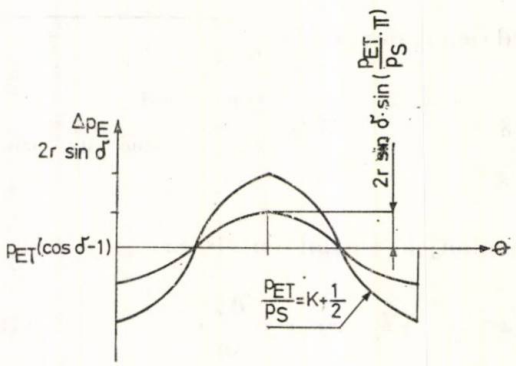


Fig. 5.

$$\operatorname{tg}\beta_R = \frac{dz}{r \cdot d\theta} =$$

$$= \frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \cos\left(\frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \theta\right) \cdot \sin\delta +$$

$$+ \operatorname{tg}\beta_T \cdot \cos\delta, \tag{24}$$

în care prin β_T s-a notat valoarea teoretică — constantă — a acestui unghi.

Valoarea maximă admisă pentru unghiul δ este

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{\Delta L}{L}, \tag{25}$$

în care L este distanța între lagărele șurubului conducător, iar ΔL este abaterea admisă de la paralelismul axei șurubului conducător față de direcția ghidajelor, astfel că în funcție de clasa de precizie a filetului prelucrat (Δp_E) se poate alege toleranța corespunzătoare ΔL.

3. EROAREA PROVOCATĂ DE BĂTAIA AXIALĂ A ȘURUBULUI CONDUCĂTOR

Din cauza bătăii axiale, provocate de lipsa perpendicularității suprafețelor frontale ale șurubului conducător și lagărului axial, punctul M de pe elicea șurubului conducător primește o mișcare axială suplimentară:

$$x = r \cdot \cos\alpha \quad y = r \cdot \sin\alpha \quad z = k_s \cdot \alpha + a \cdot \sin\alpha, \tag{26}$$

a fiind bătaia axială.

În consecință, viteza axială a șurubului conducător

$$v = \frac{dz}{dt} = (k_s + a \cdot \cos\alpha) \cdot \omega_s. \tag{27}$$

Deplasarea axială a punctului de pe elicea piesei prelucrate este

$$z = f_{(\theta)} = k_s \cdot \frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \theta + a \cdot \sin\left(\frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \theta\right), \tag{28}$$

pasul elicei reale :

$$p_{ER} = z_{(\theta+2\pi)} - z_{(\theta)} = p_{ET} + 2a \sin\left(\frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \pi\right) \cdot \cos\left[\frac{p_{ET}}{p_s}(\theta + 2\pi)\right] \quad (29)$$

variabil în funcție de θ după o consinusoidă.

Eroarea de pas este (fig. 6) :

$$\Delta p_E = 2a \cdot \sin\left(\frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \pi\right) \times$$

$$\times \cos\left[\frac{p_{ET}}{p_s}(\theta + 2\pi)\right] \quad (30)$$

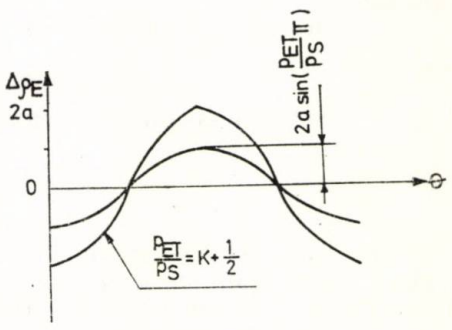


Fig. 6.

În cazul particular în care pasul elicei piesei este multiplu de pasul șurubului conducător,

$$p_{ER} = p_{ET},$$

adică elicea reală este de pas constant și unghi de înclinare variabil :

$$\operatorname{tg} \beta_R = \operatorname{tg} \beta_T + \frac{a}{r} \cdot \frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \cos\left(\frac{p_{ET}}{p_s} \cdot \theta\right). \quad (31)$$

4. EROAREA PROVOCATĂ DE EROAREA DE PAS A ȘURUBULUI CONDUCĂTOR

Dacă vom nota prin Δp_s eroarea de pas admisă a șurubului conducător, și vom presupune că turațiile axului principal n_p și șurubului conducător n_s sînt constante (neafectate de erori), atunci [3] :

— *pentru strungul normal*, din ecuația de reglare,

$$p_E \cdot n_p = p_s \cdot n_s, \quad (32)$$

rezultă eroarea de pas a elicei piesei prelucrate :

$$\Delta p_E = \frac{n_s}{n_p} \cdot \Delta p_s = \frac{p_E}{p_s} \cdot \Delta p_s, \quad (33)$$

aceasta fiind cu atît mai mică, cu cît pasul elicei piesei este mai mic, iar pasul șurubului conducător mai mare :

— *pentru strungul de detalonat*, din ecuațiile de reglare :

— pentru lanțul cinematic de filetare

$$p_{E_1} = C_F \cdot p_s, \quad (34)$$

— pentru lanțul cinematic care dă mișcarea suplimentară de detalonare :

$$p_{E_2} = C_2 \cdot p_s \cdot \frac{z_p}{z_k}, \tag{35}$$

rezultă :

— eroarea pasului elicei dinților,

$$\Delta p_{E_1} = C_F \cdot \Delta p_s, \tag{36}$$

— eroarea pasului elicei canalelor de evacuare a așchiilor,

$$\Delta p_{E_2} = C_2 \cdot \frac{z_p}{z_k} \cdot \Delta p_s \tag{37}$$

în care z_p, z_k reprezintă numărul de dinți ai piesei ce se detalonează pe elice, respectiv numărul de profiluri identice înfășurate pe cama de detalonare, iar C_F, C_2 constante constructive ale celor două lanțuri cinematice.

— *pentru mașina de frezat roți dințate* cilindrice cu freză melc-modul, la care formula de reglare a lanțului cinematic de filetare este

$$\sin\beta = C_F \cdot \frac{m_n \cdot z_p}{p_s} \tag{38}$$

rezultă că eroarea unghiului de înclinare β al danturii este

$$\Delta\beta = -\frac{C_F \cdot m_n \cdot z_p}{\cos\beta \cdot p_s^2} \cdot \Delta p_s, \tag{39}$$

în care m_n este modulul normal al danturii.

Eroarea direcției dintelui, definită de STAS 6273—60 : ca arcul de cerc dintre două elice, una a direcției reale (efective) și cealaltă a direcției teoretice, ambele elice fiind înfășurate pe cilindrul de divizare al piesei, este

$$\Delta D_b = L[\mathrm{tg}(\beta + \Delta\beta) - \mathrm{tg}\,\beta] \cong \frac{L \cdot \Delta\beta}{\cos^2\beta}, \tag{40}$$

în care L este lățimea roții.

Așadar,

$$D_b = -\frac{C_F \cdot m_n \cdot z_p \cdot L}{\cos^3\beta \cdot p_s^2} \cdot \Delta p_s, \tag{41}$$

ea trebuind să se încadreze în limitele prevăzute de standardul amintit.

5. ÎNSUMAREA ERORILOR ÎN LANȚUL CINEMATIC DE FILETARE

Raportul de transfer al întregului lanț cinematic de filetare (fig. 2) este

$$I_T = \frac{i_{D_2}}{i_{D_1}} \cdot \frac{i_{12}}{i_{11}} \cdot i_{22} \cdot i_R,$$

în care

— i_{D_1}, i_{D_2} sînt rapoartele de transmitere dimensionale ale mecanismelor de la capetele lanţului cinematic ;

— i_{11}, i_{12}, i_{22} sînt rapoartele de transmitere adimensionale, constante, de pe cele două ramuri ale lanţului cinematic ;

— i_R este raportul de transmitere al mecanismului reglabil în funcţie de caracteristicile geometrice ale piesei prelucrate.

Avînd în vedere că $1/i_{D_1}$, $1/i_{11}$ reprezintă rapoartele de transmitere ale aceloraşi mecanisme, parcurse însă în sens invers, rezultă că adoptînd ca sens de parcurs sensul trigonometric pentru întregul lanţ cinematic, raportul de transfer total este produsul rapoartelor de transfer ale mecanismelor componente :

$$I_T = \prod_{k=1}^{n} i_k . \tag{42}$$

Din acest motiv, eroarea relativă a întregului lanţ cinematic este suma erorilor relative ale mecanismelor componente :

$$\frac{\Delta I_T}{I_T} = \sum \frac{\Delta i_k}{i_k} . \tag{43}$$

Eroarea unui mecanism oarecare este [6]

$$i_k = \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial f_k(x_1, x_2, \ldots, x_m)}{\partial x_j} \cdot \Delta x_j . \tag{44}$$

în care

$$i_k = f_k(x_1, x_2, \ldots, x_m)$$

reprezintă expresia raportului de transmitere, în funcţie de diferiţi parametri geometrici x_j care pot introduce erorile Δx_j.

În concluzie, eroarea întregului lanţ cinematic este

$$\Delta I_T = I_T \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{i_k} \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f_k(x_1, x_2, \ldots, x_m)}{\partial x_j} \cdot \Delta x_j . \tag{45}$$

Această expresie relevă faptul că erorile Δx_j ale diferitelor elemente geometrice ale unui mecanism oarecare, se înmulţesc cu derivatele parţiale $\frac{\partial f_k}{\partial x_j}$ — care pot fi considerate coeficienţi de influenţă ai fiecărei erori în eroarea mecanismului — şi ulterior, diferitele erori ale diferitelor mecanisme se aduc la nivelul piesei, prin împărţire cu i_k, şi se însumează din nou algebric, pentru a da eroarea totală a întregului lanţ cinematic.

Pentru lanţul cinematic de filetare, la care

$$I_T = \frac{p_E}{2\pi r} \tag{46}$$

p_E fiind pasul elicei piesei, de rază r, rezultă că eroarea de pas a piesei este

$$\frac{\Delta p_E}{p_E} = \frac{\Delta I_T}{I_T}, \tag{47}$$

adică

$$\Delta p_E = p_E \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{i_k} \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial f_k(x_1, x_2, \ldots, x_m)}{\partial x_j} \cdot \Delta x_j. \tag{48}$$

6. CONCLUZII

Relaţiile (14), (22), (30), (41) pun în evidenţă erorile cauzate de bătaia radială, de înclinarea axei, de bătaia axială şi de eroarea de pas a şurubului conducător, asupra piesei prelucrate, precum şi căile de reducere a acestora.

Relaţia (44) indică modul de determinare a erorii mecanismului, iar relaţiile (45) şi (48) demonstrează că influenţa erorii unui mecanism, asupra erorii piesei, depinde nu numai de mărimea erorii mecanismului, ci şi de poziţia sa în lanţul cinematic.

De aici rezultă că la proiectare toleranţele elementelor diferitelor mecanisme trebuie alese în concordanţă cu poziţia mecanismului în lanţul cinematic : ordinea mecanismelor componente nu influenţează cinematica maşinii-unelte, dar influenţează precizia piesei prelucrate.

Dependenţa liniară a erorii de pas, cu pasul elicei piesei filetate (relaţia 48), a fost confirmată şi experimental.

Primită la redacţie la 22 septembrie 1975;
în versiune revăzută la 10 mai 1977

BIBLIOGRAFIE

1. E. Botez, *Maşini-unelte*, Vol. III. *Organologia şi dinamica*, Editura tehnică, Bucureşti, 1973.
2. A. V. Levaşov, *Osnovi rasciota kinematiceskih ţepei metallorejuscih stankov*, Maşinostroenie, Moskva, 1966.
3. E. Botez, D. Catrina, *Erori de prelucrare provocate de eroarea de calcul a raportului de transmitere al roţilor de schimb*, St. cerc. mec. apl., *2* (1975).
4. L. A. Arhangelski, *Povişenie kinematiceskoi tocinosti metallorejuşcih stankov*, Moskva, Maşghiz, 1954.
5. C. Rădulescu, *Contribuţii la studiul erorilor în mecanismele spaţiale cu cuple inferioare*, Teză de doctorat, Institutul politehnic Bucureşti, 1970.
6. D. Catrina, *Contribuţii la studiul erorilor lanţului cinematic de filetare*, Teză de doctorat, Institutul politehnic Bucureşti, 1975.

ASPECTE ALE UZĂRII MATRIȚELOR UTILIZATE LA PRELUCRAREA PRIN INJECȚIE A MATERIALELOR TERMOPLASTICE ARMATE CU FIBRE DE STICLĂ. I

de LUCIAN CAPITANU

Institutul de fizică și tehnologia materialelor

Materialele termoplastice armate cu fibre din sticlă, prelucrate prin procedeul tehnologic de injecție, produc o uzură accentuată a matrițelor și organelor de lucru ale mașinilor de prelucrare. Lucrarea abordează o serie de aspecte tribologice, specifice acestui procedeu tehnologic de prelucrare, pe baza modelării procesului de frecare și uzare. Rezultatele obținute prin cercetări pe un model de laborator au fost confirmate de rezultatele testărilor pe un model uzinal, în condiții reale de funcționare ale mașinilor de prelucrare prin injecție. Lucrarea prezintă rezultatele și concluziile cercetărilor, comparativ, pentru prelucrarea prin injecție a poliamidelor și policarbonaților armați și nearmați cu fibre din sticlă.

1. INTRODUCERE

Prelucrarea prin injecție a materialelor termoplastice armate cu fibre din sticlă pune probleme deosebite în ceea ce privește rezistența la uzare a materialelor utilizate pentru construcția matrițelor și organelor mașinilor de prelucrare. Prelucrarea economică a materialelor termoplastice armate cu fibre din sticlă depinde de durabilitatea matrițelor și mașinilor de prelucrare, deoarece confecționarea șnecurilor, cilindrilor și matrițelor este deosebit de costisitoare și laborioasă.

Cercetările efectuate pe plan mondial, ca și experiența industriei prelucrătoare de mase plastice din țara noastră, scot în evidență uzarea accentuată a matrițelor, șnecurilor și cilindrilor mașinilor de prelucrare, produsă la injectarea materialelor termoplastice armate cu fibre din sticlă. Uzarea acestora este influențată de natura materialului plastic injectat și a armăturii acestuia, de natura și starea suprafețelor organelor de mașini și de parametrii ciclului de injecție. Procesul de uzare este deosebit de complex, apărînd atît uzură de adeziune, uzură abrazivă, cît și uzură tribochimică. Uzarea adezivă constă în formarea unor punți de sudură, care prin rupere duc la uzarea suprafețelor metalice. Particulele de uzură metalică produse sînt antrenate în continuare de materialul plastic fluid, accelerînd procesul de uzare prin apariția uzurii abrazive. Materialele termoplastice au proprietatea de a se descompune la prelucrarea prin injecție, dînd naștere unor compuși agresivi care conduc la apariția uzurii de coroziune. Aceste tipuri de uzare nu apar separat; ele se manifestă în același timp [7], dar ponderea lor poate fi mai mare sau

mai mică, funcţie de natura materialului plastic injectat, de cantitatea şi natura armăturii din fibre de sticlă, de presiunea de injecţie, de durata contactului dintre materialul plastic şi organul de maşină respectiv, de viteza relativă, de natura şi starea suprafeţelor organelor de maşini [9].

Cercetări cuprinzătoare asupra comportării la uzare a materialelor de construcţie a matriţelor, şnecurilor şi cilindrilor maşinilor de injecţie [10] au fost efectuate în R.F.G., atît pe modele de laborator, cît şi pe maşini de injecţie.

În ţara noastră, primele cercetări în acest domeniu au fost efectuate de colectivul de tribologie al Institutului de fizică şi tehnologia materialelor. În cele ce urmează sînt prezentate rezultatele cercetărilor privind uzarea matriţelor utilizate la prelucrarea prin injecţie a materialelor termoplastice armate cu fibre de sticlă, comparativ cu uzarea acestora la prelucrarea prin injecţie a materialelor termoplastice nearmate. Cercetările au urmărit, în prima fază, determinarea comparativă a uzării oţelului de matriţă în contact cu diferite materiale plastice armate şi nearmate cu fibre din sticlă, pe un model de laborator, avînd în vedere faptul că, şi în procesul real de injectare, proporţiile comparative se menţin. În faza a doua, cercetările au urmărit determinarea comparativă a uzurii matriţelor utilizate la prelucrarea prin injecţie a materialelor termoplastice, pe un model uzinal, în condiţii reale de prelucrare.

2. MODELAREA PROCESULUI DE FRECARE ŞI UZARE, ÎN CONDIŢII DE LABORATOR

Pentru modelarea procesului şi determinarea uzurii oţelului de matriţă, trebuie stabiliţi o serie de parametri tribologici, care să modeleze principalele condiţii tehnologice ale procesului de injecţie, precum şi un model al contactului real material plastic-metal.

Parametrii tehnologici care trebuie luaţi în considerare sînt :

— presiunea din matriţă, variabilă în funcţie de materialul prelucrat, între 600 şi 800 daN/cm^2. Pentru unele materiale plastice, există în literatura de specialitate [8] diagrame care indică corespondenţa dintre presiunea din matriţă şi presiunea exterioară cunoscută ;

— durata de umplere a matriţei, parametru care depinde de configuraţia şi gabaritul piesei injectate, de materialul injectat şi de viscozitatea acestuia la temperatura de injecţie ;

— temperatura materialului injectat şi a matriţei, variabilă între 100° şi 300°C, respectiv 50° şi 100°C, funcţie de materialul plastic injectat.

Parametrii tribologici care modelează condiţiile tehnologice de mai sus sînt :

— presiunea de contact, care trebuie să aibă valori în domeniul de variaţie a presiunii din matriţă ;

— viteza relativă ;

— durata încercării, care trebuie să fie un multiplu al duratei de umplere a matriţei, în vederea intensificării procesului de uzare ;

— temperatura de contact, care trebuie să se situeze în domeniul temperaturilor de injecţie.

2.1. INSTALAȚIA EXPERIMENTALĂ DE LABORATOR

Pentru modelarea contactului dintre materialul plastic și oțelul de matriță, s-a utilizat o cuplă de frecare tip Timken (fig. 1). S-a adoptat acest model al contactului real, în următoarele ipoteze :

a) S-a admis teoria alunecării la perete [1], deci existența unei viteze relative de alunecare la interfața de contact dintre materialul plastic fluid și metal.

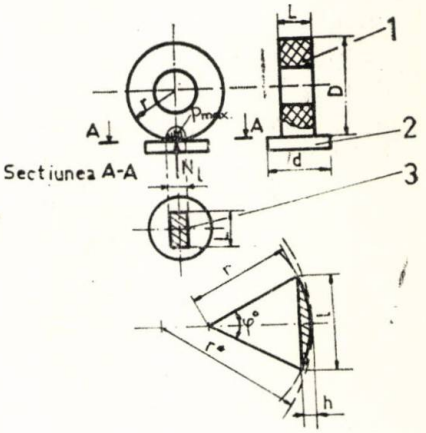


Fig. 1. — Cupla de frecare, distribuția presiunii de contact *a* și profilul transversal al amprentei de uzare *b*: *1* — bucșă din material plastic; *2* — pastilă din oțel; *3* — amprentă de uzare.

b) S-a admis, pe baza constatărilor prelucrătorilor de materiale plastice [8] și a experienței proprii, că uzarea oțelului în contact cu materiale plastice nearmate este nesemnificativă și, ca urmare, uzura accentuată a acestuia, în contact cu materiale plastice armate cu fibre din sticlă, se datorește în special armăturii.

c) S-a admis că în timpul umplerii matriței, materialul plastic fluid se solidifică rapid la interfața de contact cu peretele mai rece al cuibului matriței; în restul timpului de umplere are loc un contact între materialul fluid și stratul solidificat pe peretele cuibului. Rezultă că durata contactului la un ciclu de injecție este foarte mică, de ordinul cîtorva secunde.

Adoptînd ipotezele de mai sus, modelul de contact propus aproximează în bune condiții interacțiunea dintre materialul plastic fluid și oțelul de matriță, deși materialul plastic este în stare solidă. El oferă posibilitatea unei bune modelări a parametrilor tehnologici și a variației acestora. Influența temperaturii de injecție și a temperaturii matriței se poate aproxima prin influența temperaturii de contact.

În figura 2 este ilustrată schema de principiu a instalației experimentale utilizate. Instalația este prevăzută cu un sistem de încărcare cu resort tarat *2*, antrenare cu motor electric *1* și transmisie prin curea. Ea oferă și posibilitatea realizării încercărilor de laborator cu izotopi radioactivi.

În figura 3 este prezentată o vedere de ansamblu a instalației experimentale și a aparaturii de măsură și control al parametrilor tribologici. Cupla de frecare *3* este constituită dintr-o bucșă cilindrică din material plastic și o pastilă din oțel. Bucșa este fixată pe axul de antrenare, în timp ce pastila se așează într-un locaș practicat într-o lamă elastică care oferă

posibilitatea convertirii şi măsurării eforturilor ce apar în zona de contact. Locaşul pastilei este astfel proiectat, încît permite mici rotiri ale acesteia în jurul unghiului unui cuţit, fixat perpendicular pe axul de antrenare. În acest fel se asigură o repartizare uniformă a sarcinii, chiar în cazul unor

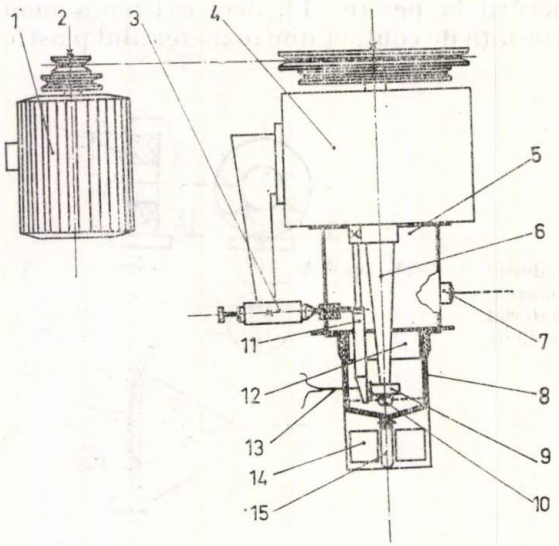


Fig. 2. — Schema de principiu a instalaţiei experimentale: *1* — motor; *2* — sistem de încărcare: *3* — —casetă cu rulmenţi; *4* — suport bazin; *5* — ax de antrenare; *6* — priză tensometrică; *7* — bazin; *8* — bucşă din material plastic; *9* — pastilă din oţel; *10* — lamă elastică; *11* — suport bazin; *12* — termocuplu; *13* — suport bazin; *14* — eprubetă colectoare.

mici imperfecţiuni de construcţie sau montaj. Instalaţia permite măsurarea eforturilor unitare normale şi tangenţiale, cu ajutorul unor traductoare tensometrice rezistive aplicate pe lama elastică şi conectate la două

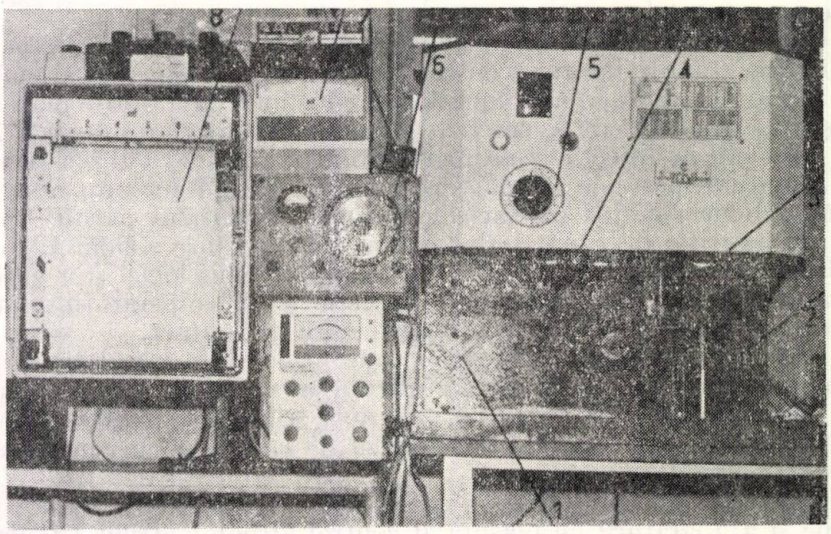


Fig. 3. — Instalaţie pentru studiul frecării şi uzării cuplei material plastic/metal: *1* — termocuplu; *2* — bazin; *3* — cuplă de frecare; *4* — sistem de încărcare; *5*— ceas de control; *6* — sistem de control al încărcării; *7* — sistem de măsură a temperaturii; *8* — înregistrator.

punți tensometrice. Controlul temperaturii de contact se realizează prin termocuplul *1*, iar durata încercării se poate urmări pe ceasul de control cu avertizare sonoră *5*. Instalația permite înregistrarea forței de frecare pe un potențiometru înregistrator *8*.

2.2. MATERIALELE UTILIZATE PENTRU ÎNCERCĂRILE EXPERIMENTALE

Deoarece la construcția matrițelor pentru prelucrarea prin injecție a materialelor termoplastice se utilizează în mod curent oțelul C 120 — STAS 3611/1966, călit și avînd durități de 50—60 HRC, s-a utilizat la confecționarea semicuplelor metalice același oțel, călit și cu duritate 59 HRC. Pentru comparație, s-au utilizat și pastile din oțel Rp3 — STAS 7382/1966, călit și cu duritate 62 HRC. Pastilele metalice, după rectificare și călire, au fost șlefuite pe hîrtie abrzivă cu diferite granulații și apoi lustruite cu pastă diamantată și alumină metalografică, obținîndu-se astfel suprafețe cu rugozitate de 0,02 μm.

Materialele termoplastice utilizate pentru confecționarea bucșei prezintă următoarele caracteristici :

A. Poliamidă NYLONPLAST AVE (30% fibre de sticlă) :
$E_1 = 8.10^4$ daN/cm²; $\nu_1 = 0{,}32$; $HB_1 = 700$ daN/cm².
B. Poliamidă NORYL (20% fibre de sticlă) :
$E_1 = 4{,}50.10^4$ daN/cm²; $\nu_1 = 0{,}32$; $HB_1 = 900$ daN/cm².
C. Policarbonat LEXAN 3412 (20% fibre din sticlă) :
$E_1 = 8{,}6.10^4$ daN/cm²; $\nu_1 = 0{,}32$; $HB_1 = 620$ daN/cm².
D. Poliamidă TECHNYL A 216 :
$E_1 = 7{,}05.10^4$ daN/cm²; $\nu_1 = 0{,}32$; $HB_1 = 500$ daN/cm².
E. Policarbonat MAKROLON :
$E_1 = 2{,}4.10^4$ daN/cm²; $\nu_1 = 0{,}32$; $HB_1 = 750$ daN/cm².

2.3. DETERMINAREA VITEZELOR RELATIVE DE ALUNECARE

Încercările de laborator au fost efectuate la șapte viteze relative, și anume: $v_1 = 18{,}56$ cm/s; $v_2 = 27{,}85$ cm/s; $v_3 = 37{,}13$ cm/s; $v_4 = 46{,}41$ cm/s; $v_5 = 55{,}70$ cm/s; $v_6 = 111{,}40$ cm/s; $v_7 = 153$ cm/s. S-a utilizat această plajă întinsă de valori ale vitezei, avîndu-se în vedere dificultatea determinării unei viteze relative exacte.

Dacă între două straturi de fluid foarte apropiate, există o distanță infinitezimală dx și se notează cu dv scăderea infinitezimală de viteză, se poate defini mărimea dv/dx, care caracterizează curgerea, mărime denumită gradient de viteză. Literatura de specialitate [1] [2]; oferă relații practice de calcul al gradientului de viteză, pentru canale sau fante de diferite forme. Astfel, pentru canale circulare, gradientul de viteză poate fi determinat funcție de debitul Q și diametrul d al canalului prin relația :

$$dv/dx = 32\,Q/3{,}14\,d^3. \qquad (1)$$

Conform teoriei clasice, viteza maximă este atinsă în centrul curentului de fluid, în timp ce la perete viteza este nulă. Apariția unei uzări a peretelui metalic al canalului conduce însă la ipoteza existenței unei mișcări de o anumită natură și la adoptarea teoriei „alunecării la perete"

[1]. Această teorie presupune că, în urma deformării ușoare a polimerilor în stare de curgere vîscoasă, se formează la contactul cu un corp solid o suprafață de contact fictiv, comparabilă cu suprafața nominală de contact. Mecanismul alunecării moleculelor de polimer pe suprafața solidă se aseamănă cu mișcarea bilelor unui rulment — modelul lui Bloom [1] — în frecare presupusă limită (fig. 4).

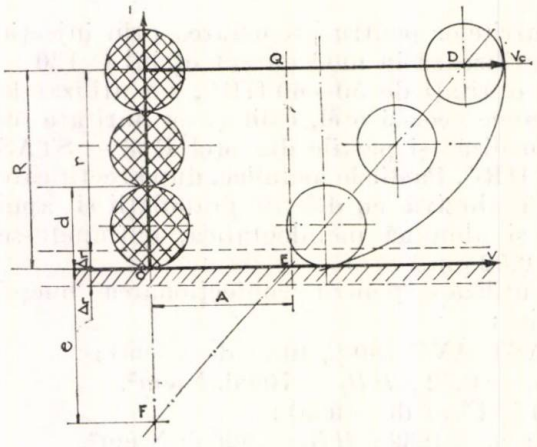


Fig. 4. — Variația vitezei de curgere a topiturii de polimer în prezența alunecării la perete [1].

Acceptînd ipotezele specificate și modelul lui Bloom pentru alunecarea la perete, s-a încercat determinarea unei relații care să descrie variația vitezei de curgere a polimerului topit, în canale circulare de rază R, de exemplu în duza matriței. Pentru a putea avea un element de comparație, s-a considerat curgerea ca fiind izotermă, situație pentru care se găsesc în literatura de specialitate curbele de variație ale vitezei topiturilor de polimeri, la diferite valori ale indicelui de curgere n, [1]. Considerînd cazul real al curgerii polimerului prin duza matriței, ipoteza este justificată avînd în vedere durata redusă a curgerii și temperatura ridicată a duzei, temperatură menținută constantă.

Eforturile de forfecare din topitura de polimer τ sînt proporționale cu gradientul de viteză [8], iar viteza este o funcție de eforturile de forfecare [1]:

$$\tau = K \cdot (\mathrm{d}v/\mathrm{d}r)^n, \tag{2}$$

$$v = f(\tau^n). \tag{3}$$

În această situație, considerînd o curgere izotermă cu indice de curgere $n = 0{,}5$, într-un canal circular de rază r, profilul vitezei trebuie să descrie o parabolă, situație pentru care putem presupune ecuația:

$$v = -C.r^2 - b.r + A. \tag{4}$$

Ecuația este verificată, în ipotezele admise:

$$v_{r=0} = A\,;\; v_{r=R} = -C.R^2 - b.R + A.$$

Gradientul de viteză este

$$dv/dr = -2C.r - b. \tag{5}$$

Din condiția ca în centrul canalului viteza să fi maximă, se obține

$$(dv/dr)_{r=R} = -2C.R - b = 0. \tag{6}$$

Rezultă $b = -2C.R$, și

$$v = -C.r(r - 2R) + A. \tag{7}$$

Relațiile sînt verificate de condițiile la limită :

$$v_{r=0} = A \text{ și } v_{r=R} = C.R^2 + A.$$

Acceptînd expresia (7) a vitezei, gradientul acesteia va fi :

$$dv/dr = -2C.r + 2C.R = 2C(R - r), \tag{8}$$

iar expresia efortului de forfecare din topitură devine :

$$\tau = K(dv/dr)^n = K.[2C(R - r)]^n = Z(R - r)^n, \tag{9}$$

unde s-a notat $Z = K(2C)^n$.

Expresia efortului de forfecare este de asemenea verificată de condițiile la limită : $\tau_{r=R} = 0$ și $\tau_{r=0} = Z.R^n$. Valorile lui τ, pentru diferite valori ale indicelui de curgere (0 ; 0,5 ; 1), conduc la aluri ale profilelor de viteză, corespunzătoare celor din literatură [2]. Rezultă că ecuația propusă pentru viteza de curgere este verificată atît de teoria clasică, cît și de teoria alunecării la perete.

Cunoscînd relațiile practice de calcul al gradientului de viteză la curgerea topiturilor de polimeri prin canale circulare, s-a încercat scrierea ecuației vitezei, funcție de gradientul acesteia. Dînd teoretic o variație $\pm\Delta r$ razei R a canalului de curgere, putem scrie :

$$v = -C.r(r - 2R) + A,$$

$$v_- = -C(r - \Delta r)(r - \Delta r - 2R) + A,$$

$$v_+ = -C(r + \Delta r)(r + \Delta r + 2R) + A.$$

Reducînd termenii asemenea, se obține

$$\begin{aligned} v_- &= v - 2C\Delta r(R - r) - C(\Delta r)^2 + A, \\ v_+ &= v + 2C\Delta r(R - r) - C(\Delta r)^2 + A \end{aligned} \tag{10}$$

sau

$$\frac{v_+ + v_-}{2} = v - C(\Delta r)^2 + A,$$

$$v_+ - v_- = 4C.\Delta r(R - r), \tag{11}$$

de unde

$$C = \frac{1}{2(R - r)}(\Delta v/\Delta r), \tag{12}$$

rezultă

$$v = -\frac{r}{(2R - r)}(\Delta v/\Delta r)(r - 2R) + A = v_c + A, \tag{13}$$

în care v_e reprezintă viteza în centrul canalului circular, iar termenul A exprimă alunecarea la perete.

În figura 4 este ilustrată variaţia vitezei de curgere în acceptul teoriei alunecării la perete şi modelului lui Bloom. Mărimea e reprezintă coeficientul de alunecare [1] şi are expresia

$$e = d\left(\frac{W_0}{W} - 1\right), \tag{14}$$

în care

W_0 este mobilitatea moleculelor la interfaţa de contact solid-fluid,
W — mobilitatea moleculelor în volumul fluidului,
d — distanţa dintre molecule (diametrul moleculei).

Deoarece $W_0 << W$, se poate accepta că $e = -d$, semnul minus arătînd că mărimea este măsurată în sensul negativ al axei de coordonate.

Din asemănarea triunghiurilor EQD şi FOE, se poate deduce $\frac{v_c}{A} = \frac{R}{e}$, de unde rezultă $A = \frac{v_c \cdot e}{R}$.

Presupunînd moleculele sferice, cu diametrul d cuprins între 10^{-4} şi 10^{-2} cm şi observînd din figura 4 că valoarea minimă a lui e, pentru ca alunecarea la perete să poată avea loc, este $e = d$, iar raza canalului circular are dimensiuni de ordinul 10^{-1} cm, se obţine

$$A = (10^{-3} \div 10^{-2})\ v_c = (0{,}001 \div 0{,}01)v_c. \tag{15}$$

Calculînd pentru cazul real al injecţiei într-o matriţă cu două cuiburi, a unui volum de 50 cm³ de poliamidă MARANYL cu 30% fibre de sticlă, durata umplerii matriţei fiind de 7 s, iar diametrul mediu al duzei matriţei de 6 mm, se obţine $dv/dr = 337\ s^{-1}$ şi $v_c = 101{,}4$ cm/s. La această valoare a vitezei în centrul duzei corespunde o valoare a vitezei relative de alunecare la perete $A = (0{,}1 \div 1)$ cm/s.

Pentru o piesă din poliamidă NORYL cu 20% fibre de sticlă cu un volum de 460 cm², injectată în 15 s, diametrul duzei fiind de 5 mm, rezultă

$$v_c = 625 \text{ cm/s} \text{ și } A = (0{,}6 \div 6{,}24) \text{ cm/s}.$$

Din cele două exemple prezentate, se trage concluzia că vitezele relative de alunecare la perete variază funcție de natura materialului injectat, volumul și configurația piesei injectate, de parametrii de injecție etc. În general, ele au valori foarte mici.

Vitezele utilizate în încercările de laborator pornesc de la 18,56 cm/s pînă la valori foarte mari, în scopul intensificării procesului de uzare.

2.4. DETERMINAREA PRESIUNILOR MAXIME DE ÎNCĂRCARE

Admițînd valabilitatea ipotezelor contactului hertzian, se pot calcula pentru fiecare combinație de materiale presiunile maxime la suprafața de contact a cuplei din figura 1.

Relațiile lui Hertz pentru contactul cilindru/plan sînt :

$$p_{max} = 4N/3{,}14\ L.l, \tag{16}$$

$$l^2/4 = 8N \cdot r(1 - \nu^2)/3{,}14\ E.L, \tag{17}$$

$$p^2_{max} = N.E/6{,}28\ r.L(1 - \nu^2), \tag{18}$$

în care

N este sarcina normală aplicată (daN);
r — raza bucșei (cm);
L — grosimea bucșei (cm);
ν — coeficientul lui Poisson;
E — modulul de elasticitate echivalent (daN/cm²);
l — lățimea amprentei de uzare (cm).

Modulul de elasticitate echivalent este dat de relația

$$\frac{1}{E} = 0{,}5\left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}\right), \tag{19}$$

în care indicele 2 reprezintă semicupla metalică, iar indicele 1 reprezintă bucșa din material plastic.

Pentru raza bucșei de 1,125 cm și grosimea de 1 cm, rezultă următoarele valori ale modulului de elasticitate echivalent : $E_A = 17{,}1 \cdot 10^4$ daN/cm²; $E_B = 9{,}8 \cdot 10^4$ daN/cm²; $E_C = 18{,}4 \cdot 10^4$ daN/cm²; $E_D = 15{,}1 \cdot 10^4$ daN/cm²; $E_E = 5{,}2 \cdot 10^4$ daN/cm². Pentru ca bucșa din material plastic să nu se trivească în timpul încercărilor, se impune condiția [5] : $p_{max} \leqslant 0{,}5\ HB$.

Rezultă $p_{A\max} \leqslant 0{,}5\ HB_A = 350$ daN/cm²,
$p_{B\max} \leqslant 0{,}5\ HB_B = 450$ daN/cm²,
$p_{C\max} \leqslant 0{,}5\ HB_C = 310$ daN/cm²,
$p_{D\max} \leqslant 0{,}5\ HB_D = 250$ daN/cm²,
$p_{E\max} \leqslant 0{,}5\ HB_E = 375$ daN/cm².

După cum se observă, toate valorile presiunilor maxime de încercare se găsesc în domeniul de variație a presiunilor din matriță. Pentru materialele termoplastice menționate s-au calculat sarcinile maxime de încărcare a cuplei, obținîndu-se :

$$N_{A\max} = 13{,}115 \text{ daN} ; \ N_{B\max} = 29{,}010 \text{ daN} ; \ N_{C\max} = 10{,}794 \text{ daN},$$
$$N_{D\max} = 10{,}582 \text{ daN} ; \ N_{E\max} = 45{,}625 \text{ daN}.$$

După cum se observă, sarcinile maxime de încărcare variază între 10 și 45 daN, funcție de natura materialului injectat. Față de această situație s-au ales o serie de sarcini comune de încercare, între 1 și 8daN. Pentru aceste sarcini, rezultă următoarele valori ale presiunii de contact (indicele corespunde sarcinii de încărcare) :

$p_{A1} = 163{,}0$ daN/cm² ; $p_{A2} = 230{,}5$ daN/cm² ; $p_{A3} = 282{,}3$ daN/cm²,
$p_{A4} = 326{,}0$ daN/cm² ; $p_{A5} = 364{,}4$ daN/cm² ; $p_{B1} = 123{,}4$ daN/cm²,
$p_{B2} = 174{,}4$ daN/cm² ; $p_{B3} = 213{,}5$ daN/cm² ; $p_{B4} = 246{,}4$ daN/cm²,
$p_{B5} = 275{,}7$ daN/cm² ; $p_{C1} = 169{,}1$ daN/cm² ; $p_{C2} = 239{,}1$ daN/cm²,
$p_{C3} = 292{,}9$ daN/cm² ; $p_{C4} = 338{,}2$ daN/cm² ; $p_{C5} = 378{,}1$ daN/cm²,
$p_{D1} = 153{,}1$ daN/cm² ; $p_{D2} = 216{,}6$ daN/cm² ; $p_{D3} = 265{,}3$ daN/cm²,
$p_{D4} = 306{,}3$ daN/cm² ; $p_{D5} = 342{,}5$ daN/cm² ; $p_{D6} = 375{,}2$ daN/cm²,
$p_{D7} = 405{,}3$ daN/cm² ; $p_{D8} = 433{,}3$ daN/cm² ; $p_{E1} = 89{,}8$ daN/cm²,
$p_{E2} = 127{,}0$ daN/cm² ; $p_{E3} = 155{,}5$ daN/cm² ; $p_{E4} = 179{,}6$ daN/cm²,
$p_{E5} = 200{,}8$ daN/cm² ; $p_{E6} = 220{,}0$ daN/cm² ; $p_{F7} = 237{,}6$ daN/cm²,
$p_{E8} = 254{,}0$ daN/cm².

Se observă că toate presiunile de contact sînt situate în domeniul de variație a presiunilor din matriță, justificînd alegerea sarcinilor de încercare menționate.

Încercările efectuate în conformitate cu [3] au pus în evidență importanța distribuției de presiuni pe suprafața de contact, asupra procesului de uzare (fig. 5). Se observă că la creșterea sarcinii caracterul uzurii se modifică ; dacă pentru sarcini mici uzura este redusă și uniform repartizată pe suprafața de contact, la sarcini mari centrul zonei de contact prezintă o uzură mai puternică decît marginile ei. Această comportare la uzare poate fi ușor explicată ținînd seamă de variația presiunii pe suprafața de contact. Distribuția este determinată de deformația cvasielastică a materialului. Dacă, pentru simplificare, presupunem o distribuție hertziană a presiunii pe amprenta de uzare, atunci și întinderea superfi-

cială specifică μp va avea o distribuție hertziană; atunci cînd întinderea specifică depășește o anumită valoare critică $(\mu p)_c$, se poate produce ruperea straturilor superficiale, apărînd astfel o uzare gravă a suprafeței în zona CD. Zonele periferice vor prezenta o uzură mult mai redusă. Acestei

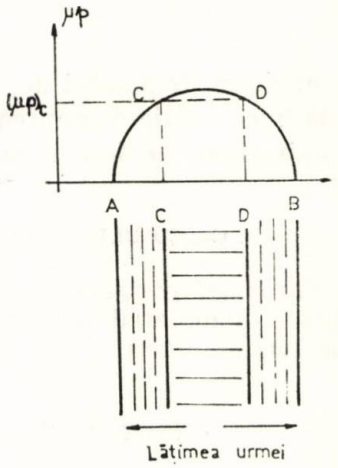


Fig. 5. — Influența distribuției de presiuni pe suprafața de contact, asupra gradului de deteriorare a suprafeței [3].

descrieri analitice a comportării la uzare i se poate da o interpretare fizică simplă, bazată pe teoria lui Bowden [3] privind formarea unor microjoncțiuni la interfața de contact și ruperea lor datorită alunecării relative.

3. CALCULUL ARIEI DE CONTACT

Funcționarea sub sarcină a cuplei cilindru/plan scoate în evidență apariția unei urme de uzare pe suprafața plană, a cărei formă este ilustrată în figura 6. Ea se produce prin pătrunderea bucșei de diametru D, sub

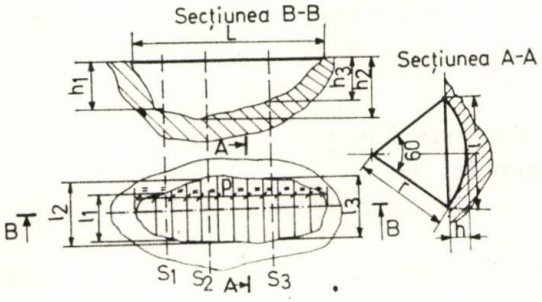


Fig. 6. — Aspectul urmei de uzare. Aplicarea metodei amprentei de uzare la calculul volumului de metal uzat.

acțiunea sarcinii normale, în materialul semicuplei plane. Acest fenomen se observă și în cazul cuplelor cu care s-au făcut încercările de laborator. Profilogramele amprentelor, înregistrate pe direcția longitudinală, indică o neuniformitate a fundului acestora. Deoarece neuniformitatea este destul de mică, se poate calcula suprafața amprentei de uzare, considerînd-o

ca fiind formată dintr-o sumă de sectoare de cilindri cu lungime egală [5], cu ajutorul relației

$$A = L\sqrt{l_m^2 - \frac{16}{3}h^2}, \tag{20}$$

în care

L este lungimea amprentei de uzare,
l — lățimea medie a amprentei,
h — adîncimea medie a amprentei.

4. CALCULUL UZURII SUPRAFEȚEI METALICE

Uzura suprafeței metalice a fost determinată sub forma a două mărimi : volumul de material îndepărtat prin uzare, V_u și grosimea medie a stratului de material uzat, h_{mu}.

4.1. METODA AMPRENTEI DE UZARE

Pentru calculul volumului de material metalic uzat, s-a utilizat o variantă a metodei amprentei de uzare [5]; [6]. Considerînd volumul amprentei ca fiind format dintr-o sumă de sectoare de cilindri de lungime egală p și ale căror suprafețe laterale sînt segmente de cerc de arie S, se poate deduce din figura 6 relația

$$S = l^3/12\, r, \tag{21}$$

obținută prin înlocuirea unghiului la centru, prin raportul l/r.

Volumul de material al contrapiesei metalice îndepărtat prin uzare va fi

$$V = \sum_{i=1}^{n} S.p_i = L.l_m^3/12\, r, \tag{22}$$

în care

r este raza bucșei (cm);
L — lungimea amprentei de uzare (cm);
l_m — lățimea medie a amprentei (cm).

În cazul particular al bucșei din figura 1, de rază 1,125 cm, relațiile (21) și (22), devin

$$S = 0{,}00641.l_m^3\,[\text{mm}^2], \tag{23}$$

și

$$V = 0{,}00641.l_m^3.L\ [\text{mm}^3]. \tag{24}$$

Practic, au fost măsurate la microscop lățimile amprentelor de uzare în trei puncte, de preferință în centrul și la aproximativ 1,5 mm de extremitățile ei, calculîndu-se apoi suprafața transversală medie și volumul de material îndepărtat prin uzare.

4.2. CALCULUL UZURII PRIN METODA RADIOMETRICĂ

Deoarece metoda amprentei implică utilizarea unor relații matematice care aproximează forma amprentelor, precum și o serie de măsurători optice, în determinarea uzurii pot apare o serie de erori. De aceea, pentru verificarea rezultatelor obținute prin metoda amprentei, s-a utilizat o metodă radiometrică, foarte precisă. Metoda se bazează pe iradierea în reactorul nuclear a semicuplelor metalice. Prin iradiere, majoritatea elementelor constituente reacționează cu neutronii lenți, într-o reacție nucleară $(n\,;\,\gamma)$, cu formare de izotopi radioactivi. Activitatea specifică S obținută pentru un element, după timpul t de iradiere, este

$$S = S_\infty(1 - e^{-\lambda \cdot it}), \tag{25}$$

unde

S_∞ reprezintă activitatea limită obținută la o durată foarte mare de iradiere,

λ — constanta de dezintegrare a izotopului radioactiv.

Deoarece oțelurile sînt de fapt aliaje formate din mai multe elemente, activitatea lor totală va fi

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} S_\infty(1 - e^{-\lambda_i \cdot t})c_i, \tag{26}$$

în care c_i reprezintă concentrația elementului i. Dezactivarea probei are loc după ecuația

$$S_t = \sum_{i=1}^{n} S_{0i} \cdot e^{-\lambda_i \cdot t} \cdot c_i, \tag{27}$$

în care

S_t este activitatea specifică totală la timpul t;

S_{0i} — activitatea inițială a componentului i.

Viteza de numărare a R a probei din instalația radiometrică va fi

$$R = G_p . S_t . E_g . E_e, \tag{28}$$

în care

E_g reprezintă eficacitatea geometrică a traductorului,

E_e — constantă care ține seamă de eficacitatea de detectare și de schema de dezintegrare,

G_p — greutatea metalului din probă.

Deoarece E_g și E_e sînt greu de determinat, s-a recurs la utilizarea etaloanelor de greutate G_e, iradiate împreună cu probele. Se stabilește viteza de numărare R_e a etalonului G_e și se determină apoi produsul $S_t \cdot E_g \cdot E_e$. Din relația (28) scrisă pentru etalon rezultă

$$\frac{G_e}{R_e} = \frac{1}{S_t \cdot E_g \cdot E_e} = K.$$

Greutatea metalului conținut în probă va fi

$$G_p = K(R - R_f), \tag{29}$$

unde

R este viteza de numărare a probei,

R_f — viteza de numărare a fondului.

Instalaţia radiometrică utilizată este ilustrată în figura 7. Proba conţinînd particule de uzură radioactive este introdusă în conteinerul *1*,

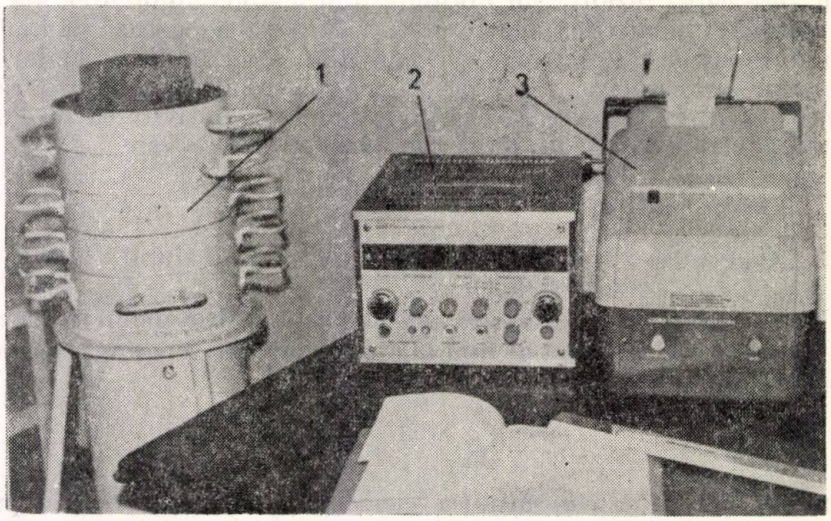


Fig. 7. — Instalaţia radiometrică; *1* — conteiner; *2* — numărător de impulsuri; *3* — înregistrator.

în care este montat un contor, legat la numărătorul de impulsuri , prevăzut cu cronometru electronic. Vitezele de numărare sînt înregistrate automat, la intervalele de timp dorite, pe înregistratorul *3*.

Primită la redacţie la 29 iulie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. G. M. Bartenev, V. V. Lavrentiev, *Trenie i iznos polimerov*, Izd. Himia, 1972.
2. E. Bernhardt, *Pererabotka termoplasticeskih materialov*, Izd. Himia, Moskva, 1965.
3. F. P. Bowden , D. Tabor, *Friction and lubrication*, Metheuen & Co., Ltd., London, 1967.
4. F. P. Bowden, D. Tabor, *The friction and lubrication of solids*, Clarendon Press, Oxford, 1964.
5. L. Căpitanu, *Uzarea contrapiesei metalice a cuplei material plastic armat cu fibre de sticlă/oţel de matriţă*, Simpozionul de mecanisme şi transmisii mecanice, Reşiţa, 1976.
6. L. Căpitanu, *Aspecte ale influenţei deformaţiei sub sarcină a materialelor termoplastice armate cu sticlă, asupra calculului uzurii contrapiesei metalice*, Simpozionul de mecanisme şi transmisii mecanice, Reşiţa, 1976.
7. J. C. Desjeux, J. Duflos, *Les plastiques renforcés*, Presses Universitaires de France, Paris, 1964.
8. M. Ionescu, R. Marcu, I. Rosenthal, *Matriţe pentru formarea prin injecţie a materialelo, termoplastice*, Centrul de Documentare şi Publicaţii Tehnice al M.I.U., Bucureşti, 1970.
9. R. Krumpholtz, R. Meilgen, *Zweckmässige Stahlausswahl beim Verarbeiten von Kunststoffen*, Kunststoffe, **63**, *5* (1973).
10. G. Lenze, *Verschleiss an Schnecken, Schneckenspitzen, Sperringen und Schneckenzylindern von Spritzgiessmaschinen bei der Verarbeitung von Polyamiden mit* 50% *Glasfasern*, Platsverarbeiter, **25**, *4—6* (1974).
11. D. Pavelescu, *Concepţii noi, calcul şi aplicaţii în frecarea şi uzarea solidelor deformabile*, Edit. Academiei R.S. România, Bucureşti, 1971.

Revista

STUDII ŞI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ

publică :

- Studii originale de înalt nivel cu caracter fundamental de interes general ştiinţific şi reflectare în practică.
- Note (lucrări mai scurte cu caracter original sau constituind o punere la punct a unei anumite chestiuni).
- Referate ştiinţifice şi tehnice, la care se expune stadiul actual al unei anumite probleme subliniindu-se aspectul nou, observaţii şi discuţii asupra unor lucrări de mecanică aplicată.
- Recenzii asupra cărţilor şi studiilor române şi străine.

Domeniile de specialitate ale revistei sînt :

- Astrodinamica (optimizarea traiectoriilor, calculul orbitelor sau al segmentelor de orbite, optimizarea transferului interorbital, impactul vehiculelor spaţiale cu meteoriţii, orbite sincrone, astrorelativitate. zborul în atmosferă rarefiată, în atmosfera densă, frînare şi captarea aerodinamică a unui vehicul cosmic).
- Aerodinamica (mecanica fluidelor, aerodinamica, dinamica gazelor, mecanica avionului, aeroelasticitatea, aerodinamica motoarelor cu ardere internă, termo-aerodinamica motoarelor cu reacţie, ventilaţie, aeromotori).
- Hidrodinamica (hidraulică, construcţii hidrotehnice, irigaţie, turbine şi pompe, amenajări hidraulice).
- Construcţii de maşini (cinematica şi dinamica mecanismelor, frecare, ungere, uzură, metode moderne de calculul maşinilor, automatizare, studiul suprafeţelor, tehnologia mediilor solide continue).
- Mecanica generală (rezistenţa materialelor, elasticitate, plasticitate, vibraţii şi şocuri, stabilitate, analogii electrice şi hidraulice).
- Statica şi dinamica construcţiilor (metode pentru calculul static şi dinamic al construcţiilor, studiul materialelor neomogene, stabilitatea terenurilor, metode de executare a lucrărilor de construcţii).
- Tehnica măsurătorilor (aparate electrice pentru măsurarea mărimilor mecanice, utilizarea ultrasunetului şi izotopilor radioactivi în tehnică).

Revista urmăreşte stimularea activităţii ştiinţifice şi difuzarea lucrărilor valoroase, primind în acest scop spre publicare articole de la toţi specialiştii din ţară şi de la colaboratorii din străinătate.

Manuscrisele se vor trimite la sediul Comitetului de redacţie, Bucureşti, str. Const. Mille, nr. 15, sectorul 7.

DECEBAL VLĂDĂIANU, VERGILIU MARINESCU

STUDII ÎN NATURĂ PRIVIND FUNCȚIONAREA LA CAVITAȚIE A UNOR POMPE CENTRIFUGE DE DIMENSIUNI MARI

La pompele centrifuge, cu ax vertical de tip 56V17 (de construcție sovietică), cu parametrii energetici: $Q_p = 9{,}5\ m^3/s$, $H = 64$ m, $\eta = 88\%$; $P_a = 7$ MW, $n = 375$ rot/min, $H_{ga} = -3{,}5$ m și $D = 1990$ mm, au fost efectuate în natură încercări energetice și măsurători de zgomote și vibrații la două dintre pompe în diferite puncte de măsură de pe pompă, pentru înălțimi geometrice la aspirație diferite și poziții ale vanei fluture de pe refulare de la complet deschis la complet închis. Rezultatele experimentale obținute au fost analizate, ținînd seama de unele rezultate date în literatură [1], [2], [4], [5].

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 1, 1978, p. 87—105
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

MARIUS MUNTEANU

MIȘCAREA PARTICULELOR SFERICE ȘI CILINDRICE PE PLANE VIBRATOARE ORIZONTALE. PRINCIPII ȘI FORMULE GENERALE DE CALCUL

În lucrare se stabilesc inițial tipurile de mișcări relative posibile ale unei particule sferice sau cilindrice pe un plan vibrator orizontal, precum și ecuațiile diferențiale ce le generează.
Se definesc cinci cazuri distincte în care pot fi posibile numai anumite mișcări și într-o anumită succesiune. Condițiile de existență ale acestor cazuri au condus la trasarea unor diagrame ce permit alegerea parametrilor pentru a obține cazul dorit. S-au integrat ecuațiile diferențiale ale mișcării pe intervalele temporale de definiție și s-au determinat ecuațiile transcendente ce definesc momentele de trecere.
În încheiere s-au determinat deplasările relative și vibrațiile vitezelor relative în timpul unei perioade, după ce în prealabil s-a studiat ciocnirea particulei cu planul.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 1, 1978, p. 107—127
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

D. CATRINA

ERORI CINEMATICE ALE MECANISMULUI ȘURUB CONDUCĂTOR — PIULIȚĂ

De o stringentă actualitate pentru economia națională este sarcina de a realiza produse competitive, ceea ce implică între altele, folosirea de mașini-unelte de precizie, capabile să satisfacă cerințele de precizie impuse de beneficiar.
Aproape nelipsit din construcția mașinilor-unelte — și nu numai a acestora, ci și a diverselor aparate de măsură și control — este mecanismul șurub conducător piuliță; unele din erorile de execuție sau montaj ale acestuia, precum și modul în care ele determină erori pe piesa prelucrată, sînt puse în evidență de prezentul articol.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 1, 1978, p. 129—138
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

LUCIAN CAPITANU

ASPECTE ALE UZĂRII MATRIȚELOR UTILIZATE LA PRELUCRAREA PRIN INJECȚIE A MATERIALELOR TERMOPLASTICE ARMATE CU FIBRE DE STICLĂ. I.

Materialele termoplastice armate cu fibre din sticlă, prelucrate prin procedeul tehnologic de injecție, produc o uzură accentuată a matrițelor și organelor de lucru ale mașinilor de prelucrare. Lucrarea abordează o serie de aspecte tribologice, specifice acestui procedeu tehnologic de prelucrare, pe baza modelării procesului de frecare și uzare.
Rezultatele obținute prin cercetări pe un model de laborator, au fost confirmate de rezultatele testărilor pe un model uzinal, în condiții reale de funcționare ale mașinilor de prelucrare prin injecție. Lucrarea prezintă rezultatele și concluziile cercetărilor, comparativ, pentru prelucrarea prin injecție a poliamidelor și policarbonaților armați și nearmați cu fibre din sticlă.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 1, 1978, p. 139—152
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

ST. GYÉRESI, E. SOÓS

TENSORUL ENERGIE-IMPULS AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC. I. AXIOMATIZARE PRELIMINARĂ

Se prezintă o axiomatizare a micro, respectiv a macroelectrodinamicii, punînd în evidență atît structura logică-matematică a celor două teorii, cît și interpretarea semantică a celor două sisteme axiomatic elaborate. Axiomatizarea este preliminară și reprezintă o bază de discuție pentru considerațiile ulterioare.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 1, 1978, p. 3—16
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

D. BRATOSIN

UN PROCEDEU DE APROXIMARE A COMPORTĂRII UNUI CORP ELASTIC NELINIAR

Lucrarea prezintă un procedeu incremental de calcul al stărilor de tensiune și de deformație din corpurile elastic neliniare prin suprapuneri secvențiale de stări infinitezimale rezolvate cu ajutorul metodei elementelor finite.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 1, 1978, p. 17—22
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

AUREL COȚIU, IOAN MORUȘCĂ, TEODOR POTRA

MODELARE MATEMATICĂ PRIN FUNCȚII SPLINE COMPLEXE A FENOMENELOR DE FILTRAȚIE ÎN MEDII POROASE

Lucrarea se referă la o metodă nouă de determinare, cu ajutorul funcției spline, a unei funcții de variabilă complexă $F(z)$, care aproximează funcția $f(z)$, reprezentînd potențialul complex al mișcării de filtrație prin medii poroase. În acest scop se construiește o funcție $F(z)$ sprijinită pe un număr de valori cunoscute ale lui $f(z)$, în domeniul cercetat. Ea poate fi aplicată, îndeosebi, la cercetarea mișcării apelor subterane, atunci cînd se cunoaște nivelul piezometric în diferite puncte.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 1, 1978, p. 23—32
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

T. OROVEANU, AL. D. STAN

MIȘCAREA LENTĂ A UNUI FLUID INCOMPRESIBIL PRINTR-O FISURĂ PERMEABILĂ

În lucrare sînt obținute, pentru cazul unei mișcări laminare, formulele pentru calculul vitezei de filtrare și al pierderei de presiune care se produce într-o fisură cu pereții permeabili. Cunoașterea acestora este necesară deoarece se presupune că în majoritatea cazurilor fisurile deschise în zăcămintele petrolifere sînt de acest fel. Rezultatele obținute sînt utile pentru cunoașterea hidraulicii operațiilor efectuate prin asemenea fisuri (tratamentul de acidizare, fisurare hidraulică, exploatarea unui zăcămînt fisurat etc.).

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 1, 1978, p. 33—44
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

C. COZMA

ASUPRA UNEI MIȘCĂRI BIFAZICE ÎNTR-UN MEDIU POROS OMOGEN

În lucrare se reia problema dezlocuirii plane și negravitaționale în medii poroase omogene, abordată și în cîteva studii anterioare. Se arată că sistemul de relații care descriu mișcarea se reduce la o singură ecuație de un tip special pentru saturația în una din faze. Condițiile la limită pentru presiune se transpun asupra unei funcții analitice arbitrare pentru care se indică o metodă de determinare. Ca o verificare a ecuației obținute se deduce prin particularizare ecuația cunoscută a cazului unidimensional, mai generală decît relația lui Buckley și Leveret prin faptul că se ține seama de presiunea capilară. Se trece apoi la studiul unui caz concret care constă dintr-o mișcare între doi pereți paraleli pentru care se indică o metodă de rezolvare prin aproximații succesive.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 1, 1978, p. 45—57
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

A. NEGOIȚĂ, H. BĂRBAT

EXPRIMAREA ECUAȚIILOR DE MIȘCARE ALE CASTELELOR DE APĂ CU CONSIDERAREA FORȚELOR HIDRODINAMICE DE INTERACȚIUNE

În lucrare sînt stabilite ecuațiile de mișcare ale castelelor de apă supuse acțiunii seismice, prin utilizarea unui model dinamic care permite luarea în considerare a forțelor hidrodinamice de interacțiune structură-apă. Este pusă în evidență în ecuațiile de mișcare masa adițională datorată interacțiunii. Lucrarea a fost prezentată la cea de-a IV-a Conferință de mecanică, București, 18—20 decembrie 1975.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 1, 1978, p. 59—65
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

JORGE EDILBERTO PEREZ, CONSTANTIN GH. POPA

MODEL DE CURGERE NESTAȚIONARĂ CU SCHIMBARE DE FAZĂ ÎN MEDII POROASE

Lucrarea tratează problema schimbării de fază într-o curgere nestaționară prin mediile poroase. Se utilizează metoda numerică IMPES pentru rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale. Modelul este aplicat pentru cazul curgerii nestaționare a unui amestec apă-țiței către o sondă atunci cînd presiunea în sondă scade sub presiunea de saturație, fiind util pentru rezolvarea problemelor de cercetarea sondelor.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 1, 1978, p. 67—78
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

JULIETA FLOREA, VALERIU PANAITESCU

ACȚIUNEA EROZIVĂ ȘI DE TRANSPORT A VÎRTEJURILOR CU AX VERTICAL

Se analizează modul în care se desfășoară curgerea în diferitele tipuri de vîrtejuri cu ax vertical și se studiază acțiunea erozivă și de transport a acestor vîrtejuri.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 1, 1978, p. 79—86
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

AUREL BELEŞ, CLEMANSA MIHĂILESCU, ŞTEFAN MIHĂILESCU, **Calculul construcţiilor amplasate pe terenuri deformabile.** Interacţiunea structură-fundaţie-teren, 1977, 428 p., 34 lei.

NECULAI BOICU, **Contactul elastic liniar**, 1977, 128 p., 6,50 lei.

DRAGOŞ CIOCLOV, **Mecanica ruperii materialelor**, 1977, 380 p., 30 lei.

EDM. NICOLAU, R. IONESCU, A. MIRA, G. VASILESCU, **Proiectarea asistată de calculator a sistemelor electronice**, 1977, 267 p., 21 lei.

DAN TEODORESCU, **Servomotoare amplificatoare.** Teorii şi aplicaţii, 1977, 284 p., 26 lei.

C. TEODOSIU, **Modele elastice ale defectelor cristaline.** Seria : „Probleme actuale în mecanica solidelor", 1977, 322 p., 12 lei.

ŞTEFAN BĂLAN, VALERIU PETCU, **Calculul structurilor în domeniul plastic. Momente independente**, 1976, 372 p., 34 lei.

ŞT. ISPAS, ALEX. NICA, IOANA PARVULESCU, **Sisteme de lubrificaţie, alimentare cu carburant şi fluide hidraulice pentru construcţiile aerospaţiale**, 1976, 268 p., 32 lei.

RADU NEGRUŢIU, **Analiza elastică a structurilor**, 1976, 248 p., 21 lei.

VALENTIN I. VLAD, R. ZACIU N. MIRON, JEAN MAURER, D. SPOREA, **Prelucrarea optică a informaţiei**, 1976, 476 p., 46 lei.

ADOLF HAIMOVICI, **Ecuaţii diferenţiale cu funcţii de mulţime ca necunoscute**, 1976, 168 p., 8,75 lei.

CHR. PELECUDI, **Precizia mecanismelor**, 1975, 397 p., 32 lei.

AC. VASILESCU, **Combaterea produşilor poluanţi emişi de motoarele autovehiculelor**, 1975, 288 p., 26 lei.

VLAD IONESCU, **Introducere în teoria structurală a sistemelor liniare**, 1975, 236 p., 18 lei.

VLADIMIR RĂZVAN, **Stabilitatea absolută a sistemelor automate cu întîrziere**, 1975, 276 p., 17 lei.

B. GRÜNWALD, N. APOSTOLESCU, **Neomogenitatea termică şi chimică a gazelor din motoarele cu ardere internă**, 1975, 266 p., 26 lei.

ALEXANDRU VAICUM, **Fundaţii pentru construcţii energetice de distribuţie şi transport**, 1975, 314 p., 31 lei.

V. BĂNUŢ, HR. POPESCU, **Stabilitatea structurilor elastice**, 1975, 192 p., 13 lei.

GH. BUZDUGAN, LUCIA FETCU, M. RADEŞ, **Vibraţiile sistemelor mecanice**, 1975, 472 p., 41 lei.

O. ONICESCU, **Mecanica invariantă şi cosmologia**, 1974, 109 p., 6,75 lei.

EDMOND NICOLAU, **Introducere în electromagnetismul teoretic modern**, 1974, 241 p., 14 lei.

Mai găsiţi în librării :

BAZIL POPA, VIRGINIA ISCRULESCU, **Procese de ardere în cîmp sonor**, 1973, 265 p., 17 lei.

VALENTIN I. VLAD, **Holografie**, 1973, 234 p., 15,50 lei.

M. M. NIŢĂ, **Teoria zborului spaţial**, 1973, 502 p., 30 lei.

MARIUS PROTOPOPESCU, **Teoria electronică a metalelor**, 1973, 366 p., 33 lei.

I. S. GHEORGHIU, ALEXANDRU S. FRANSUA, **Tratat de maşini electrice**, vol. IV, **Maşini sincrone**, 1972, 482 p., 30 lei.

P. P. TEODORESCU, **Dinamica corpurilor liniar elastice**, 1972, 392 p., 24,50 lei.

REVISTE PUBLICATE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ

REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES

— SÉRIE DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE

— SÉRIE D'ÉLECTROTECHNIQUE ET D'ÉNERGÉTIQUE

ST. CERC. MEC. APL., TOM. 37, NR. 1, 1978, P. 1—156

c. 7632 — I. P. INFORMAŢIA

43 822

Lei 40.—

F2557

R

2

TOMUL 37

martie — apr.

1978

1978 JUN 30

STUDII ŞI CERCETĂRI DE

MECANICĂ APLICATĂ

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMANIA

Comitetul de redacție

Acad. E. CARAFOLI, *redactor responsabil*

Membri :

Acad. I. ANTON,
Acad. ȘTEFAN BĂLAN,
Acad. D. DUMITRESCU,
Acad. CR. MATEESCU,
Acad. D. MATEESCU,
Acad. RADU VOINEA,
Prof. CONSTANTIN AVRAM, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România,
Prof. GH. BUZDUGAN, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România,
Dr. ing. N. PATRAULEA, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România,
Prof. RADU C. BOGDAN,
Prof. DAN PAVELESCU,
Prof. RADU PRIȘCU,
Dr. doc. V. VISARION,
Prof. T. OROVEANU, *secretar de redacție,*
Dr. ing. C. TEODOSIU, *secretar de redacție.*

Toate comenzile externe pentru lucrările apărute în Editura Academiei R. S. România se vor adresa: ILEXIM, Departamentul export-import carte, Departamentul export-import presă (pentru reviste), str. 13 Decembrie nr. 3, P. O.Box 136—137, telex 11226, București, România. În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții. Revistele se pot procura (direct sau prin poștă) și prin PUNCTUL DE DESFACERE din cadrul EDITURII ACADEMIEI

REVISTA APARE DE 6 ORI PE AN

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice corespondență se trimit pe adresa Comitetului de redacție al revistei 70701, str. Const. Mille nr. 15, tel. 13.83.26

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
Calea Victoriei nr. 125, sectorul 1, București

STUDII ŞI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ

Tomul 37, nr. 2 martie-aprilie 1978

SUMAR

STUDII

ŞT. N. SĂVULESCU, V. TOMA, GH. GH. GHEORGHIU, Cercetări experimentale pentru optimizarea curgerii în suflerii de viteze mici 159

I. SETEANU, Regimul infiltraţiilor într-o incintă protejată în cazul unui mediu anizotrop 177

T. OROVEANU, AL. D. STAN, Exploatarea unui zăcămînt fisurat la presiuni diferenţiale mari 191

ALEXANDRU SOARE, Folosirea teoriei interferenţei şi analizei curbelor de restabilire a presiunii pentru evaluarea valorii presiunii iniţiale a zăcămintelor de hidrocarburi 199

ST. GYÉRESI, E. SOÓS, Tensorul energie-impuls al cîmpului electromagnetic. II. Dificultăţi specifice în micro- şi macroelectrodinamică 211

ALECSANDRU VAICUM, Model de calcul pentru determinarea tasării construcţiilor, luînd în considerare proprietăţile reologice şi ereditare ale masivelor de pămînt 221

ECATERINA BORCIA, Determinarea matricei de deformabilitate pentru argila elastoplastică 229

F. DINCĂ, O. GÜNDISCH, H. PAVEN, G. DRUŢĂ, G. STĂNESCU, Optimizarea confortului şi aderenţei roată-sol pentru automobile 241

GHEORGHE MĂRMUREANU, Bifurcarea echilibrului şi rezistenţa postcritică a stîlpilor 249

LUCIAN CAPITANU, Aspecte ale uzurii matriţelor utilizate la prelucrarea prin injecţie a materialelor termoplastice armate cu fibre de sticlă. II 261

M. NICOLESCU, Aplicarea metodei deplasărilor la calculul static al sistemelor de conducte 281

G. M. GIUROVICI, V. I. GHIU, Aparat de măsurare a temperaturii suprafeţelor 295

VETURIA RASZILLIER, Studiul unor materiale antifricţiune cu ajutorul undelor elastice şi electromagnetice 299

RECENZII 323

STUDII

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PENTRU OPTIMIZAREA CURGERII ÎN SUFLERII DE VITEZE MICI

ȘT. N. SĂVULESCU, V. TOMA., GH. GH. GHEORGHIU
I.M.F.C.A.

Autorii prezintă sintetic cercetările experimentale efectuate pentru determinarea geometriei optime, a cîmpului de viteze și presiuni statice, precum și a efectelor perturbatoarelor în suflerii de viteze mici, la 3—15 m/s, a căror curgere trebuie controlată prin elemente specifice de reglaj. Rezultatele obținute pot servi pentru concepția și proiectarea sufleriilor subsonice.

1. INTRODUCERE

După cum se știe, punerea la punct a unei suflerii de viteze mici pentru a răspunde unei game foarte largi de încercări este lungă și dificilă. În lucrarea de față, luîndu-se ca exemplu sufleriile de tip Eolin, se prezintă sistematic cercetările efectuate cu următoarele scopuri:

— optimizarea circuitului aerodinamic prin modificări aduse camerei ventilatoarelor;

— optimizarea funcționării sufleriei prin aerodinamizarea intrării în ventilatoare;

— lărgirea gamei de performanțe ale sufleriei prin adoptarea unor perturbatoare speciale (destinate simulării rafalelor, stratului limită atmosferic etc.);

— obținerea de date experimentale tipice particularităților sufleriei (cîmp de viteze în secțiune, repartiții de presiuni în lungul sufleriei etc.);

— etalonarea sufleriei în funcție de o acționare combinată a ventilatoarelor, perturbatoarelor și elementelor de reglaj.

2. MODIFICĂRI ALE CIRCUITULUI AERODINAMIC AL SUFLERIEI „EOLIN CE 4V"

Modificările sufleriei Eolin-machetă se referă la introducerea cîte unui tronson cu perturbatoare în fața zonei experimentale și la mărirea camerei ventilatoarelor prin adăugarea unui tronson paralelipipedic și la profilarea aerodinamică a intrării în ventilatoare.

S-a constatat (micromanometru) că există fluctuații în camera de experiență, fapt pe care l-am pus în legătură în primul rînd cu lipsa de capacitate a camerei ventilatoarelor în amortizarea fluctuațiilor generate de funcționarea ventilatoarelor. În acest sens, s-a mărit camera din fața

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 2, 1978, P. 159—176

ventilatoarelor cu circa 60% prin adăugarea unui tronson paralelipipedic, după cum se arată în figura 1.

Prezența acestui tronson a dus la ameliorarea curgerii în camera de experiență, rezultat constatat prin explorarea cu firul cald al acestei curgeri.

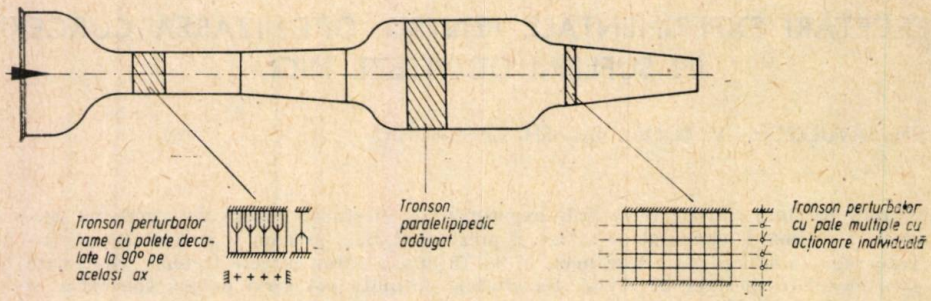


Fig. 1

În același sens s-a urmărit ameliorarea funcționării ventilatoarelor prin aerodinamizarea intrării aerului în ele. Pentru aceasta, s-au construit guri de intrare profilate, la admisia aerului în fiecare rotor de ventilator, după cum se vede în figura 2.

Concluzia desprinsă în urma acestei modificări din camera ventilatoatelor este efectul mai important al măririi volumului acestei camere în comparație cu aerodinamizarea intrării în ventilatoare. Pentru ilustrare, în figurile 3, 4 prezentăm distribuția de presiuni în lungul sufleriei pentru cele două situații : cu intrare aerodinamizată și neaerodinamizată, respectiv 2 (fig. 3) și 4 (fig. 4) ventilatoare.

Între cele două situații se remarcă foarte mici deosebiri, ceea ce nu justifică în acest caz soluția constructivă a aerodinamizării (dificil de realizat ca suprafață în spațiu). Viteza medie a crescut de asemenea foarte puțin, ceea ce arată că la aceste tipuri de ventilatoare axiale mici, cu admisie de aer dintr-o cameră foarte mare, profilarea intrării în ventilatoare nu joacă un rol important în funcționarea lor.

O altă modificare a circuitului se referă la introducerea a două tronsoane de perturbare : unul în fața camerei de experiență (zona experimentală închisă) și celălalt în amontele jetului de ieșire (zona experimentală deschisă). Ele sînt arătate în figura 1, împreună cu poziția lor în circuitul aerodinamic al sufleriei. Tronsonul perturbatoarelor din fața camerei de experiență oferă cinci posibilități de introducere a unor rame de perturbare de 300×300 : trei pe verticală și două pe orizontală, lungind camera de experiență cu $l_1 = 230$ mm. Al doilea tronson perturbator este de fapt o ramă care permite acționarea independentă a 40 de palete situate pe cinci axe. Lungimea lui este de $l_2 = 100$ m. Ambele perturbatoare care introduc pierderi locale sînt amovibile, putînd fi scoase și introduse după scopul urmărit.

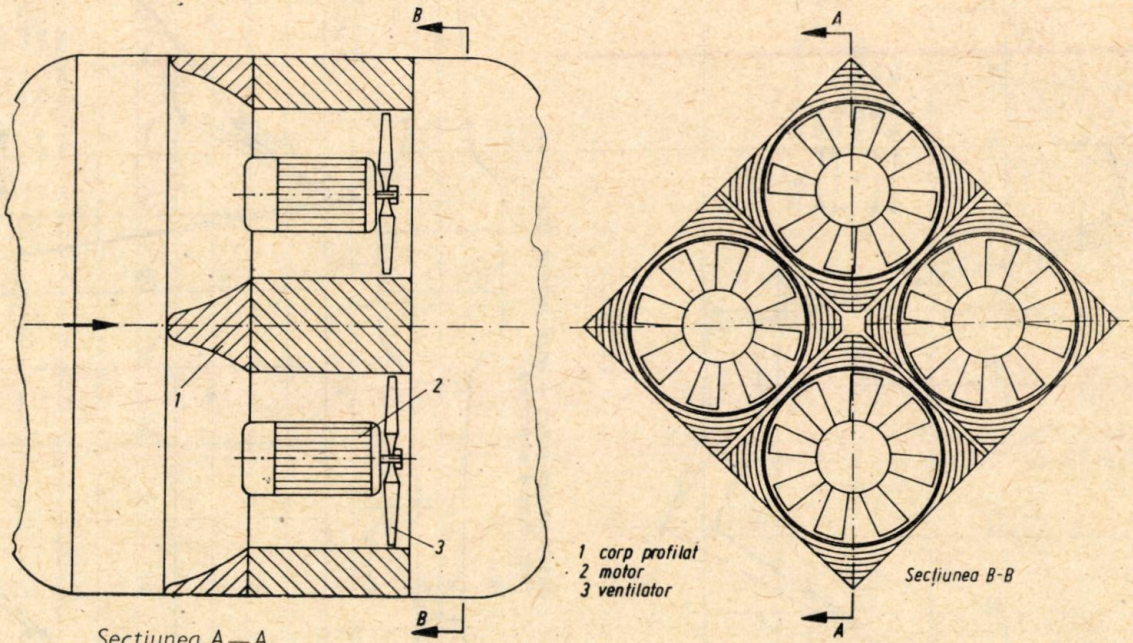

B
A
1
2
3
B
A
1 corp profilat
2 motor
3 ventilator
Secțiunea A—A
Secțiunea B-B

Fig. 2

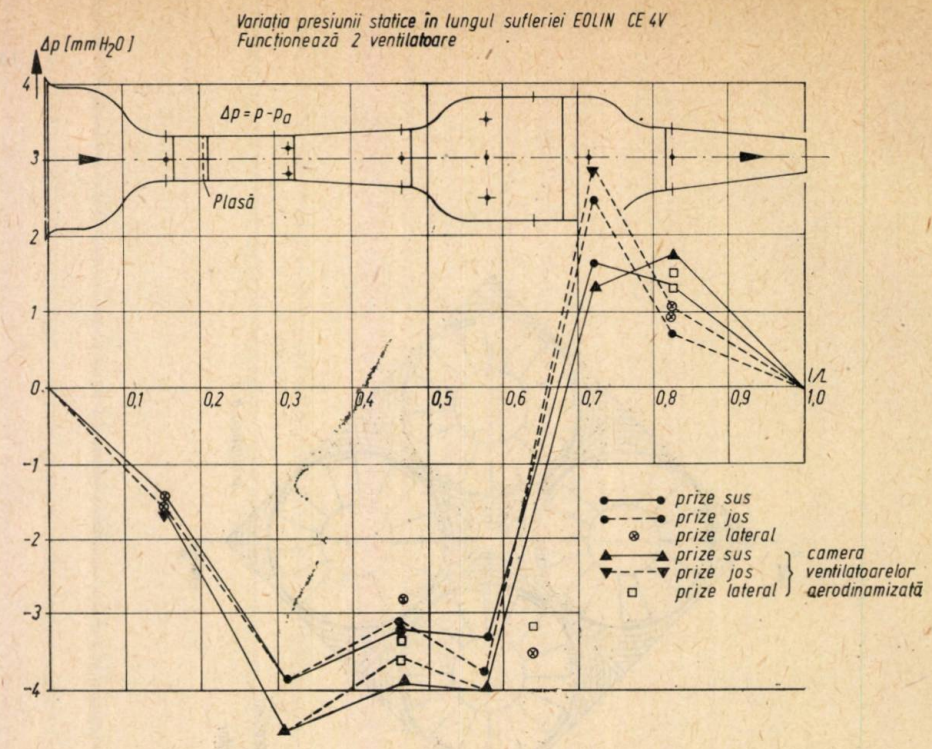

Variația presiunii statice în lungul sufleriei EOLIN CE 4V
Funcționează 2 ventilatoare
Δp [mm H2O]
Δp = p - pa
Plasă
l/L
prize sus
prize jos
prize lateral
prize sus
prize jos
prize lateral
camera ventilatoarelor aerodinamizată

Fig. 3

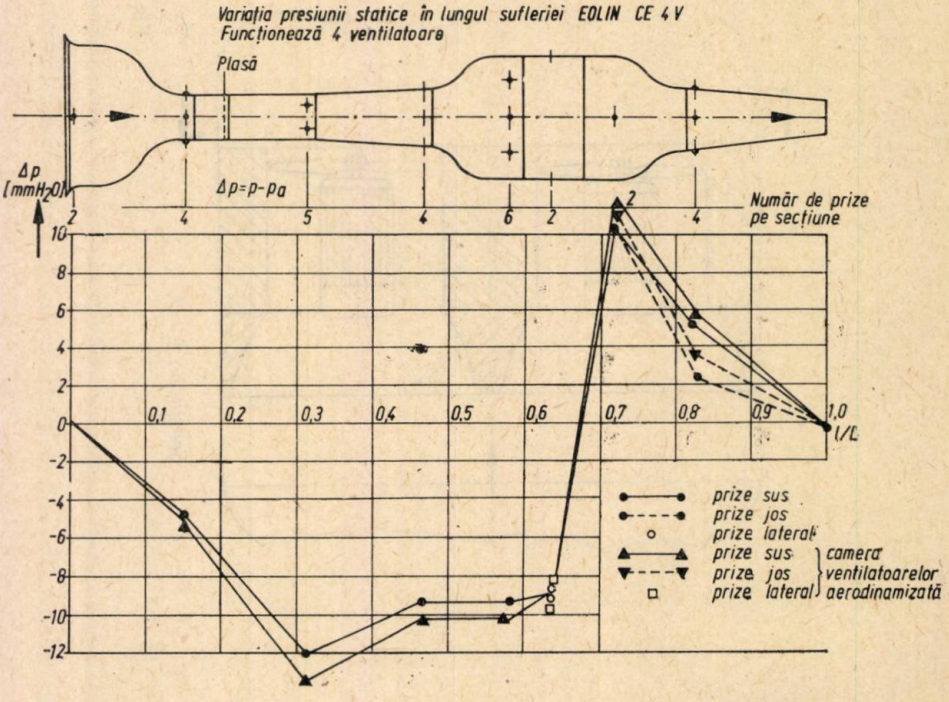

Variația presiunii statice în lungul sufleriei EOLIN CE 4V
Funcționează 4 ventilatoare
Plasă
Δp [mmH2O]
Δp = p - pa
Număr de prize pe secțiune
l/L
prize sus
prize jos
prize lateral
prize sus
prize jos
prize lateral
camera ventilatoarelor aerodinamizată

Fig. 4

3. REPARTIȚII DE PRESIUNI STATICE ÎN LUNGUL CIRCUITULUI

În acest paragraf se prezintă repartiția de presiuni statice în lungul sufleriei pentru punerea în evidență a efectelor funcționării în diverse situații : cu 4 și 2 ventilatoare sau cu combinații de ventilator și grilă de perturbare. În același timp, aceste repartiții scot la iveală deosebirile dintre prizele situate pe conturul diverselor secțiuni, dînd o indicație asupra uniformității locale a curgerii. Astfel, figurile 5*a* și 5*b* reprezintă variația coeficientului C_p în lungul circuitului pentru toate prizele și cazurile indicate pe figuri. Avem

$$C_p = \frac{p - p_a}{p_t - p_{st}}$$

unde p = presiunea într-un punct (priză statică)
p_a = presiunea în atmosferă liberă
p_t = presiunea totală în camera de experiență
p_{st} = presiunea statică în camera de experiență la perete.

Se observă că în camera ventilatoarelor presiunea nu este uniform repartizată pe contur, există local curgeri inverse sau complexe, generate de interacțiunea pereților, a curentului central și a curentului din zona fiecărui ventilator. Neuniformitatea presiunilor statice în secțiune este mai pronunțată în cazul funcționării cu două ventilatoare (fig. 5*a*) decît în cazul funcționării cu patru ventilatoare (fig. 5*b*).

Concluzia practică a experiențelor privind repartizarea presiunilor statice a fost necesitatea montării a 4—6 prize pe contur în anumite secțiuni și limitarea lor la două sau la una în alte secțiuni.

Trebuie accentuat faptul că repartiția de presiuni statice în lungul sufleriei reprezintă efectul combinat al variației de presiune potențială (ec. Bernoulli) și al frecării de pereți (stratul limită). Separarea acestor două efecte este dificilă în cazul vitezelor mici și al variațiilor mari de secțiune. Vom da o analiză a variației de presiune în lungul sufleriei, bazată pe corectarea variației potențiale cu efecte de strat limită.

Să considerăm în figura 6 un tronson de secțiune pătrată, secțiune care variază cu X (măsurat pe axa sufleriei) și pe pereții căruia se dezvoltă un strat limită turbulent fără desprindere și fără curgeri secundare de colț.

Vom scrie ecuația de continuitate pentru 1/4 de secțiune OAB între secțiunile (1) și (2).

Avem

$$\frac{1}{4}(a_1 - 2\delta_1)^2 U_1 + (a_1 - 2\delta_1)\Psi_{\delta_1} = \frac{1}{4}(a_2 - 2\delta_2)^2 U_2 + (a_2 - 2\delta_2)\Psi_{\delta_1} \quad (3.1)$$

unde

$$\Psi_{\delta_1} = \int_0^{\delta_1} U_1 \mathrm{d}y, \qquad \Psi_{\delta_2} = \int_0^{\delta_2} U_2 \mathrm{d}y,$$

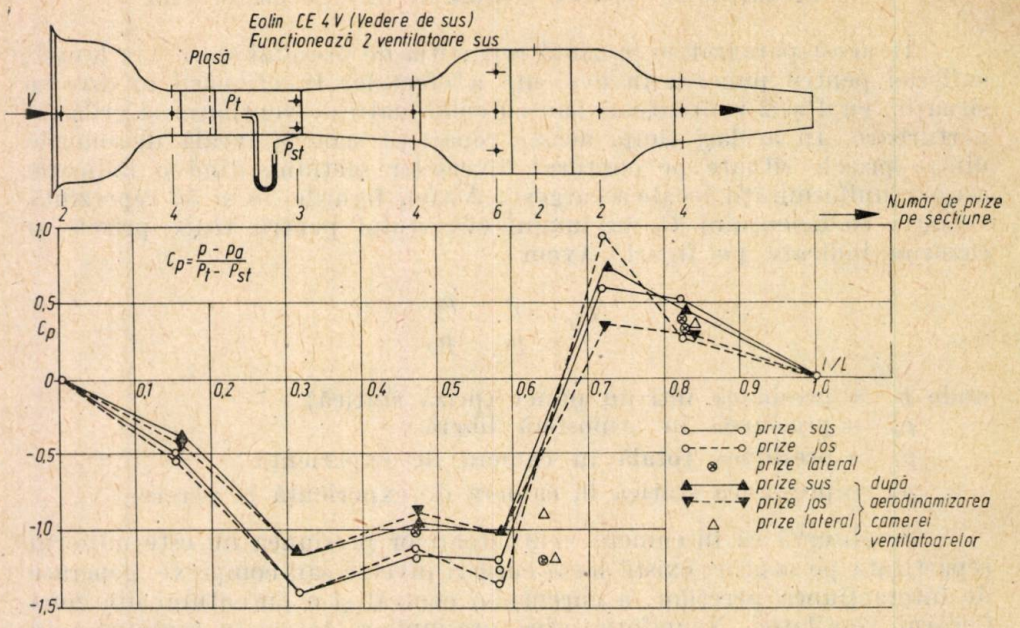

Eolin CE 4V (Vedere de sus)
Funcționează 2 ventilatoare sus
Plasă
V
Pt
Pst
2 4 3 4 6 2 2 4
Număr de prize pe secțiune
Cp = (p - pa) / (Pt - Pst)
1,0
0,5
Cp
0
-0,5
-1,0
-1,5
0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1,0
l/L
prize sus
prize jos
prize lateral
prize sus
prize jos
prize lateral
după aerodinamizarea camerei ventilatoarelor

Fig. 5a

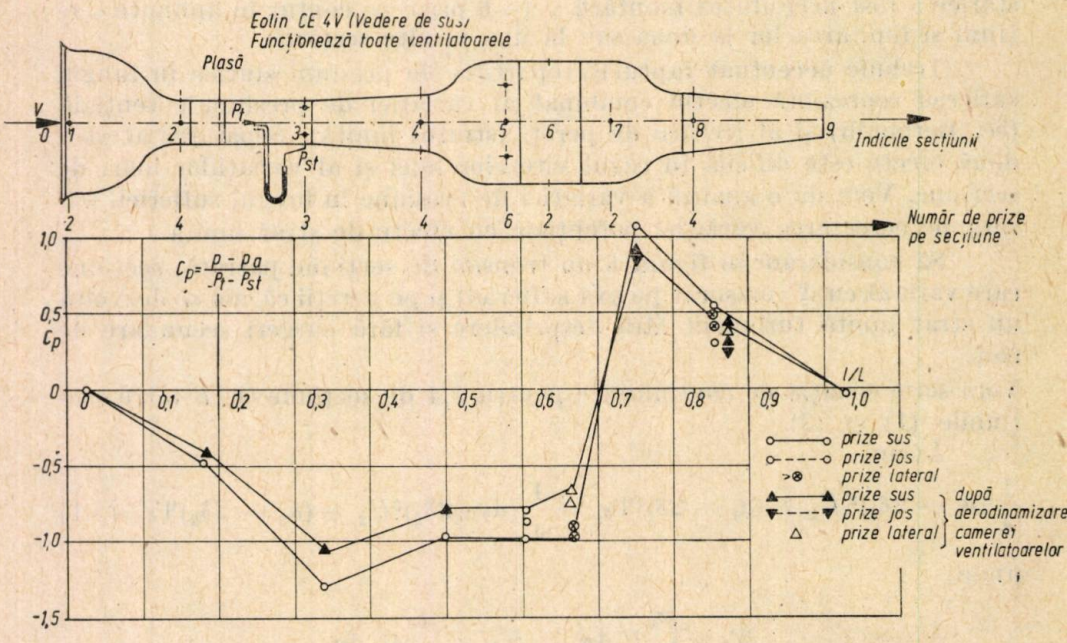

Eolin CE 4V (Vedere de sus)
Funcționează toate ventilatoarele
Plasă
V
0
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Indicile secțiunii
Pt
Pst
2 4 3 4 6 2 2 4
Număr de prize pe secțiune
Cp = (p - pa) / (Pt - Pst)
1,0
0,5
Cp
0
-0,5
-1,0
-1,5
0 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1,0
l/L
prize sus
prize jos
prize lateral
prize sus
prize jos
prize lateral
după aerodinamizarea camerei ventilatoarelor

Fig. 5b

Pe axă ecuaţia Bernoulli este

$$P_1 + \rho/2 U_1^2 = P_2 + \rho/2 U_2^2 \tag{3.2}$$

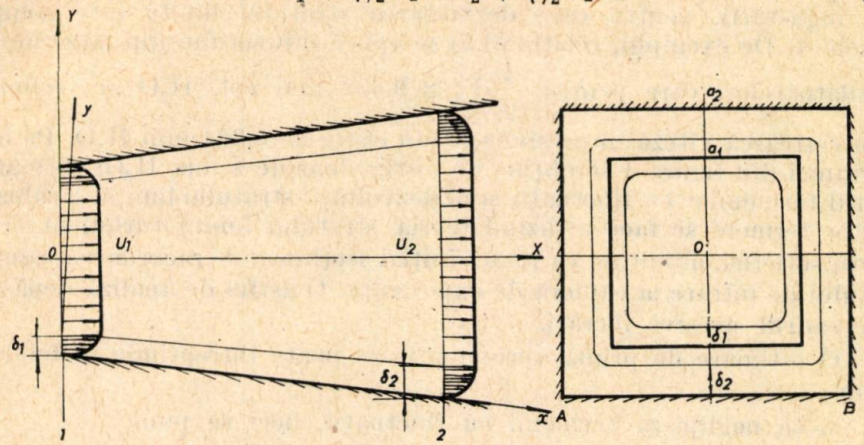


Fig. 6

unde

$$\begin{aligned} P_1 &= p_{w_1} + \rho/2(\overline{u_1'^2} - \overline{v_1'^2}) \\ P_2 &= p_{w_1} + \rho/2(\overline{u_2'^2} - \overline{v_2'^2} \end{aligned} \tag{3.3}$$

p_{w_1} şi p_{w_2} fiind presiunile statice la perete în dreptul secţiunilor (1) şi respectiv (2), iar u' şi v' fluctuaţiile de viteză în stratul limită turbulent bidimensional dezvoltat pe pereţi. Raportînd la secţiunea (1) avem în final din combinarea relaţiilor (3.1) şi (3.2)

$$\Delta p_r = p_{w_2} - p_{w_1}[(= \rho/2(\overline{u_1'^2} - \overline{u_2'^2}) - (\overline{v_1'^2} - \overline{v_2'^2})] +$$
$$+ \rho/2 U_1^2 \left\{ 1 - \left[\frac{(a_1 - 2\delta_1)^2}{(a_2 - 2\delta_2)^2} + \frac{4}{U_1} \cdot \frac{\Psi_{\delta_1}(a - 2\delta_1) - (a_2 - 2\delta_2)\Psi_{\delta_2}}{(a_2 - 2\delta_2)^2} \right]^2 \right\}$$

unde efectele dezvoltării stratului limită turbulent pe pereţi sînt incluse în termenul fluctuaţiilor ca şi în cel depinzînd de δ_1, δ_2, Ψ_{δ_1}, Ψ_{δ_2}. Dacă se consideră cazul idealizat al absenţei stratului limită, adică :

$$u',\ v' \sim 0 \qquad \delta \sim 0,\ \Psi_\delta \sim 0,$$

se obţine

$$\Delta p_i = (p_{w_2} - p_{w_1})_i = \frac{\rho}{2} U_1^2 \left[1 - \frac{a_1^4}{a_2^4} \right] \tag{3.4}$$

care este variaţia de presiune ideală între secţiunile (1) şi (2).

Diferenţa de presiune statică reală între secţiunile (1) şi (2) se poate deci pune sub forma

$$\Delta p_r = \Delta p_i + \frac{\rho}{2}[(\overline{u_1'^2} - \overline{u_2'^2}) - (\overline{v_1'^2} - \overline{v_2'^2})] + \tag{3.5}$$
$$+ \frac{\rho}{2} U_1^2 \frac{a_1^4}{a_2^4} \left\{ 1 - \left[\frac{\left(1 - 2\frac{\delta_1}{a_1}\right)^2 + \frac{4}{U_1}\left[\frac{\Psi_{\delta_1}}{a_1}\left(1 - 2\frac{\delta_1}{a_1}\right) - \frac{\Psi_{\delta_2}}{a_1}\left(\frac{a_2}{a_1} - \frac{\delta_2}{a_1}\right) \right]}{\left(1 - 2\frac{\delta_2}{a_2}\right)^2} \right]^2 \right\}.$$

Relația (3.5) se poate aplica tronsonului pentru care nu avem rezistențe locale (plase, perturbatoare) sau variații bruște de secțiune (lărgiri, îngustări), pentru care dezvoltarea stratului limită este complet deosebită. De exemplu, relația (3.5) se aplică difuzorului din fața camerei ventilatoarelor, care pentru $\frac{\rho}{2} V_3^2 \cong 9{,}632$ mm col. H_2O ar trebui să reconvertească viteza în presiune cu un cîștig de 6,364 mm H_2O. Pe baza diagramei din figura 4 se obține un cîștig doar de 4 mm H_2O, care arată efectul termenilor cu fluctuații și al dezvoltării stratului limită. Evaluarea acestor termeni se face utilizînd teoria stratului limită turbulent de pe pereții sufleriei, admițînd ca punct inițial secțiunea de racordare a convergentului de intrare la camera de experiență. O astfel de analiză depășește însă cadrul acestei lucrări.

O estimare de primă aproximație se poate întreprinde în felul următor :

— se neglijează termenii cu fluctuații, deci se pune

$$(\overline{u_1'^2} - \overline{u_2'^2}) - (\overline{v_1'^1} - \overline{v_2'^2}) \cong 0,$$

— se determină experimental profilul de viteză $U_{măs}(y)$ în stratul limită, astfel că se obțin valorile

$$\Psi_{\delta_1} = \int_0^{\delta_1} U_{măs} dy, \quad \Psi_{\delta_2} = \int_0^{\delta_2} U_{măs} dy, \text{ ca și } \delta_1, \ \delta_2,$$

care permit calculul relației (3.5).

Pentru a avea o imagine a neaplicabilității formulelor (3.5) la lărgiri bruște de secțiune, unde dezvoltarea stratului limită este anormală și curgerea principală este influențată substanțial de curgeri secundare, să evaluăm variația de presiune între secțiunea de capăt a difuzorului (S4) și secțiunea din fața ventilatoarelor (S5), conform figurii 5*b*

$$\Delta p_i = \frac{\rho}{2} U_4^2 \left(1 - \frac{a_4^4}{a_5^4}\right) = \left[\frac{\rho}{2} U_3^2 + (p_3 - p_4)\right]\left[1 - \frac{a_4^4}{a_5^4}\right]$$

$$\Delta p_i = (9{,}632 - 3)\left(1 - \frac{0{,}39^4}{0{,}8^4}\right) \cong 6\text{mm } H_2O.$$

Din acești 6 mm H_2O pe care trebuie să-i reconvertească variația de secțiune se observă că s-a reconvertit mai puțin de 1 mm H_2P, ceea ce ilustrează efectul dezastruos al lărgirii bruște de secțiune în recuperarea pierderii de presiune.

Importante variații de presiune, în lungul tubului se obțin și prin introducerea unei grile *G*, formată din benzi de scotch de 20 mm dispuse într-o rețea cu ochiuri pătrate de 65 × 65 și cu gradul de permeabilitate

$\gamma = \frac{65 \times 65}{85 \times 85} = 0{,}585$, plasate la capătul difuzorului. Pe figura 7 se observă saltul de presiune (pierdere) introdus de această rezistență locală în toate cazurile de funcționare a sufleriei (1, 3, 4 motoare). Evaluînd cu ajutorul acestor diagrame coeficientul local de pierdere de presiune în forma

$$C_x = \frac{(p_4 - p_5)\ \text{grilă} - (p_4 - p_5)\ \text{fără grilă}}{\frac{\rho}{2} V_4^2\ \text{cu grilă}}$$

se obține tabelul de valori:

acționare	1 motor	3 motoare	4 motoare
V_4 m/s	2,4	3,9	5,82
C_x	14,4	20,5	17,4

Se observă că funcționarea concomitentă a mai multor ventilatoare în prezența grilei și a lărgirii bruște de secțiune conduce la valori mari ale lui C_x, cauzate atît de vitezele mici ale curgerii cît și de complexitatea ei locală. Totuși introducerea unei rezistențe locale sub formă de grilă sau perturbator cu o pierdere locală de sarcină $\Delta p_{\text{local}} < 6$ mm nu afectează randamentul instalației.

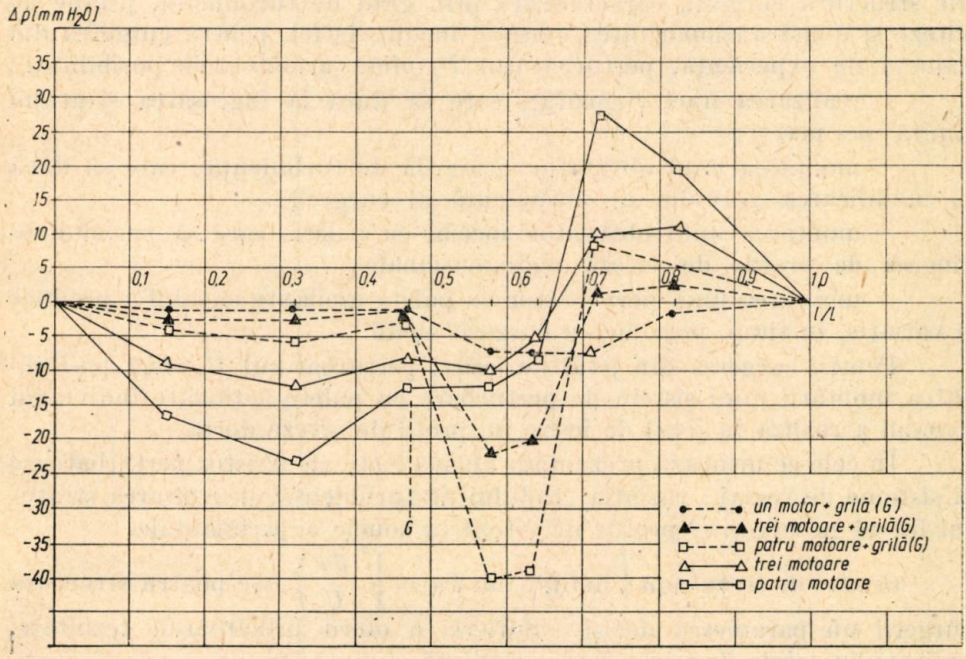


Fig. 7

4. EFECTELE SISTEMELOR DE REGLAJ ŞI ALE PERTURBATOARELOR

Sufleriile de tip Eolin dispun de următoarele sisteme de acţionare asupra caracteristicilor curgerii :

A. *Sisteme de reglare* : grilă de palete obturatoare în faţa camerei motoarelor (G_p), uşi laterale la camera motoarelor, precum şi acţionarea individuală a motoarelor.

B. *Sisteme de perturbare* : P_1 în faţa camerei de experienţă, P_2 în amontele convergentului ce furnizează jetul de ieşire.

A. Prin sistemele de reglare se obţin modificări controlate ale caracteristicilor medii ale curgerii, în special ale vitezei în camera de experienţă şi în jetul de ieşire. Putem acţiona asupra a trei elemente pentru a obţine o viteză dorită şi o curgere bună : uşi laterale cu deschidere variabilă, grilă cu palete reglabile G_p şi ventilatoare.

De pildă, uşile laterale la camera ventilatoarelor menţin punctul lor de funcţionare la performanţe optime, chiar şi atunci cînd debitul trecut prin camera de experienţă este foarte mic. De asemenea, grila cu palete (G_p) din faţa camerei ventilatoarelor are scopul introducerii unei rezistenţe simetrice pe circuit în avalul camerei de experienţă, pentru a nu distorsiona suplimentar structura curgerii aici.

S-a obţinut astfel în camera de experienţe o gamă de viteze de (2—20) m/s în trepte foarte fine (0,5 m/s). În jetul de ieşire gama de viteze este (5—15) m/s în trepte fine (1 m/s).

B. Sistemele de perturbare le utilizăm pentru modificări controlate ale structurii curgerii, caracterizate prin grad de turbulenţă, profile de viteze şi quasi-staţionaritatea curgerii medii. Astfel, pentru curgerea din camera de experienţă, perturbatorul P_1 oferă următoarele posibilităţi :

— realizarea unei rugozităţi care să ducă la îngroşarea stratului limită pe pereţi ;

— montarea unui obturator sită-grilă de turbulenţă, care să ducă la modificarea gradului de turbulenţă al curgerii ;

— montarea unui obturator special cu palete, care să permită obţinerea de profile de viteză tridimensionale ;

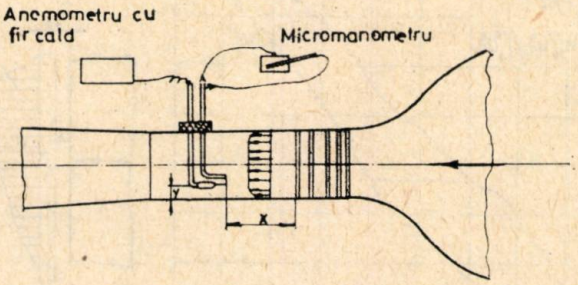
— montarea unui perturbator cu palete oscilante capabil a produce o variaţie, în timp, periodică a curgerii medii.

Pentru curgerea din jetul de ieşire, perturbatorul P_2 oferă posibilitatea montării unui sistem de perturbare cu palete acţionate individual capabil a realiza în jetul de ieşire un profil de viteze dorit.

În cele ce urmează prezentăm unele efecte ale acestor perturbatoare şi sisteme de reglaj : variaţia gradului de turbulenţă, dezvoltarea stratului limită pe pereţi şi profile de viteză în zonele experimantale.

Gradul de turbulenţă (definit cu $Tu = \sqrt{\frac{\widetilde{u'^2}}{U}}$) este pentru structura curgerii un parametru decisiv. Sufleria a oferit următoarele rezultate, indicate în *tabela 1* şi în schema aferentă.

Dacă fără perturbator se obține $Tu = 0{,}37\%$, iar cu grila pasivă și jaluzele la 15° se mărește gradul de turbulență de circa 20 ori ($Tu = 7{,}2\%$), rezultă că gama de turbulență în camera de experiență este destul de largă. De asemenea, în jetul de ieșire, ca efect al perturbatorului P_2 s-a obținut un profil de viteze $U(y)$ și corespunzător un profil de distribuție a turbulenței longitudinale $\widetilde{u'^2}/(\widetilde{u'^2})_{max}$ indicat în diagramă (fig. 8—1,



Tabel 1

Acționare	Perturbator	Punct de măsură x, y mm	Viteza medie U m/s	Grad de turbulență $\sqrt{\widetilde{u'^2}}/U\%$	Uniformitatea de cîmp a gradului de turbulență
4 Ventilatoare	P_0 = fără perturbator	$x = 310$ $y = 140$	19,9	0,37	Omogen
4 Ventilatoare	P_1 = grilă pasivă plană	$x = 310$ $y = 140$	20,0	0,495	Neomogen
4 Ventilatoare + compresor	P_2 = grilă activă cu jeturi	$x = 310$ $y = 140$	20,1	0,55	Neomogen
4 Ventilatoare	P_3 = grilă pasivă și jaluzele la 15°	$x = 310$ $y = 60$	19,8	6,46	Omogen
4 Ventilatoare	P_3 = grilă pasivă și jaluzele (15°)	$x = 310$ $y = 140$	20,4	7,20	Omogen
4 Ventilatoare + compresor	P_4 = grilă activă cu jeturi și jaluzele la 15°	$x = 310$ $y = 230$	17,5	6,01	Omogen

8—2). Distribuțiile $\dfrac{\widetilde{u'^2}}{(\widetilde{u'^2})_{max}}$ și $\dfrac{U}{U_{max}}$ sînt legate între ele printr-o transformare integrală de coordonate [1]; [2].

Dezvoltarea stratului limită pe pereții sufleriei. Pentru a determina zona utilă în camera de experiență ca și prentru a vedea efectul rugozității asupra îngroșării stratului limită s-au efectuat ridicări de profile de viteze pe pereții sufleriei în secțiunile indicate în figura 8(a).

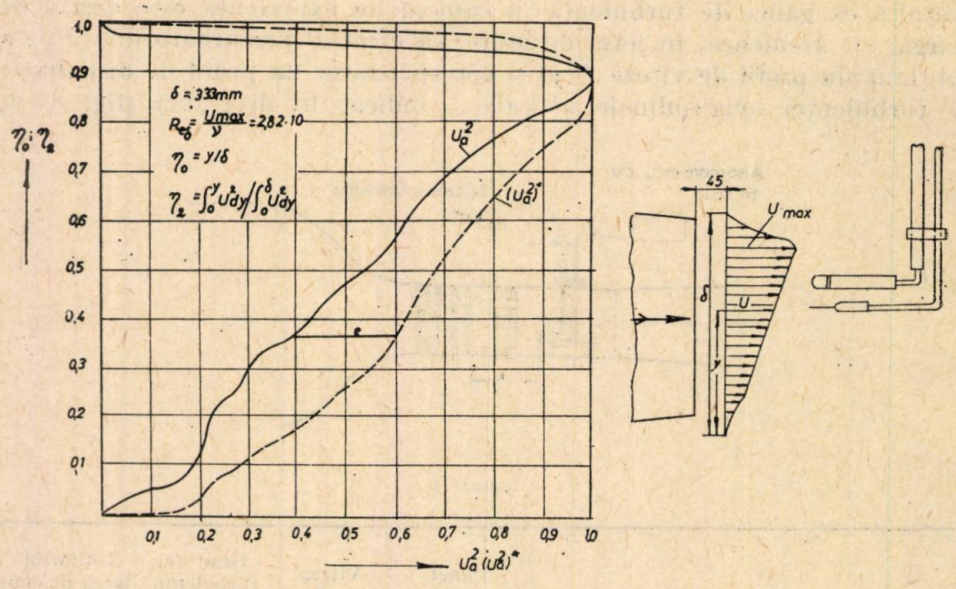

δ = 33mm
$R_{e\delta} = \frac{U_{max}}{\nu} \delta = 2,82 \cdot 10$
$\eta_0 = y/\delta$
$\eta_2 = \int_0^y U^2 dy / \int_0^\delta U^2 dy$
U_a^2
$(U_a^2)^*$
$\eta_0 ; \eta_2$
$U_a^2/(U_a^2)^*$
45
U max
δ
U
y

Fig. 8—1

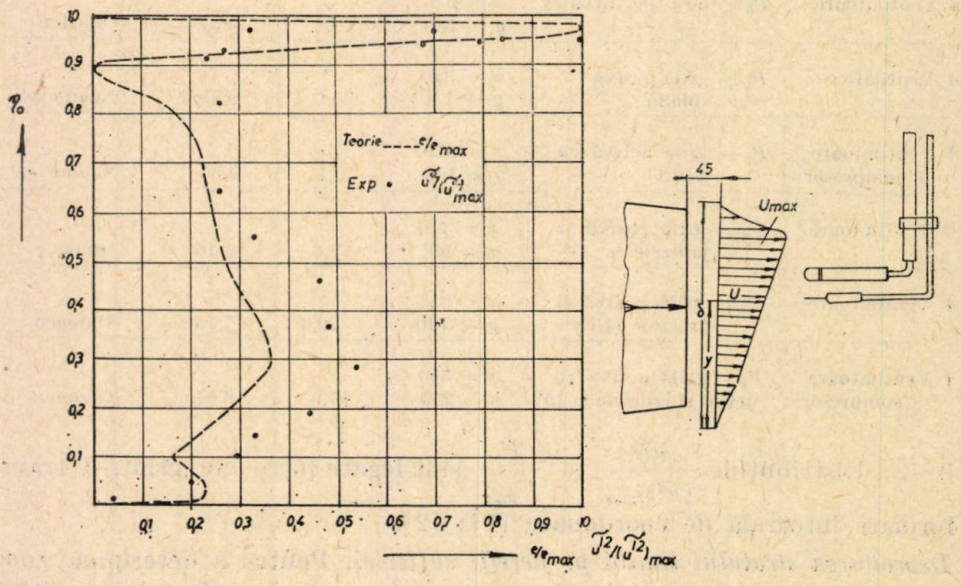

Teorie ____ $\varepsilon/\varepsilon_{max}$
Exp • $\overline{u'^2}/(\overline{u'^2})_{max}$
η_0
$\varepsilon/\varepsilon_{max}$
$\overline{u'^2}/(\overline{u'^2})_{max}$
45
Umax
δ
U
y

Fig. 8—2

Rezultatele experimentale sînt indicate în figura 8(*b*) și corespund condițiilor prezentate în *tabelul 2*.

Tabelul 2

Secțiunea de măsură	Rugozitate	Viteza exterioară (condiții de funcționare a sufleriei)	Numărul Reynolds $\frac{U_e x}{\nu}$	δ mm teoretic	δ mm exper.
$CE\ x = x_1$	normală	19,8	476 000	9,7	9,75
$CE\ x = x_2$	normală	19,8	1 180 000	20,2	20,4
Difuzor $x = x_3$	normală	13,82	1 650 000	—	45
$CE\ x = x_1$	perturbator p_1 5 mm = Dh	19,8	476 000	9,7	21,8
$CE\ x = x_2$	idem	19,8	1 180 000	20,2	32

Profilele din figurile 8(*b*) și (8*c*) arată modificările importante datorate rugozității, distribuită inițial sub forma ⎍⎍⎍ . Pentru evaluarea teoretică a grosimii se poate aplica formula de la placa plană

$$\frac{\delta}{x} = 0{,}37\ (R_x)^{-1/5},\ \text{unde}\ R_x = \frac{U_e x}{\nu},$$

în care originea lui x în cazul acestei suflerii s-a găsit la $x_0 = 0{,}056$ m în amontele secțiunii de trecere de la colector la porțiunea dreaptă a zonei perturbatoarelor P_1 (fig. 8(*a*)). Prezența rugozităților ⎍⎍⎍⎍ din

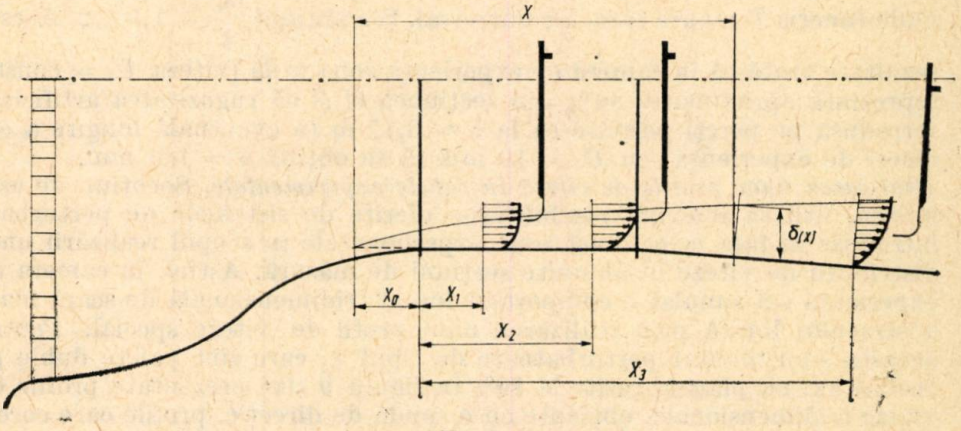


Fig. 8a

zona P_1 (rugozitate obţinută prin deplasarea ramelor în locaşul lor cu $\Delta y = 5$ mm) îngroaşă stratul limită conform formulei

$$\frac{\delta_r}{\delta} = F\left(\frac{\Delta y\, U_e}{\nu}\right)$$

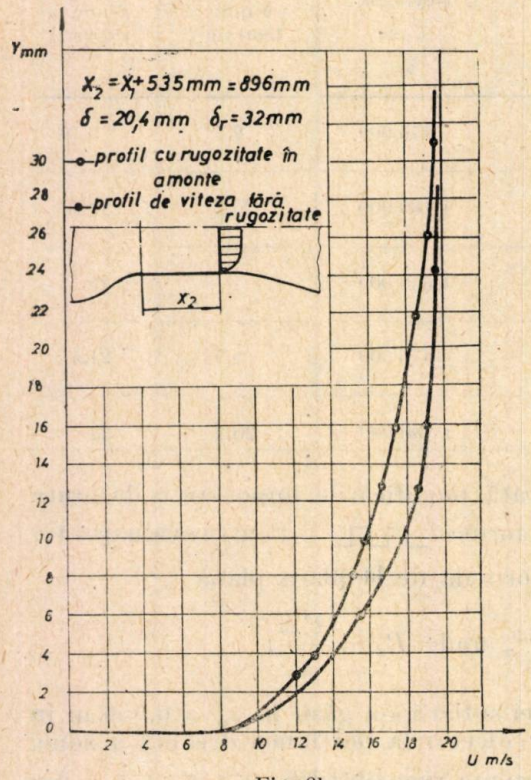


Fig. 8b

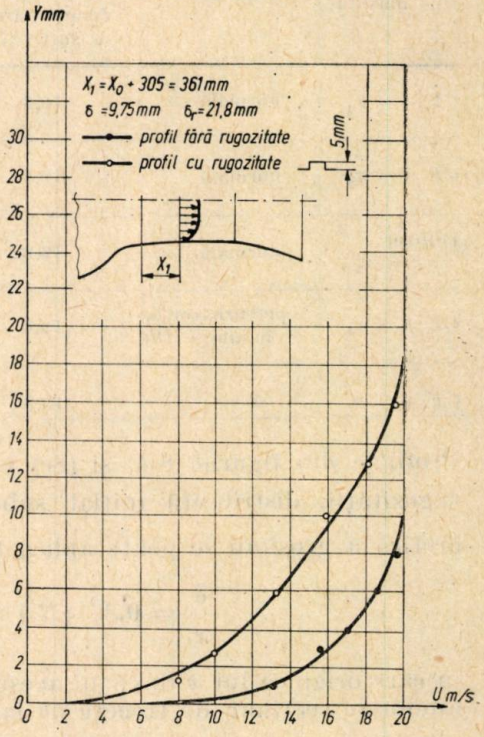


Fig. 8c

unde funcţia F nu are caracter universal. S-a obţinut $\frac{\delta_r}{\delta} = 1{,}5 - 2$. Aceste rezultate arată că în camera de experienţă zona utilă (viteza $U_e = \text{const.}$) reprezintă aproximativ 80% din secţiunea ei şi că rugozitatea artificială introdusă pe pereţi permite ca la $x = 3{,}17$ m (o eventuală lungire a camerei de experienţă) cu $U_e = 10$ m/s să se obţină $\delta = 100$ mm.

Realizarea unor profile de viteză în zonele experimentale. Socotim, de asemenea, util să indicăm posibilităţile oferite de sistemele de perturbare introduse în faţa celor două zone experimentale în scopul realizării unor distribuţii de viteze în anumite secţiuni de măsură. Astfel, în camera de experienţă s-a simulat o comportare locală tridimensională de scară mare a stratului limită prin realizarea unui profil de viteze special. Pentru aceasta s-au montat perturbatoare de tipul Δ, care sînt palete duble pe acelaşi ax, cu planele rotite la 90°. În figură 9 sînt prezentate profile de viteze tridimensionale, obţinute cu o sondă de direcţie, profile care corespund paletelor.

Ele pot servi pentru studiul structurii fluctuațiilor sub efectul tridimensionalității.

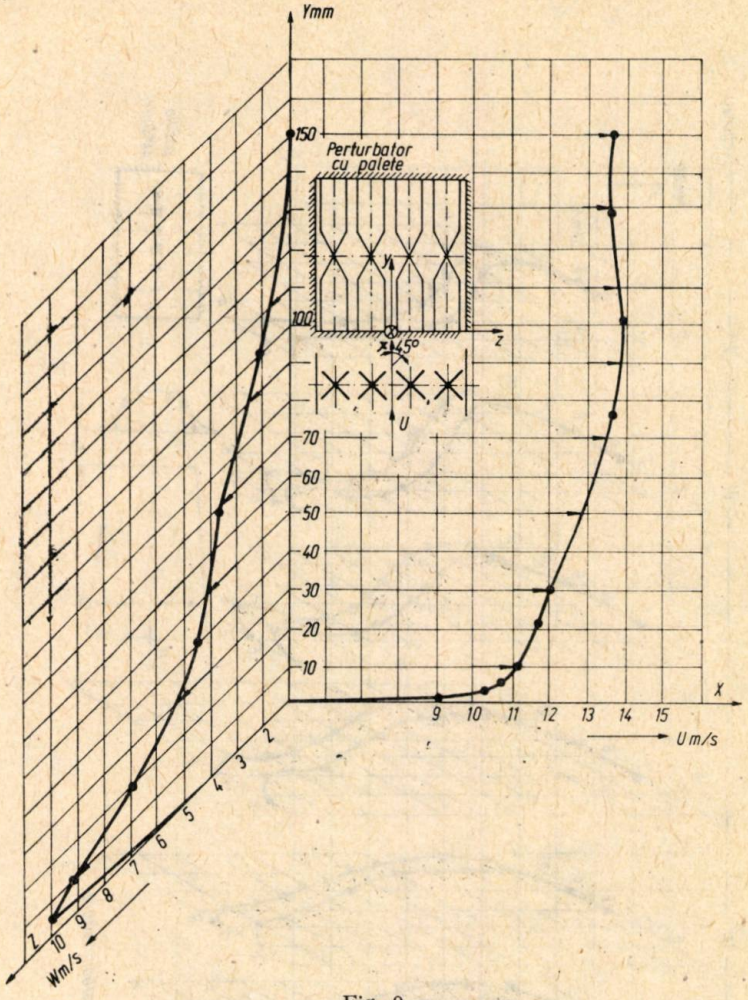


Fig. 9

De asemenea, în jetul de ieșire, ca efect al perturbatorului P_2, este posibilă obținerea unei distribuții dorite a vitezei aproximativ pe 80% din lărgimea jetului. În figura 10 sînt prezentate o serie de profile de viteză determinate în șapte secțiuni ale gurii de ieșire, la $x_j = 20$ mm, cu și fără aerodinamizarea intrării în ventilatoare.

Toate aceste perturbatoare pot servi la simularea unor curgeri în straturi groase în care profilul de viteză joacă un rol dominant, ca de exemplu în stratul limită atmosferic. În sfîrșit, menționăm și posibilitatea obținerii unei curgeri cu caracter oscilant $f = (2 \div 5)$ Hz în camera de experiență și în jetul de ieșire, prin utilizarea unor palete oscilante ca perturbator P_1. Mișcarea oscilatorie a paletelor se realizează prin adaptarea unui dispozitiv compus dintr-un motor, cu reductor și transmisie la axul paletelor de tip camă-tachet. Schema cinematică este dată în figura 11.

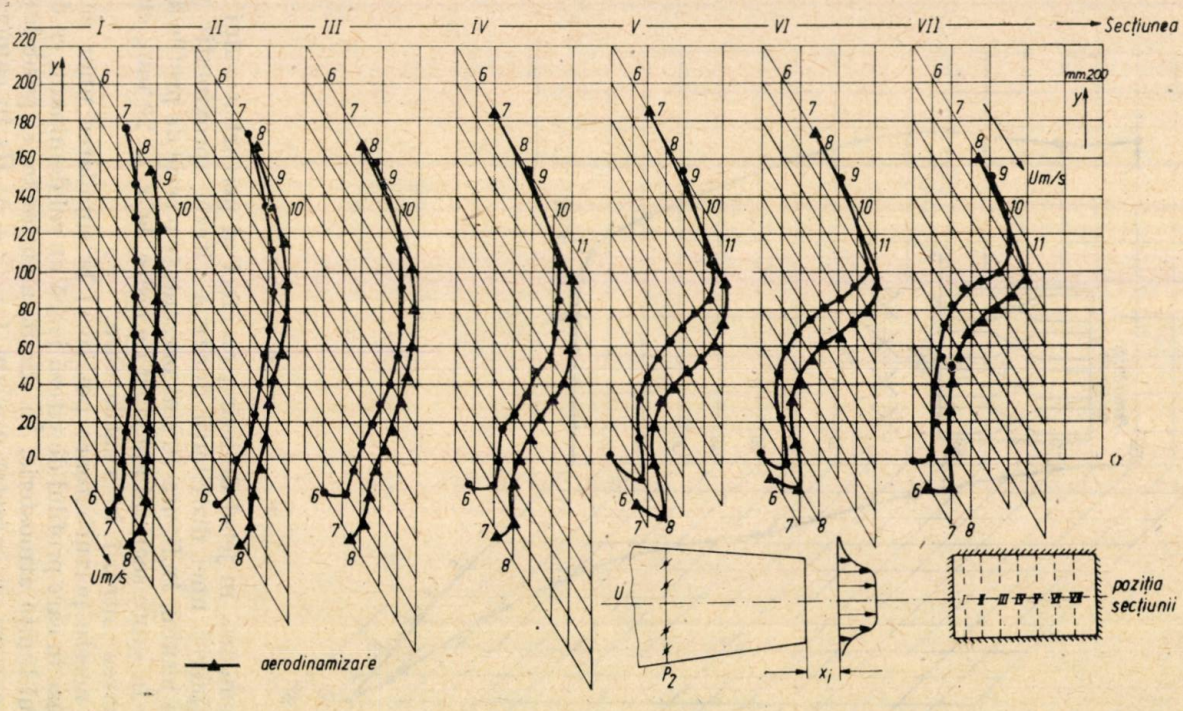

I
II
III
IV
V
VI
VII
Secțiunea
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
y
mm200
Um/s
aerodinamizare
U
P_2
x_i
poziția secțiunii

Fig. 10

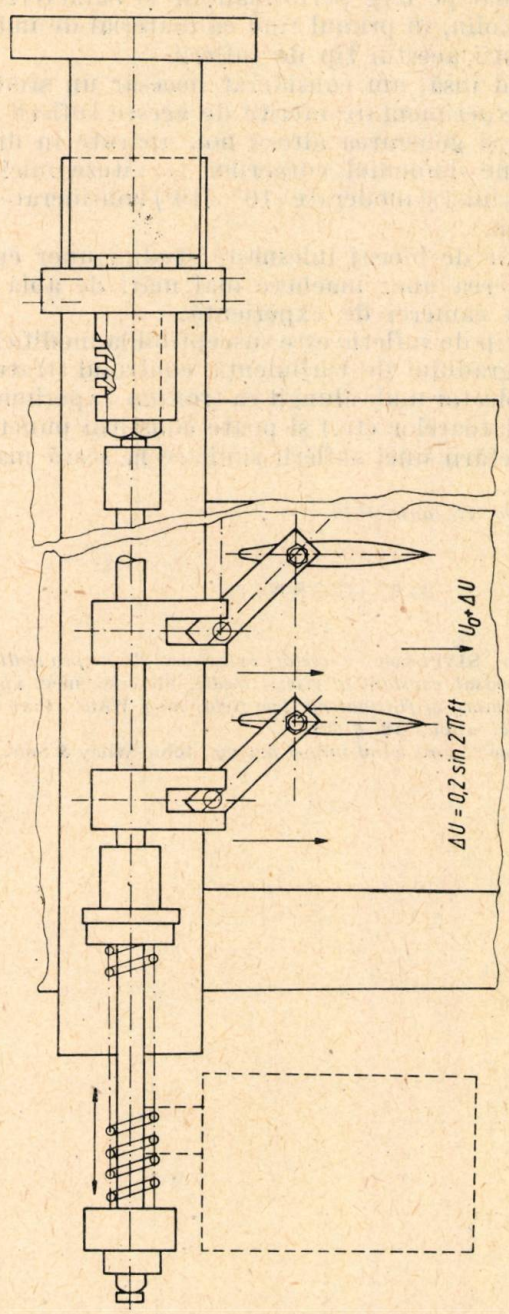


Fig. 11

5. CONCLUZII

Am prezentat mai pe larg performanțele și caracteristicile tehnice ale sufleriilor de tip Eolin, în primul rînd ca material de îndrumare științifică pentru utilizatorii acestui tip de suflerii.

În al doilea rînd însă, am considerat necesar un studiu sistematic al posibilităților de experimentare oferite de aceste suflerii pentru rezolvarea unor probleme și generarea altora noi, apărute în diverse laboratoare. Ele acoperă bine domeniul curgerilor la viteze mici (2—20 m/s) și la numere Reynolds mici și moderate (10^3—10^4) considerate cu o lungime de referință de 90 mm.

Apariția efectelor de blocaj înlesnește studiul unor curgeri interne speciale sau introducerea unor machete mai mari de abia la obturarea a 50% din secțiunea camerei de experiență.

În sfîrșit, acest tip de suflerie este susceptibil la modificări cu scopuri speciale (micșorarea gradului de turbulență, controlul stratului limită pe pereți, crearea unui colector mult alungit ca tronson experimental, insonorizarea camerei ventilatoarelor etc.) și poate constitui punctul de plecare al concepției și proiectării unei suflerii similare la scară mare.

Primită la redacție la 22 iunie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. V. Toma, C. Cristea, St. Săvulescu, *Cercetări experimentale asupra realizării unui jet cu gradient transversal constant al vitezei medii*, St. cerc. mec. apl., **34**, 2 (1975).
2. St. N. Săvulescu, *The theory of fluctuating flow fields near Walls*, Part. II, Rev. roum, sci. techn.-Méc. appl., **18**, 6 (1973).
3. A. Pope. J. Harper, *Low- Speed wind tunnel testing*, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1966).

REGIMUL INFILTRAȚIILOR ÎNTR-O INCINTĂ PROTEJATĂ ÎN CAZUL UNUI MEDIU ANIZOTROP

I. SETEANU

Institutul Politehnic București

În lucrare se prezintă un procedeu de analiză a regimului infiltrațiilor într-o incintă protejată printr-un perete de palplanșe, într-un mediu omogen anizotrop. Se indică un procedeu de căutare a parametrilor prin optimizarea necondiționată (Hooke și Jeeves), folosind calculatorul electronic.

1. INTRODUCERE

Regimul infiltrației apei subterane într-o incintă protejată printr-un perete de palplanșe prezintă o importanță deosebită pentru alegerea corectă a parametrilor pompelor care asigură epuismentul zonei protejate în timpul săpăturilor. Problema curgerii pentru o zonă mărginită de palplanșe verticale într-un mediu izotrop a fost analizată de către R. Rao și V. Rao [1]. În cazul mediilor poroase anizotrope, se transformă domeniul anizotrop de curgere într-un domeniu izotrop fictiv printr-o transformare liniară de coordonate [2]. O palplanșă verticală într-un mediu anizotrop devine înclinată în domeniul izotrop transformat. Curgerea în jurul unei palplanșe înclinate a fost analizată de către A. S. Reddy, G. C. Mishra și K. Seetharamiah [3]. În lucrarea de față se analizează regimul infiltrațiilor într-o incintă protejată prin palplanșe verticale într-un mediu omogen anizotrop, echivalent cu un domeniu fictiv izotrop cu palpanșe înclinate, pentru diferite unghiuri de înclinare ale acestora.

2. ECUAȚIILE INFILTRAȚIEI

În figura 1 se reprezintă domeniul fictiv mărginit de palplanșele înclinate în planul $z = x + iy$. Coordonata verticală y coincide cu cea fizică, iar coordonata orizontală se obține prin amplificarea cu $\sqrt{\frac{k_y}{k_x}}$ a dimensiunilor fizice. În figura 1, d reprezintă adîncimea incintei, h este cota fundului incintei sub nivelul apei subterane, conturul AF este fron-

tiera de separaţie între domeniul de curgere şi un mediu anizotrop, $T + s$ este grosimea stratului permeabil. Aplicînd principiul simetriei, se poate restrînge analiza regimului de infiltraţie la o jumătate din incintă, b reprezentînd jumătate din lăţimea transformată a incintei.

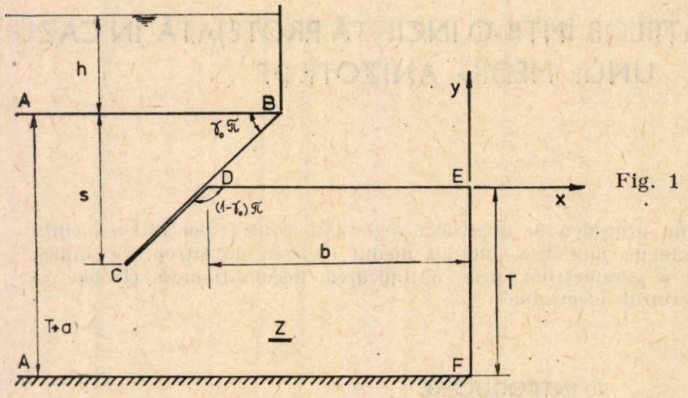
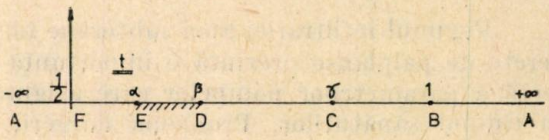


Fig. 1

Fig. 2



Se reprezintă conform, cu ajutorul transformării Schwarz-Christoffel, domeniul de curgere $ABCDEFA$ pe semiplanul superior al planului t, corespondenţa punctelor nodale fiind indicată în figura 2.

Funcţia de transformare conformă se scrie

$$Z = M \int_{\alpha}^{t} \frac{(t-\gamma)\,(t-\beta)^{-\gamma_0}(t-1)^{\gamma_0-1}}{\sqrt{t(t-\alpha)}}\,dt + N \tag{1}$$

unde $\gamma_0\pi$ este unghiul de înclinare al palplanşei faţă de planul orizontal. Din corespondenţa punctelor E se obţine $z = 0$ pentru $t = \alpha$, adică $N = 0$. Pentru $t = 1$ se obţine din relaţia (1) egalitatea

$$Z_B = -b + d \cdot \operatorname{ctg} \gamma_0\pi + id \tag{2}$$

iar din corespondenţa punctelor D, C şi F rezultă

$$\begin{aligned} Z_D &= -\beta \quad \text{pentru} \quad t = \beta \\ Z_C &= -b - (s-d)\operatorname{ctg}\gamma_0\pi - i(s-d) \quad \text{pentru} \quad t = \gamma \\ Z_F &= -iT \quad \text{pentru} \quad t = 0. \end{aligned} \tag{3}$$

După ce se fac înlocuirile corespunzătoare în relația fundamentală (1), se obține un sistem de ecuații din care se pot determina constantele transformării :

$$
\begin{aligned}
b &= M\int_{\alpha}^{\beta}\frac{(t-\gamma)(\beta-t)^{-\gamma_0}(1-t)^{\gamma_0-1}}{\sqrt{t(t-\alpha)}}\,dt = M\ SA\\
s-d &= M\sin\gamma_0\pi\int_{\beta}^{\gamma}\frac{(t-\gamma)(t-\beta)^{-\gamma_0}(1-t)^{\gamma_0-1}}{\sqrt{t(t-\alpha)}}\,dt = M\cdot SB\\
-S &= M\sin\gamma_0\pi\int_{\gamma}^{1}\frac{(t-\gamma)(t-\beta)^{-\gamma_0}(1-t)^{\gamma_0-1}}{\sqrt{t(t-\alpha)}}\,dt = M\cdot SC\\
-T &= M\int_{\alpha}^{0}\frac{(t-\gamma)(\beta-t)^{-\gamma_0}(1-t)^{\gamma_0-1}}{\sqrt{t(\alpha-t)}}\,dt = M\cdot SD
\end{aligned}
\tag{4}
$$

notîndu-se prin SA, SB, SC, SD integralele corespunzătoare. De aici rezultă că (pentru $T = 1$)

$$
\begin{aligned}
s &= \frac{SC}{SD}\\
b &= -\frac{SA}{SD}\\
d &= s+\frac{SB}{SD}\,.
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Pentru calculul integralelor este comod să se introducă următoarele notații :

$$
\begin{aligned}
f_1(t) &= \frac{(t-\gamma)(\beta-t)^{-\gamma_0}(1-t)^{\gamma_0-1}}{\sqrt{t}}\\
f_2(t) &= \frac{(t-\gamma)(1-t)^{\gamma_0-1}}{\sqrt{t(t-\alpha)}}\\
f(t) &= \frac{(t-\gamma)(1-t)^{\gamma_0-1}}{\sqrt{t(t-\alpha)}}\\
g(t) &= \frac{(t-\gamma)(t-\beta)^{-\gamma_0}}{\sqrt{t(t-\alpha)}}\\
f_3(t) &= \frac{(t-\gamma)(\beta-t)^{-\gamma_0}(1-t)^{\gamma_0-1}}{\sqrt{\alpha-t}}\\
f_4(t) &= \frac{(t-\gamma)(\beta-t)^{-\gamma_0}(1-t)^{\gamma_0-1}}{\sqrt{t}}
\end{aligned}
\tag{6}
$$

cu ajutorul căreia se obţine după schimbări de variabile evidente

$$SA = \sqrt{\frac{\beta-\alpha}{2}}\int_0^1 \theta^{-1/2} f_1\left(\alpha+\theta\cdot\frac{\beta-\alpha}{2}\right)\mathrm{d}\theta + \\ + \left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right)^{1-\gamma_0}\int_0^1 \theta^{-\gamma_0}\cdot f_2\left(\beta-\theta\cdot\frac{\beta-\alpha}{2}\right)\mathrm{d}\theta$$

$$\frac{SB}{\sin\gamma_0\pi} = (\gamma-\beta)^{1-\gamma_0}\int_0^1 \theta^{-\gamma_0}\cdot f[\beta+\theta\cdot(\gamma-\beta))]\,\mathrm{d}\theta$$

$$\frac{SC}{\sin\gamma_0\pi} = (1-\gamma)^{\gamma_0}\int_0^1 \theta^{\gamma_0-1}\cdot g[1-\theta\cdot(1-\gamma)]\,\mathrm{d}\theta \qquad (7)$$

$$SD = -\sqrt{\frac{\alpha}{2}}\int_0^1 \theta^{-\frac{1}{2}}\cdot f_3\left(\frac{\alpha}{2}\cdot\theta\right)\mathrm{d}\theta - \sqrt{\frac{\alpha}{2}}\int_0^1 \theta^{-\frac{1}{2}}\cdot f_4\left(\alpha-\frac{\alpha}{2}\cdot\theta\right)\mathrm{d}\theta.$$

Funcţiile (6) sînt continue în intervalele de integrare corespunzătoare, dar integranzii în formulele (7) au singularităţi integrabile. Pentru calculul numeric al acestor integrale s-a folosit procedeul de calcul al lui Gauss corectat pentru cazul singularităţilor integrabile [4]. Valorile acestor integrale în funcţie de parametrii α, β, γ sînt indicate în tabela 1.

Potenţialul complex al curgerii apei subterane este definit prin relaţia

$$W = \varphi + \mathrm{i}\cdot\psi \qquad (8)$$

în care ψ este funcţia de curent, iar φ este potenţialul de viteză definit prin relaţia lui Darcy

$$\varphi = -k\left(\frac{p}{\gamma}+y\right) + \text{const.} \qquad (9)$$

unde prin p s-a notat presiunea statică, k este coeficientul de permeabilitate, iar γ este greutatea specifică a apei. Domeniul de curgere în planul potenţialului complex w (fig. 3) este mărginit de două linii de curent (BCD şi AF) şi două linii echipotenţiale (AB şi DEF) normale pe liniile de curent locale. Soluţia problemei de curgere se obţine prin reprezentarea conformă a acestui domeniu poligonal pe semiplanul din figura 2. Funcţia de transformare este dată de formula lui Schwarz-Christoffel corespunzătoare

$$w = M'\int_{-\infty}^{t}\frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{(-t)(\beta-t)(1-t)}} + N' \qquad (10)$$

cu $N' = -kh - iq$ datorită condiţiei în A.

Tabela 1

ALFA = 0,1 — GAMA

BETA		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,1	*b*	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	s	4,859	0,923	0,420	0,234	0,141	0,087	0,052	0,029	0,012
	d	4,859	−0,543	−0,724	−0,720	−0,688	−0,653	−0,621	−0,592	−0,568
0,2	*b*	—	0,341	0,534	0,615	0,660	0,689	0,708	0,723	0,734
	s	—	1,685	0,782	0,440	0,266	0,164	0,099	0,055	0,023
	d	—	1,685	0,441	−0,001	−0,211	−0,327	−0,397	−0,442	−0,475
0,3	*b*	—	—	0,520	0,666	0,747	0,799	0,834	0,860	0,880
	s	—	—	0,987	0,547	0,329	0,203	0,122	0,067	0,028
	d	—	—	0,987	0,355	0,046	−0,131	−0,243	−0,320	−0,376
0,4	*b*	—	—	—	0,644	0,766	0,843	0,896	0,935	0,965
	s	—	—	—	0,658	0,389	0,238	0,142	0,078	0,033
	d	—	—	—	0,658	0,255	0,024	−0,124	0,226	−0,304
0,5	*b*	—	—	—	—	0,744	0,850	0,924	0,977	1,019
	s	—	—	—	—	0,461	0,277	0,164	0,090	0,038
	d	—	—	—	—	0,461	0,170	−0,015	−0,143	−0,241
0,6	*b*	—	—	—	—	—	0,829	0,927	0,998	1,053
	s	—	—	—	—	—	0,327	0,190	0,103	0,043
	d	—	—	—	—	—	0,327	0,097	−0,061	−0,181
0,7	*b*	—	—	—	—	—	—	0,907	1,000	1,072
	s	—	—	—	—	—	—	0,229	0,120	0,050
	d	—	—	—	—	—	—	0,229	0,030	−0,117
0,8	*b*	—	—	—	—	—	—	—	0,982	1,076
	s	—	—	—	—	—	—	—	0,150	0,059
	d	—	—	—	—	—	—	—	0,150	−0,040
0,9	*b*	—	—	—	—	—	—	—	—	1,059
	s	—	—	—	—	—	—	—	—	0,082
	d	—	—	—	—	—	—	—	—	0,082

Tabela 2

ALFA = 0,2		—	GAMA							
BETA		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,2	*b*	—	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	s	—	2,707	0,803	0,391	0,220	0,130	0,076	0,041	0,017
	d	—	2,707	−0,291	−0,558	−0,615	−0,621	−0,611	−0,598	−0,584
0,3	*b*	—	—	0,219	0,382	0,462	0,508	0,539	0,561	0,578
	s	—	—	1,248	0,625	0,357	0,213	0,125	0,068	0,028
	d	—	—	1,248	0,352	−0,018	−0,208	−0,320	−0,391	−0,442
0,4	*b*	—	—	—	0,366	0,499	0,578	0,630	0,667	0,695
	s	—	—	—	0,774	0,435	0,258	0,151	0,082	0,034
	d	—	—	—	0,774	0,267	0,001	−0,160	−0,266	−0,344
0,5	*b*	—	—	—	—	0,478	0,592	0,668	0,722	0,763
	s	—	—	—	—	0,522	0,304	0,177	0,095	0,039
	d	—	—	—	—	0,522	0,179	−0,028	−0,166	−0,268
0,6	*b*	—	—	—	—	—	0,571	0,675	0,749	0,804
	s	—	—	—	—	—	0,363	0,206	0,110	0,045
	d	—	—	—	—	—	0,363	0,101	−0,072	−0,199
0,7	*b*	—	—	—	—	—	—	0,655	0,753	0,827
	s	—	—	—	—	—	—	0,249	0,129	0,053
	d	—	—	—	—	—	—	0,249	0,030	−0,128
0,8	*b*	—	—	—	—	—	—	—	0,734	0,833
	s	—	—	—	—	—	—	—	0,162	0,063
	d	—	—	—	—	—	—	—	0,162	−0,044
0,9	*b*	—	—	—	—	—	—	—	—	0,815
	s	—	—	—	—	—	—	—	—	0,087
	d	—	—	—	—	—	—	—	—	0,087

Tabela 3

ALFA = 0,3		GAMA								
BETA		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,3	*b*	—	—	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	s	—	—	1,859	0,665	0,334	0,185	0,104	0,055	0,022
	d	—	—	1,859	−0,231	−0,499	−0,575	−0,597	−0,600	−0,597
0,4	*b*	—	—	—	0,167	0,312	0,389	0,436	0,469	0,492
	s	—	—	—	0,963	0,497	0,281	0,159	0,084	0,034
	d	—	—	—	0,963	0,260	−0,057	−0,231	−0,338	−0,412
0,5	*b*	—	—	—	—	0,295	0,420	0,497	0,550	0,589
	s	—	—	—	—	0,611	0,340	0,192	0,101	0,041
	d	—	—	—	—	0,611	0,185	−0,053	−0,203	−0,308
0,6	*b*	—	—	—	—	—	0,399	0,510	0,587	0,642
	s	—	—	—	—	—	0,410	0,227	0,118	0,048
	d	—	—	—	—	—	0,410	0,104	−0,088	−0,225
0,7	*b*	—	—	—	—	—	—	0,490	0,594	0,671
	s	—	—	—	—	—	—	0,276	0,140	0,056
	d	—	—	—	—	—	—	0,276	0,029	−0,143
0,8	*b*	—	—	—	—	—	—	—	0,575	0,679
	s	—	—	—	—	—	—	—	0,176	0,068
	d	—	—	—	—	—	—	—	0,176	−0,050
0,9	*b*	—	—	—	—	—	—	—	—	0,661
	s	—	—	—	—	—	—	—	—	0,094
	d	—	—	—	—	—	—	—	—	0,094

Tabela 4

ALFA = 0,4		GAMA								
BETA		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,4	*b*	—	—	—	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	s	—	—	—	1,386	0,541	0,271	0,144	0,073	0,029
	d	—	—	—	1,386	−0,240	−0,491	−0,572	−0,601	−0,613
0,5	*b*	—	—	—	—	0,139	0,273	0,348	0,397	0,430
	s	—	—	—	—	0,756	0,388	0,210	0,107	0,043
	d	—	—	—	—	0,756	0,172	−0,110	−0,272	−0,379
0,6	*b*	—	—	—	—	—	0,256	0,376	0,454	0,508
	s	—	—	—	—	—	0,480	0,254	0,129	0,051
	d	—	—	—	—	—	0,480	0,103	−0,116	−0,263
0,7	*b*	—	—	—	—	—	—	0,357	0,468	0,547
	s	—	—	—	—	—	—	0,313	0,154	0,061
	d	—	—	—	—	—	—	0,313	0,026	−0,165
0,8	*b*	—	—	—	—	—	—	—	0,449	0,559
	s	—	—	—	—	—	—	—	0,196	0,074
	d	—	—	—	—	—	—	—	0,196	−0,057
0,9	*b*	—	—	—	—	—	—	—	—	0,541
	s	—	—	—	—	—	—	—	—	0,103
	d	—	—	—	—	—	—	—	—	0,103

Tabela 5

ALFA=0,5		GAMA								
BETA		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,5	*b*	—	—	—	—	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	s	—	—	—	—	1,077	0,431	0,207	0,099	0,038
	d	—	—	—	—	1,077	−0,283	−0,515	−0,597	−0,632
0,6	*b*	—	—	—	—	—	0,124	0,251	0,327	0,376
	s	—	—	—	—	—	0,594	0,292	0,142	0,055
	d	—	—	—	—	—	0,594	0,083	−0,177	−0,335
0,7	*b*	—	—	—	—	—	—	0,236	0,356	0,435
	s	—	—	—	—	—	—	0,367	0,174	0,066
	d	—	—	—	—	—	—	0,367	0,017	−0,199
0,8	*b*	—	—	—	—	—	—	—	0,337	0,454
	s	—	—	—	—	—	—	—	0,222	0,082
	d	—	—	—	—	—	—	—	0,222	−0,069
0,9	*b*	—	—	—	—	—	—	—	—	0,436
	s	—	—	—	—	—	—	—	—	0,115
	d	—	—	—	—	—	—	—	—	0,115

Tabela 6

ALFA=0,6		GAMA								
BETA		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,6	*b*	—	—	—	—	—	0,000	0,000	0,000	0,000
	s	—	—	—	—	—	0,852	0,329	0,143	0,051
	d	—	—	—	—	—	0,852	−0,353	−0,570	−0,652
0,7	*b*	—	—	—	—	—	—	0,117	0,244	0,321
	s	—	—	—	—	—	—	0,457	0,201	0,073
	d	—	—	—	—	—	—	0,457	−0,014	−0,267
0,8	*b*	—	—	—	—	—	—	—	0,229	0,355
	s	—	—	—	—	—	—	—	0,263	0,092
	d	—	—	—	—	—	—	—	0,263	−0,089
0,9	*b*	—	—	—	—	—	—	—	—	0,339
	s	—	—	—	—	—	—	—	—	0,131
	d	—	—	—	—	—	—	—	—	0,131

Tabela 7

ALFA=0,7		GAMA								
BETA		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,7	*b*	—	—	—	—	—	—	0,000	0,000	0,000
	s	—	—	—	—	—	—	0,676	0,232	0,075
	d	—	—	—	—	—	—	0,676	−0,458	−0,666
0,8	*b*	—	—	—	—	—	—	—	0,118	0,252
	s	—	—	—	—	—	—	—	0,333	0,109
	d	—	—	—	—	—	—	—	0,333	−0,137
0,9	*b*	—	—	—	—	—	—	—	—	0,240
	s	—	—	—	—	—	—	—	—	0,157
	d	—	—	—	—	—	—	—	—	0,157

Tabela 8

ALFA=0,8		GAMA								
BETA		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,8	*b*	—	—	—	—	—	—	—	0,000	0,000
	s	—	—	—	—	—	—	—	0,526	0,129
	d	—	—	—	—	—	—	—	0,526	−0,631
0,9	*b*	—	—	—	—	—	—	—	—	0,132
	s	—	—	—	—	—	—	—	—	0,206
	d	—	—	—	—	—	—	—	—	0,206

Tabela 9

ALFA=0,9		GAMA								
BETA		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,9	*b*	—	—	—	—	—	—	—	—	0,000
	s	—	—	—	—	—	—	—	—	0,383
	d	—	—	—	—	—	—	—	—	0,383

Condiția în F este echivalentă cu egalitatea $(t = 0,\ w = -\mathrm{i}q)$

$$M' = \frac{kh}{2F\left(\frac{\pi}{2},\ \sqrt{1-\beta}\right)} \tag{11}$$

unde $F\left(\frac{\pi}{2}, \xi\right)$ este o integrală eliptică completă de ordinul 1

$$F\left(\frac{\pi}{2}, \xi\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{d}\theta}{\sqrt{1 - \xi^2 \sin\theta}}.$$

Condiția în $D(t = \beta,\ w = 0)$ se scrie

$$q = M' \cdot \int_0^{\beta} \frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{t(\beta - t)(1 - t)}}$$

din care se obține

$$q = \frac{kh\, F\left(\frac{\pi}{2}, \beta\right)}{F\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{1 - \beta}\right)} \qquad (12)$$

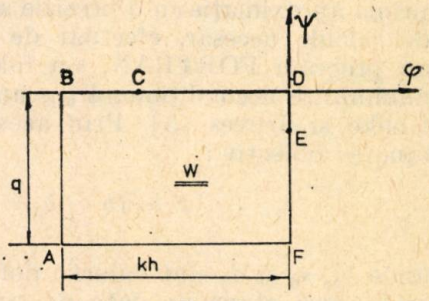


Fig. 3

Debitul pe metru liniar calculat cu formula (12) servește la alegerea pompelor de epuisment necesare pentru a asigura lucrul în incintă pe fund uscat.

Gradientul de ieșire I este definit prin egalitatea

$$I = \frac{\mathrm{i}}{k} \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathrm{i}}{k} \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t} \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}z} = \qquad (13)$$

$$= \frac{M'}{M \cdot k} \frac{\sqrt{t - \alpha}}{(t - \gamma)(\beta - t)^{-\gamma_0}(1 - t)^{\gamma_0 - 1}\sqrt{(\beta - t)(1 - t)}} =$$

$$= \frac{M'}{M \cdot k} \frac{\sqrt{t - \alpha}}{t - \gamma} \left(\frac{\beta - t}{1 - t}\right)^{\gamma_0 - \frac{1}{2}}.$$

Valoarea maximă a gradientului pe fundul incintei (t real) se obține în punctul t_0 din condiția

$$(\ln I)'_0 = \frac{1}{2(t_0 - \alpha)} - \frac{1}{t_0 - \gamma} - \left(\gamma_0 - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{\beta - t_0} - \frac{1}{1 - t_0}\right) = 0. \qquad (14)$$

Mărimea gradientului de ieșire pe fundul incintei se scrie

$$I = \frac{h}{M} \frac{1}{2F\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{1 - \beta}\right)} \frac{\sqrt{t - \alpha}}{t - \gamma} \left(\frac{\beta - t}{1 - t}\right)^{\gamma_0 - \frac{1}{2}}. \qquad (15)$$

3. PROCEDEUL DE OPTIMIZARE NECONDIȚIONATĂ ȘI REZULTATE NUMERICE

Determinarea parametrilor α, β, γ prin rezolvarea sistemului de ecuații (4)—(5) pentru valori cunoscute ale parametrilor b, s și d constituie o problemă deosebit de dificilă care se poate soluționa numai prin încercări succesive. Tabela 1 este deosebit de utilă pentru a se putea alege prima aproximație cu o precizie satisfăcătoare. Pentru a se reduce volumul de calcule necesar, efectuat de către un calculator FELIX C—256 cu un program FORTRAN, s-a folosit un procedeu discret de optimizare-minimizare necondiționată („search pattern technique") elaborat de către Hooke și Jeeves [5]. Prin acest procedeu se minimizează următoarea funcție obiectiv:

$$F = (b - b_0)^2 + (s - s_0)^2 + (d - d_0)^2 \tag{16}$$

unde b_0, s_0 și d_0 sînt valorile dorite, iar b, s și d sînt valorile corespunzătoare unei etape de date de aproximare.

Într-o formă simplificată, algoritmul de programare este [6]:

```
    981 K = 1
C       FAZA DE EXPLORARE
    982 LOC = 0
        DO 985 I = 1, NL
        X1 (I) = X2(I) + DELTA
        X1 → SIMPLEX → EN1
        IF(EN1 — EN2) 983, 983, 986
    983 X1 (I) = X2(I) — DELTA
        X1 → SIMPLEX → EN1
        IF(EN1 — EN2) 984, 984, 986
    984 X1(I) — X2(I)
        GO TO 985
    986 LOC = 1
        EN2 = EN1
    985 CONTINUE
C       TEST DE OPTIMIZARE
        IF(LOC) 988, 988, 991
C       FAZA DE EXTRAPOLARE
    991 DO 987 I = 1, NL
        X(I) = X(I)
    987 X2(I) = X1(I) + (X1(I) — X2(I))
        EN = EN2
        K = 2
        GO TO 982
```

```
C     MICȘORAREA PASULUI DE EXPLORARE
  988 IF(DELTA. LE. DMIN) STOP
      DELTA = DELTA/2.
      IF(K - 1) 982, 982, 989
  989 DO 990 I = 1, NL
  990 X2(I) = X(I)
      EN2 = EN
      GO TO 981
```

Este evident că minimul teoretic al funcției F este egal cu zero, valoarea sa la sfîrșitul programului de minimizare constituind un criteriu de eficiență și fiind direct legată de timpul de calcul necesar.

Exemplu: S-au ales următoarele valori inițiale (interpolînd în tabela 1);

$$\alpha = 0{,}15\,;\quad \beta = 0{,}60\,;\quad \gamma = 0{,}65$$

căutîndu-se mărimile corespunzătoare următorilor parametri fizici:

$$b = 0{,}84\,;\quad s = 0{,}2\,;\quad d = 0{,}1.$$

Cu $F_0 = 0{,}06043$ s-au obținut următoarele rezultate:

$$\alpha_0 = 0{,}11875\,;\quad \beta_0 = 0{,}54570\,;\quad \gamma_0 = 0{,}66387$$

pentru care parametrii fizici sînt:

$$b = 0{,}83996\,;\quad s = 0{,}21641\,;\quad d = 0{,}10009.$$

Debitul în incintă pe metru liniar este:

$$\frac{q}{kh} = 0{,}94245$$

iar gradientul la ieșire în puncte echidistante în planul t în zona fundului incintei este:

$\frac{M}{h}$ I= 1,732; 1,142; 0,827; 0,625; 0,482; 0,373; 0,284; 0,207; 0,132; 0,000.

Pornind de la valorile inițiale:

$$\alpha = 0{,}15\,;\quad \beta = 0{,}60\,;\quad \gamma = 0{,}65$$

s-a obținut pentru $F_0 = 0{,}02601$ (mărindu-se precizia de calcul) valorile:

$$\alpha_0 = 0{,}125\,;\quad \beta_0 = 0{,}59375\,;\quad \gamma_0 = 0{,}70000$$

pentru care parametrii fizici sînt :

$$b = 0{,}84870\,;\quad s = 0{,}19214\,;\quad d = 0{,}09054$$

iar debitul în incintă este :

$$\frac{q}{kh} = 0{,}97985 \quad (4\,\%\ \text{diferență})$$

gradientul de ieșire fiind :

$$\frac{M}{h} I = 1{,}874\,;\ 1{,}201\,;\ 0{,}854\,;\ 0{,}638\,;\ 0{,}488\,;\ 0{,}375\,;\ 0{,}285\,;\ 0{,}207\,;\ 0{,}132\,;\ 0{,}000.$$

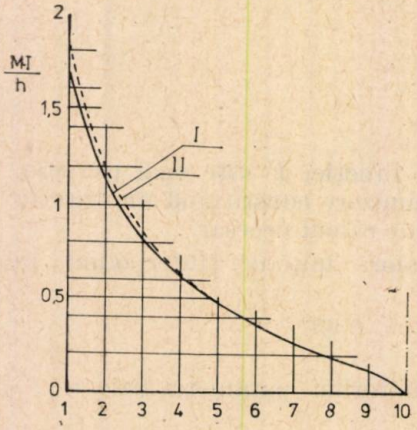


Fig. 4

Variația gradientului de ieșire pe fundul incintei protejată de peretele de palplanșe este reprezentată în figura 4 pentru ambele cazuri. Se constată că gradientul este maxim în vecinătatea palplanșei și că diferența între cele două cazuri nu este importantă.

Primită la redacție la 14 iunie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. B. S. Rao, J. V. Rao, *Seepage into sheet pile cofferdam*, Journal of Hydraulic Division, PASCE, HY9 (1973).
2. G. N. Smith, *Elements of Soil Mechanics*, Chapman Co., London (1970).
3. A. S. Reddy, G. C. Mishra, K. Seetharamiah, *Flow around inclined sheet pile*, Journal of Hydraulic Division, PASCE, HY7 (1971).
4. V. I. Krilov, A. A. Vorobiova, *Tabliți dlia vicislenia integralov ot funcții so stepennimi osobennostiami*, Izd. Nauka i Tehnika, Minsk (1971).
5. J. Kovalik, M. R. Osborne, *Methods for Unconstrained Optimization Problems*, Am. Elsevier Publ. Co., New York (1968).
6. A. Diacon, I. Seteanu, R. Popa, *Model liniar — neliniar de optimizare hidroenergetică pe termen scurt*, Energetica, **XXIV** (1976).

EXPLOATAREA UNUI ZĂCĂMÎNT FISURAT LA PRESIUNI DIFERENȚIALE MARI

T. OROVEANU. AL. D. STAN

Institutul de petrol și gaze Ploiești

Deobicei, la exploatarea unui strat petrolifer, elementele mișcării (viteza de filtrare, căderea de presiune, debitul de extracție) sînt obținuite cu ajutorul binecunoscutei legi a lui Darcy. La numere Reynolds mari, s-a constatat că mișcarea nu mai corespunde acestei legi, iar între viteza de filtrare a fluidului și gradientul de presiune există o relație neliniară [2].

La exploatarea unui zăcămînt fisurat, dependența debitului Q de presiunea diferențială Δp este asemănătoare, cu cea de la un zăcămînt nefisurat și această situație se poate explica prin efectul reducerii permeabilității fisurii echivalente prin care produce sonda la creșterea debitului de extracție. În scopul urmărit de lucrare, s-a analizat, în prima parte a acesteia, mișcarea turbulentă prin fisuri. Experimentele efectuate în laborator pentru determinarea coeficientului de rezistență la mișcarea turbulentă prin fisuri au condus la obținerea unor corelații comparabile cu cele din literatura de specialitate.

1. INTRODUCERE

Este de presupus că la exploatarea unei sonde dintr-un zăcămînt fisurat cea mai mare cantitate de fluid curge prin fisurile existente. Acestea pot fi înlocuite cu o fisură echivalentă din punct de vedere hidrodinamic cu cele din strat. Prin fisură echivalentă, se va înțelege acea fisură în care, la același debit, pierderile de presiune sînt egale cu cele ce au loc în tot sistemul de fisuri. Din acest motiv, se analizează mișcarea turbulentă printr-o asemenea fisură. Se știe [4] că permeabilitatea unei fisuri se calculează cu relația

$$k = \frac{(2w)^2}{12} \tag{1}$$

obținută prin utilizarea soluției ecuațiilor Navier-Stokes pentru mișcarea laminară și permanentă a unui fluid incompresibil între două plane paralele fixe și de lățime infinită. În această mișcare căderea de presiune are expresia

$$p_1 - p_2 = \frac{12\mu U_{\text{med}}}{(2w)^2} l \tag{2}$$

$2w$ fiind distanța dintre plane, l distanța dintre secțiunile între care se măsoară căderea de presiune, U_{med} viteza medie și μ vîscozitatea dinamică a fluidului. Dacă se scrie expresia căderii de presiune sub forma cunoscută

$$p_1 - p_2 = \rho \frac{U_{med}^2}{2} \frac{l}{2w} \lambda \tag{2'}$$

în care ρ este densitatea fluidului iar λ coeficientul de rezistență și se ține seama de expresia lui $k(1)$ rezultă, prin compararea relațiilor (2) și (2'), o nouă expresie pentru permeabilitatea fisurii în regim turbulent k_T, în funcție de valoarea lui k, și anume

$$k_T = k \frac{24}{\mathrm{Re} \cdot \lambda} \tag{3}$$

unde

$$\mathrm{Re} = \frac{U_{med} \cdot 2w}{\nu}$$

este numărul lui Reynolds, ν fiind vîscozitatea cinematică a fluidului. În regim laminar, $\mathrm{Re} \cdot \lambda = 24$ și prin urmare k_T devine egal cu k. În regim turbulent, apare deci necesar să fie stabilită relația dintre Re și λ.

2. RELAȚIILE EXISTENTE DINTRE Re ȘI λ ȘI CELE PROPUSE

Relația dintre numărul lui Reynolds și coeficientul de rezistență λ poate fi obținută fie avînd ca punct de plecare profilul vitezei în mișcare turbulentă fie pe cale experimentală. Pentru a putea compara rezultatele, cu cele existente, am utilizat ambele variante. În prima situație, am ales [5] o parte dintre profilele vitezelor într-o astfel de mișcare, redate în tabela 1 unde am mai introdus și mărimile $(U - U_{max})/U_*$, U_{med}/U_*. Notațiile folosite în acest tabel sînt:

U_* — viteza de frecare definită prin relația

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \tag{4}$$

τ_0 fiind efortul de frecare la perete;

$$U_+ = \frac{U}{U_*} \tag{4'}$$

$$\xi = z \cdot U_*/\nu \tag{4''}$$

unde cu z s-a notat distanța de la perete. De asemenea, în tabela 1 s-a notat cu δ grosimea substratului laminar.

Tabela 1

Autor	Formula	Domeniul	$\frac{U - U_{max}}{U_*}$	$\frac{U_{med}}{U_*}$
Prandtl-Taylor	$U_+ = \xi$ $U_+ = 2{,}5 \ln\xi + 5{,}5$	$0 \leqslant \xi \leqslant 11{,}5$ $\xi > 11{,}5$	$2{,}5 \ln \frac{z}{w}$	$3 + 2{,}5 \ln \frac{U_* w}{\nu} - 38{,}59262 \frac{\nu}{U_* w}$
Coles	$U_+ = \xi$ $U_+ = 2{,}5 \ln\xi + 5{,}1$	$0 \leqslant \xi \leqslant 11{,}1$ $\xi > 11{,}1$	$2{,}5 \ln \frac{z}{w}$	$2{,}6 + 2{,}5 \ln \frac{U_* w}{\nu} - 34{,}04625 \frac{\nu}{U_* w}$
Kármán	$U_+ = \xi$ $U_+ = 5\ln\xi + 3{,}05$ $U_+ = 2{,}5\ln\xi + 5{,}5$	$0 \leqslant \xi \leqslant 5$ $5 < \xi \leqslant 30$ $\xi > 30$	$2{,}5 \ln \frac{z}{w}$	$3 + 2{,}5 \ln \frac{U_* w}{\nu} - 76{,}40440 \frac{\nu}{U_* w}$
Panaitescu	$U_+ = \xi$ $U_+ = 2{,}5\ln[1 + (\xi - \delta)] + \delta$	$0 \leqslant \xi \leqslant \delta$ $\xi > \delta$ $\delta = 7{,}5$	$2{,}5 \ln \frac{z\frac{U_*}{\nu} - 6{,}5}{w\frac{U_*}{\nu} - 6{,}5}$	$5 + 2{,}5 A - \frac{\nu}{U_* w}(16{,}25 \ln A + 9{,}3750)$ unde: $A = \frac{U_* \cdot w}{\nu} - 6{,}5$

Dacă se scrie pierderea de presiune sub forma (2′), și sub aceea echivalentă

$$p_1 - p_2 = \frac{l}{w} \tau_0 \tag{5}$$

se obține expresia vitezei medii în mișcarea turbulentă

$$U_{med} = 2U_* / \sqrt{\lambda}. \tag{6}$$

În tabela 2, se redau relații existente dintre λ și Re pentru profilele de viteză adoptate.

Tabela 2

Autor	Dependența dintre λ și Re
Prandtl-Taylor	$Re = C(6 + 5 \ln C) - 77{,}1852$
Coles	$Re = C(5{,}2 + 5 \ln C) - 68{,}0925$
Kármán	$Re = C(6 + 5 \ln C) - 152{,}8088$
Panaitescu	$Re = C[10 + 5 \ln(C - 6{,}5)] - 2[16{,}25 \ln(C - 6{,}5) + 9{,}3750]$

Cu C s-a notat (în tabela 2) mărimea $\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}/4$. Urmărind să obținem și pe cale experimentală relațiile dintre Re și λ, am realizat, în laboratorul de mecanica fluidelor din cadrul I.P.G. Ploiești, o fisură din plexiglas cu secțiunea dreptunghiulară de $1{,}2 \times 23$ mm prin care s-a circulat apă la temperatura de 16°C, vîscozitatea cinematică fiind $1{,}115 \times 10^{-6}$ m^2/s. Numerele Reynolds realizate au avut valori pînă la circa 10 000.

În urma prelucrării datelor experimentale, am obținut relațiile

$$\lambda = \frac{0{,}2023}{\mathrm{Re}^{\frac{1}{3{,}5659}}} \quad \text{pentru} \quad 1800 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 3500 \tag{7}$$

$$\lambda = \frac{0{,}0826}{\mathrm{Re}^{\frac{1}{5{,}9607}}} \quad \text{pentru} \quad \mathrm{Re} > 3500. \tag{7'}$$

În figura 1 sînt redate valorile lui λ în funcție de numărul lui Reynolds obținute experimental, curbele corespunzătoare celor două formule precedente, precum și curbele existente în literatură [3], [6], [7], [8].

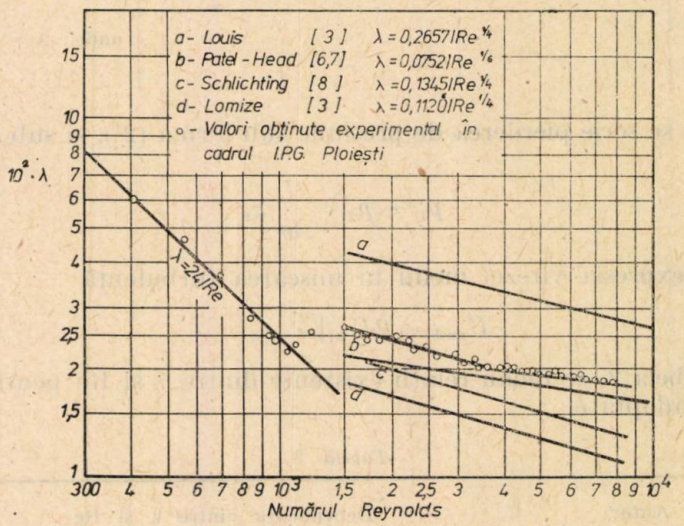


Fig. 1

În figura 2, sînt reprezentate valorile lui λ, în funcție de numărul lui Reynolds, găsite prin utilizarea profilelor de viteză Prandtl-Taylor, Coles, Kárman și Panaitescu. Relațiile obținute în urma experimentelor pe care le-am efectuat conduc la valori foarte apropiate de cele teoretice (Prandtl-Taylor, Coles și Kármán); față de valorile corespunzătoare grupului de corelații experimentale, acelea găsite de noi sînt apropiate de cele obți-

nute din formula propusă de Patel și Head. În tabela 3 este redat coeficientul

$$C_T = \frac{24}{\lambda \cdot \mathrm{Re}} \tag{8}$$

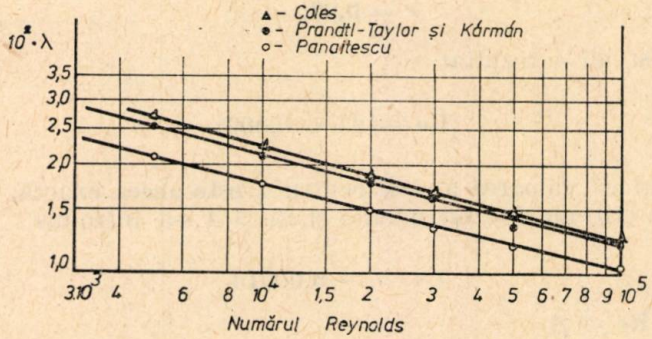


Fig. 2

care reprezintă modificarea permeabilității k_T a unei fisuri într-o mișcare turbulentă față de cea calculată pentru mișcarea laminară (1).

Tabela 3

C_T \ Nr. Reynolds	3 000	6 000	10 000	20 000	30 000
Lomize	0,5286	0,3143	0,2142	0,1274	0,0940
Louis	0,2228	0,1324	0,0903	0,0537	0,0396
Schlichting	0,4403	0,2617	0,1784	0,1061	0,0783
Patel-Head	0,4038	0,2268	0,1481	0,0831	0,0593
Relațiile propuse	0,3734	0,2084	0,1362	0,0765	0,0546
Prandtl-Taylor	0,2758	0,1666	0,1090	0,0666	0,0470
Coles	0,2597	0,1568	0,1116	0,0631	0,0490
Kármán	0,2758	0,1666	0,1090	0,0666	0,0470
Panaitescu	0,3404	0,2000	0,1348	0,0797	0,0579

Calculul coeficientului λ în funcție de numărul lui Reynolds din relațiile teoretice (Prandtl-Taylor, Coles, Kármán și Panaitescu) s-a efectuat pe un calculator FELIX C-256 prin încercări. În acest scop, pentru fiecare relație, s-a notat cu A membrul drept, iar pentru λ s-a ales valoarea inițială

$$\lambda = 0{,}03. \tag{9}$$

Dacă în acest fel a rezultat

$$|\mathrm{Re} - A| \leqslant 0{,}0001 \tag{10}$$

s-a considerat că valoarea aleasă pentru λ este aceea exactă. În cazul în care condiția (10) nu este satisfăcută și $\mathrm{Re} > A$ s-a introdus

$$\lambda = \lambda - 0{,}00015 \tag{11}$$

iar pentru $\mathrm{Re} < A$

$$\lambda = \lambda + 0{,}00015 \tag{11'}$$

și iterația a continuat pînă ce s-a verificat condiția (10).

3. VERIFICAREA EXPERIMENTALĂ A REZULTATELOR OBȚINUTE

În figura 3, se redă din [1] debitul unei sonde în funcție de presiunea diferențială înregistrată la exploatarea unui zăcămînt fisurat. Expresia debitului în funcție de presiune diferențială $(p_c - p_s)$ are forma

$$Q = \frac{2\pi k_{\mathrm{med}} \cdot h}{\mu} \cdot \frac{(p_c - p_s) - \frac{\delta}{2}(p_c - p_s)^2}{\ln \frac{r_c}{r_s}} \tag{12}$$

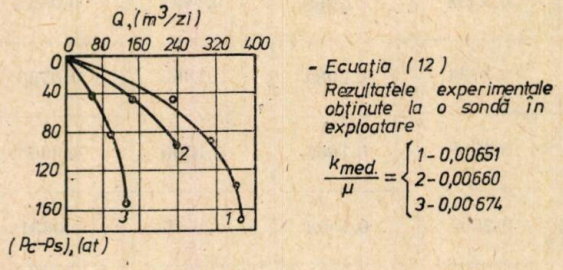


Fig. 3

unde s-a notat cu k_{med} permeabilitatea medie a stratului fisurat, h grosimea stratului, p_c presiunea pe conturul de alimentare r_c al sondei, p_s presiunea la raza r_s, iar cu δ raportul k_{med}/μ.

Am calculat din figura 3 și am reprezentat în figura 4, Q în funcție de debitul raportat la presiunea diferențială exprimat în coloană de fluid Δh $(Q/\Delta h)$.

Se poate explica forma curbelor din figura 3 și din figura 4, care nu sînt drepte, prin efectul pe care îl are creșterea gradului de turbulență asupra micșorării permeabilității în regim turbulent. În acest scop, se scrie expresia debitului de fluid în mișcarea radială și curgere în domeniul de valabilitate al legii lui Darcy

$$Q = \frac{2\pi k_m \cdot h \cdot \Delta p}{\mu \ln r_c/r_s} \tag{13}$$

unde prin k_m s-a notat permeabilitatea stratului fisurat. Această relație se mai poate scrie și sub forma

$$Q/\Delta h = \text{constantă} \cdot \frac{k_m}{\mu} \tag{14}$$

constanta fiind ușor de identificat; prin Δh s-a notat, ca și mai înainte, coloana de lichid corespunzătoare presiunii diferențiale Δp.

Pe de altă parte, considerînd doar o fisură echivalentă cu deschiderea $(2w)_{\text{echiv.}}$ care este formată din totalitatea fisurilor prin care produce sonda se poate scrie pentru debitul Q egalitatea

$$Q = U_{\text{med}} \cdot (2w \cdot b)_{\text{echiv.}} = (\text{Re})_{\text{echiv.}} \cdot (b \cdot \nu)_{\text{echiv.}} \tag{15}$$

în care $(2w \times b)_{\text{echiv.}}$ reprezintă dimensiunile echivalente ale fisurii, iar $(\text{Re})_{\text{echiv.}}$ este numărul Reynolds echivalent calculat cu viteza medie și deschiderea echivalentă a fisurii.

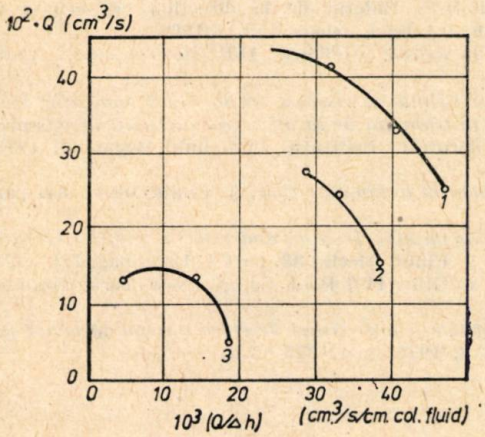


Fig. 4

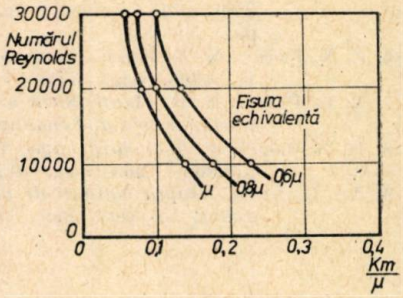


Fig. 5

Dacă înlocuim Q și $Q/\Delta h$ prin mărimile cu care sînt proporționale și anume $(\text{Re})_{\text{echiv.}}$ și $\frac{k_m}{\mu}$ și se reprezintă ca în figura 5, se observă că forma curbelor obținute este apropiată de aceea a curbelor din figura 4.

Acest lucru, așa cum s-a arătat mai înainte, se explică prin faptul că se poate considera o dependență liniară a debitului în funcție de presiunea diferențială ca și în curgerea în domeniul legii lui Darcy însă mărirea gradului de turbulență conduce la o reducere a permeabilității fisurii echivalente prin care produce sonda.

4. CONCLUZII

În regim turbulent permeabilitatea unei fisuri este mai mică decît cea calculată cu ajutorul formulei cunoscute indiferent de relația de calcul pentru coeficientul de rezistență.

Corelațiile noastre dintre λ și numărul lui Reynolds, obținute experimental, sînt comparabile cu cele existente în literatura de specialitate. Efectul de reducere a permeabilității unei fisuri odată cu creșterea numărului Reynolds poate explica foarte bine abaterea curbei debit-presiune diferențială de la forma unei drepte la valori mari ale presiunii diferențiale.

Primită la redacție la 25 noiembrie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. A. Ban, A. F. Bogomolova, V. A. Macsimov, V. N. Nikolaevskii, V. G. Ogandjaniant, V. M. Rîjik, *Vlianie svoistv gornîh porod na dvijenie v nih jidcosti* — Gosudarstvennoe naucino-tehniciscoe izdatelstvo naftianoi i gorno-toplivnoi literaturî, Moskva, 1962, pag. 168—170.
2. I. Crețu, *Hidraulică generală și subterană*, Ed. didactică și pedagogică, București, 1971, pag. 225—227.
3. Cl. Louis, *Étude des écoulements d'eau dans les roches fissurées et des leurs influences sur la stabilité des massifs rocheux*, E.D.F. Buletin de la direction des études et recherches, serié A Nucléaire, hydraulique, thermique 3/1968.
4. M. Muskat, *Physical Principles of Oil Production*, McGraw Hill Book Comp., 1949, pag. 246—249.
5. V. Panaitescu, *Contribuții la studiul mișcării fluidelor viscoase în domeniul numerelor Reynolds mici și mijlocii cu referire la tranziția de la mișcarea laminară la mișcarea turbulentă*, Rezumatul tezei de docotrat, Institutul Politehnic București, 1973, pag. 50—63.
6. C. V. Patel, M. R. Head, *Reversion of turbulent to laminar flow*, J. Fluid. Mech., **34**, part II, 1968, pag. 371—392.
7. V. C. Patel, M. R. Head, *Some observations on skin friction and velocity profiles in fully developed pipe and channel flows*, J. Fluid. Mech., **38**, part I, 1969, pag. 181—221.
8. H. Schlichting, *Boundary Layer Theory*, McGraw Hill Book Comp., New York, Toronto, London, 1960, pag. 517—518.
9. Al. D. Stan, *Asupra noțiunii de permeabilitate a unei fisuri deschise într-un zăcămînt petrolier*, St. cerc. mec. apl., **36**, 3, 1977, pag. 325—334.

FOLOSIREA TEORIEI INTERFERENȚEI ȘI ANALIZEI CURBELOR DE RESTABILIRE A PRESIUNII PENTRU EVALUAREA VALORII PRESIUNII INIȚIALE A ZĂCĂMINTELOR DE HIDROCARBURI

de ALEXANDRU SOARE

Institutul de petrol și gaze, Ploiești

Lucrarea prezintă o metodă pentru determinarea presiunii statice inițiale a zăcămintelor de hidrocarburi atunci cînd această valoare nu a fost determinată odată cu punerea în producție a stratului productiv. Metoda folosește teoria interferenței dintre sonde și analiza curbelor de restabilire a presiunii. Cele două exemple prezentate la finele lucrării arată o concordanță foarte bună cu datele reale de comportare ale celor două zăcăminte.

INTRODUCERE

Cunoașterea valorii presiunii statice inițiale a zăcămintelor de hidrocarburi, unul din cei mai importanți parametri care intervin în calculele hidrodinamice aferente ingineriei de zăcămînt, este necesară în evaluarea rezervelor de hidrocarburi (în special la zăcămintele de gaze), în determinarea caracterului energiei de zăcămînt, a tipului de zăcămînt, deci am putea afirma, pentru constituirea unui model de studiu cît mai apropiat de realitate. De precizia cunoașterii acestei valori depinde precizia evaluării tuturor parametrilor determinabili din diagramele PVT, depinde în fond exactitatea relativă a proiectului de exploatare.

Studiile efectuate pînă în prezent [1], [3], au precizat modalitățile de evaluare a presiunii statice pentru diferite tipuri de zăcăminte, în zona de influență a sondei în care a fost înregistrată curba de refacere a presiunii.

Așa după cum se va arăta în continuare, folosirea unor astfel de curbe împreună cu calculele care decurg din aplicarea teoriei interferenței dintre sonde face posibilă determinarea presiunii statice inițială a oricărui tip de zăcămînt de hidrocarburi.

CONSIDERAȚII TEORETICE

Conform teoriei interferenței dintre sonde, dedusă din ecuațiile mișcării nestaționare a fluidelor compresibile prin medii poroase, valoarea presiunii la momentul t într-un punct oarecare M al unui zăcămînt infinit, atunci

ST. CERC. MEC. APL., TOM. 37, NR. 2, 1978, P. 199–209

cînd acesta produce în regim elastic și este exploatat prin n sonde, cu debitul constant q, este dată de relația

$$p = p^* - \sum_{i=1}^{n} \frac{q \cdot \mu_p \cdot b_p}{2 \cdot \pi \cdot k_p \cdot h} \bar{p}(\bar{t}) \tag{1}$$

pentru petrol, și

$$p^2 = p^{*2} - \sum_{i=1}^{n} \frac{q \cdot \mu_g \cdot b_g}{2 \cdot \pi \cdot k_g \cdot h} \bar{p}(\bar{t}) \tag{2}$$

pentru gaze, în care

$$b_g = z \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{\frac{p^* + p_s}{2}} \quad \text{și} \quad \bar{p} = \frac{p - p_s}{p^* - p_s}. \tag{3}$$

Deoarece în studiul mișcării către sonde, în marea majoritate a cazurilor, timpul adimensional $\bar{t} > 100$, se poate folosi relația

$$\bar{p}(\bar{t}) = \frac{1}{2} E_i\left(-\frac{m\mu\beta r_s^2}{4kt}\right) = \frac{1}{2}(\ln \bar{t} + 0{,}80907). \tag{4}$$

În cazul în care debitul sondelor variază în timp, iar variația acestuia este cunoscută la diverse intervale, relațiile (1) și (2) se modifică conform teoremei superpoziției căpătînd următoarele expresii:

$$p = p^* - \frac{\mu_p \cdot b_p}{2\pi kh} \sum_{i=1}^{n} [q_0 \bar{p}(\bar{t}) + (q_1 - q_2)\, \bar{p}(\bar{t} - \bar{t}_1) + \cdots + (q_n - q_{n-1})\, \bar{p}(\bar{t} - \bar{t}_n)]$$

și, respectiv,

$$p^2 = p^{*2} - \frac{\mu_g \cdot z \cdot T \cdot p_0}{2\pi kh T_0} \sum_{i=0}^{n} [q_0 \bar{p}(\bar{t}) + (q_1 - q_2)\, \bar{p}(\bar{t} - \bar{t}_1) +$$

$$+ \cdots + (q_n - q_{n-1})\, \bar{p}(\bar{t} - \bar{t}_n)]. \tag{6}$$

Pentru folosirea timpilor de producție echivalenți

$$t = \frac{\Delta(N)_t}{q_t} \tag{7}$$

și

$$t = \frac{\Delta(M)_t}{q_t}, \tag{8}$$

relațiile (1) și (2) sau (5) și (6) pot fi folosite cu modificările care decurg pentru calculul timpilor adminesionali, q_t devenind debitul sondelor în momentul în care s-a efectuat operația de măsurare a presiunii cu sonda închisă.

Știind că punctul M poate fi oricare dintre sonde, căderea de presiune în aceasta va fi egală cu suma dintre căderea de presiune datorită producției proprii cu debitul q_M și căderea de presiune de interferență indusă în sonda M datorită producției celorlalte sonde cu debitul q. Astfel

$$\Delta p_M = p^* - p_M = \frac{\mu_p b_p}{4\pi k h}\left[q_M E_i\left(-\frac{m\cdot\mu_p\cdot\beta_p\cdot r_s^2}{4\cdot k_g\cdot t}\right)+\right.$$

$$\left.+\cdots+\sum_{i=1}^{n} qE_i\left(-\frac{m\cdot\mu_p\cdot\beta_p\cdot d_{i-M}^2}{4k_p t}\right)\right]. \tag{9}$$

Relația (9) se modifică corespunzător pentru gaze.

Presupunînd că la momentul 1 un zăcămînt a fost deschis prin sonda A (presiunea statică fiind egală în tot zăcămîntul cu valoarea presiunii inițiale p_i), că la momentul 2 a fost pusă în producție sonda B și că la momentul 3 sonda B a fost închisă în vederea ridicării curbei de restabilire a presiunii și a fost determinată valoarea presiunii statice, atunci, perioada 1—3 poate fi împărțită în două etape în vederea estimării presiunii statice inițiale.

a) Etapa 1—2 în care produce numai sonda A. Se poate scrie

$$p_2^* = p_i - \frac{\mu\cdot b}{4\pi k}\left(\frac{q}{h}\right)_A E_i\left(-\frac{1}{4\bar{t}}\right), \tag{10}$$

în care

$$t = \left(\frac{\Delta N_A}{q_A}\right)_{1-2}$$

și

$$\bar{t} = \frac{k}{m\cdot\mu\cdot\beta\cdot r_s^2}\cdot\frac{\Delta N_A}{q_A}. \tag{11}$$

b) Etapa 2—3 în care produc simultan, din aceleași orizont productiv, sondele A și B. Această etapă se sfîrșește în momentul în care sonda B este închisă în vederea măsurării variației presiunii dinamice în timp. Din curba rezultată se determină, printre altele, valoarea presiunii statice medii în volumul de influență (drenaj) al sondei B, p_B la momentul 3, adică, p_3

$$p_3^* = p_2^* - \frac{\mu\cdot b}{4\pi k}\left(\frac{q}{h}\right)_B E_i\left(-\frac{1}{4\bar{t}_1}\right) - \frac{\mu\cdot b}{4\pi k}\left(\frac{q}{h}\right)_A E_i\left(-\frac{1}{4\bar{t}_2}\right), \tag{12}$$

în care

$$\bar{t} = \frac{K}{m\ \mu\cdot\beta\cdot r_s^2}\left(\frac{\Delta N_B}{q_B}\right)_{2-3} \tag{13}$$

și

$$t_2 = \frac{k}{m\cdot\mu\cdot\beta\cdot r_s^2}\left(\frac{\Delta N_A}{q_A}\right)_{2-3}. \tag{14}$$

Din combinarea relațiilor (10) și (12) se ajunge la

$$p_i = p_3^* + \frac{\mu \cdot b}{4\pi k}\left[\left(\frac{q_A}{h_A}\right)_2 E_i\left(-\frac{1}{4\bar{t}}\right) + \left(\frac{q_B}{h_B}\right)_2 E_i\left(-\frac{1}{4\bar{t}_1}\right) + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{q_A}{h_A}\right)_2 E_i\left(-\frac{1}{4\bar{t}_2}\right)\right]. \qquad (15)$$

Desigur că evaluarea presiunii inițiale a zăcămintelor poate fi făcută în orice moment al exploatării, indiferent de numărul de sonde. În această situație în afară de multiplicarea calculelor cerută de termenul al doilea din relațiile (1) și (2), este necesară evaluarea în orice moment a presiunii medii ponderate pe fiecare zonă de influență a sondelor. Dacă adăugăm faptul că zona de influență a unei sonde variază în timp în funcție de debitele de producție, avem o imagine completă a complicațiilor care intervin odată cu întîrzierea efectuării măsurătorilor de presiune.

Exemplul 1. Zăcămîntul *X* de petrol a fost pus în exploatare prin sonda *A* la 18.07.1973, fiind tubată cu $5^1/2''$. La 13.06.1974 a fost pusă în producție sonda *B*, iar măsurătoarea de presiune a fost făcută la 10.10.1974. Din analiza curbei de restabilire a presiunii a rezultat o presiune statică egală cu 515,35 at., o presiune dinamică de 482,35 at. și o permeabilitate efectivă de 5,6 mD.

Din analizele de carote au reieșit valorile : porozitate 12 % și saturație în apă interstițială de 40 %.

Din curbele P.V.T., la valoarea presiunii de saturație de 479 at. a rezultat viscozitatea dinamică 0,56 cP, factorul de volum 1,984, coeficientul de compresibilitate $4{,}1 \cdot 10^{-4}$ 1/at., greutatea specifică a petrolului, 0,855 kgf/dm^3.

Din diagrafiile electrice s-a determinat grosimea stratului productiv în sonda A 38 m, iar în sonda B de 178 m.

Distanța dintre sondele *A* și *B* este de 450 m. Cumulativele lunare de producție (m^3) ale celor două sonde sînt redate în tabela 1.

Tabela

Etapa	1						
	07. 73	08	09	10	11	12	01. 74
Sda. *A*	693	2 130	3508	4 881	6 150	7 351	8 538
Sda. *B*	—	—	—	—	—	—	—
TOTAL	693	2 130	3508	4 881	6 150	7 351	8 538

Cu aceste date se determină următoarele valori ale timpilor adimensionali :

$$\bar{t} = \frac{5{,}6 \cdot 86400 \cdot 10^{-3} \cdot 14020}{0{,}12 \cdot 0{,}56 \cdot 4{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot 49 \cdot 37{,}16} = 13{,}52 \cdot 10^{7},$$

$$\bar{t}_1 = \frac{5{,}6 \cdot 86400 \cdot 10^{-3} \cdot 6570}{0{,}12 \cdot 0{,}56 \cdot 4{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot 49 \cdot 41} = 5{,}74 \cdot 10^{7},$$

$$\bar{t}_2 = \frac{5{,}6 \cdot 86400 \cdot 10^{-3}}{0{,}12 \cdot 0{,}56 \cdot 4{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot 4{,}5^2 \cdot 10^{8}} \cdot \frac{6570}{41} = 1{,}39,$$

care, înlocuite în relația (15) împreună cu valorile celorlalți parametri conduce la

$$p_i = 515{,}35 + \frac{0{,}56 \cdot 1{,}984}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 5{,}6 \cdot 10^{-3}} \left[\frac{37{,}16 \cdot 10^{6}}{86400} \cdot \frac{1}{38 \cdot 10^{2}} (\ln 13{,}52 \cdot 10^{7} + 0{,}80907) + \right.$$

$$\left. + \frac{41 \cdot 10^{6}}{86400} \cdot \frac{1}{178 \cdot 10^{2}} (\ln 5{,}74 \cdot 10^{7} + 0{,}80907) + 0{,}1549\, E_i(-0{,}842) \right].$$

$$p_i = 558{,}84 \text{ at.}$$

Exemplul 2. Zăcămîntul X de gaze de pe structura Y a fost pus în exploatare prin sonda 5 la 9.05.1972 (momentul α). Ulterior au fost săpate alte două sonde care au fost puse în producție la 9.06.1972 (sonda 2) și 11.06.1972 (sonda 7), momentul (β). Prima măsurătoare de presiune a fost efectuată în sonda 2 la 15.03.1975(momentul δ). Se cunosc următoarele valori :

— Buletinele de analiză a compoziției gazelor : CH_4(99,571 %), C_2H_8 (0,089 %), C_3H_{12}(0,015 %), O_2(0,08 %) și N_2(0,317 %).

— Valorile permeabilității efective pe direcția sondelor 5 — 7 și 5—2 sînt 18 mD și respectiv 18,5 mD.

— Distanțele dintre sonde : $d_{5-2} = 2750$ m; $d_{2-7} = 3750$ m; $d_{5-7} = 1875$ m.

1

				2				3
02	03	04	05	06	07	08	09	10
9 110	10 394	11 594	12 807	14 020	15 135	15 744	16 861	17 944
—	—	—	—	1 000	1 960	3 820	5 340	6 570
9 110	10 394	11 594	12 807	15 020	17 095	19 564	22 201	24 514

— În momentul măsurării presiunii (15.03.1975), producția cumulativă a sondei 2, $\Delta M = 200{,}707 \cdot 10^6$ Nm³, debitul de producție înainte de închidere $q_i = 189{,}84 \cdot 10^3$ Nm³/zi, presiunea statică $p_c = 90{,}05$ at. și presiunea dinamică $p_s = 83{,}46$ at. Grosimea stratului productiv este de 43 m, temperatura de zăcământ 33°C, porozitatea mediului poros 21%, iar raza sondei 0,073 m. Celelalte date de producție sînt prezentate în tabela 2.

Tabela 2

Sda	Cumulativul de producție (Nm³)		Debitul de producție (Nm³/zi)	
	9.05.72	15.03.75	9.05.72	15.03.75
5	$64\,731 \cdot 10^3$	$181\,442 \cdot 10^3$	10 345	$313{,}476 \cdot 10^3$
2	—	$55\,168 \cdot 10^3$	—	$189{,}840 \cdot 10^3$
7	—	$6995 \cdot 10^3$	—	$129{,}191 \cdot 10^3$

— Proprietățile fizice ale gazelor, echivalente cu cele ale gazului metan conform compoziției menționate anterior, la aceste condiții de presiune și temperatură au următoarele valori (Anexele 1—4): viscozitatea dinamică (0,01361, coeficient de compresibilitate 0,012524 1/at., factorul de abatere de la legea gazelor perfecte 0,882 și factorul de volum 0,109168. Greutatea specifică a gazului metan $M/22{,}414 = 0{,}7138$ Kgf/Nm³, iar densitatea relativă în raport cu aerul 0,552.

Corelînd relația (1) cu relația (4) se poate scrie

$$p_{5\alpha}^2 = p_{2\beta}^2 + \frac{q_{2\beta} \cdot \mu \cdot z \cdot T \cdot p_0}{2\pi k h T_0} E_i\left(-\frac{m \cdot \mu \cdot \beta \cdot d_{5-2}^2}{4 \cdot k \cdot t_1}\right), \tag{16}$$

în care

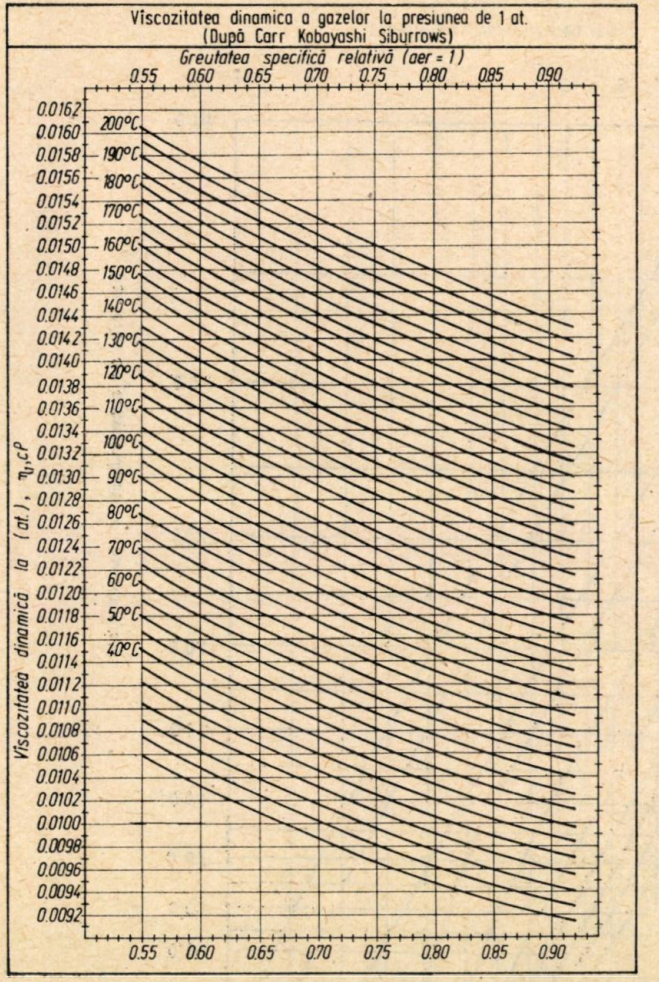
$$t_1 = t_2 = \left(\frac{\Delta M_5}{q_5}\right)_\beta = \frac{64731 \cdot 10^3}{10345} 3600 = 22{,}526 \cdot 10^6 \text{s}.$$

În același mod

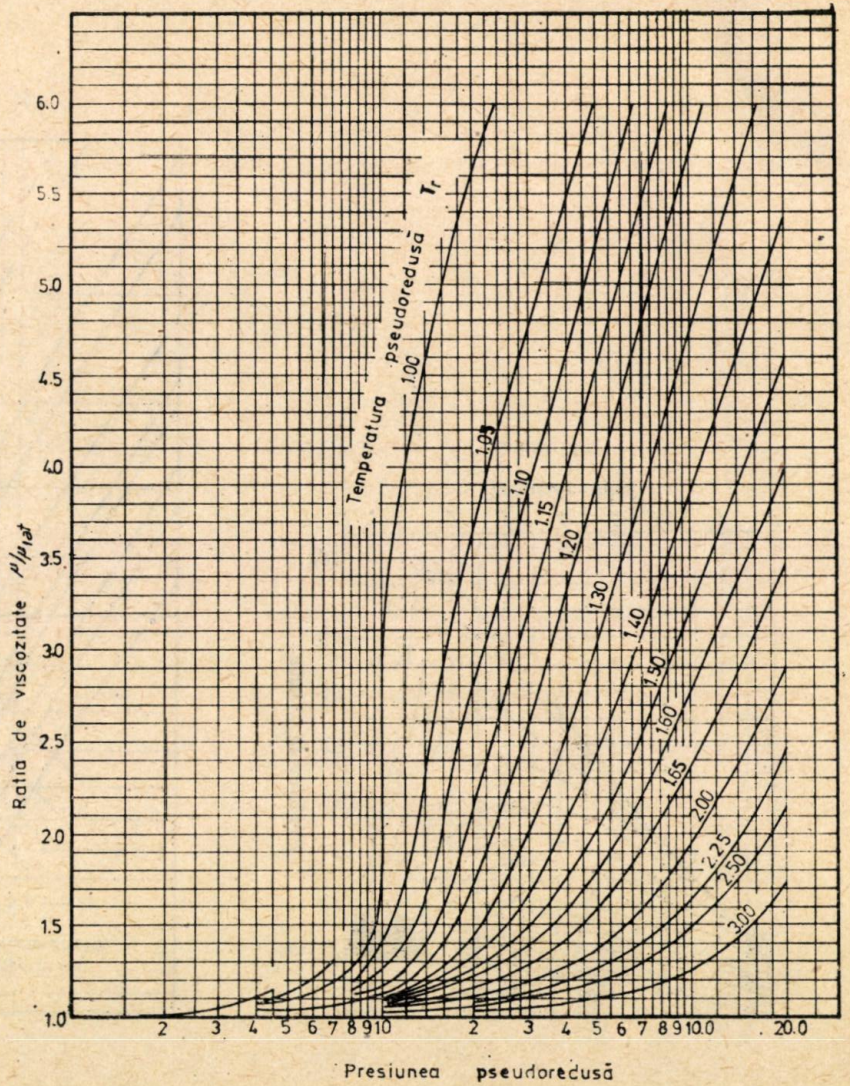
$$p_{2\beta}^2 = p_{2\delta}^2 + \frac{q_{2\delta} \cdot \mu \cdot z \cdot T \cdot p_0}{2\pi k h T_0} E_i\left(-\frac{m \cdot \mu \cdot \beta \cdot r_s^2}{4kt_3}\right) +$$

$$+ \frac{q_{5\delta} \cdot \mu \cdot z \ T \cdot p_0}{2\pi k h T_0} E_i\left(-\frac{m\mu\beta d_{5-2}^2}{4kt_4}\right) +$$

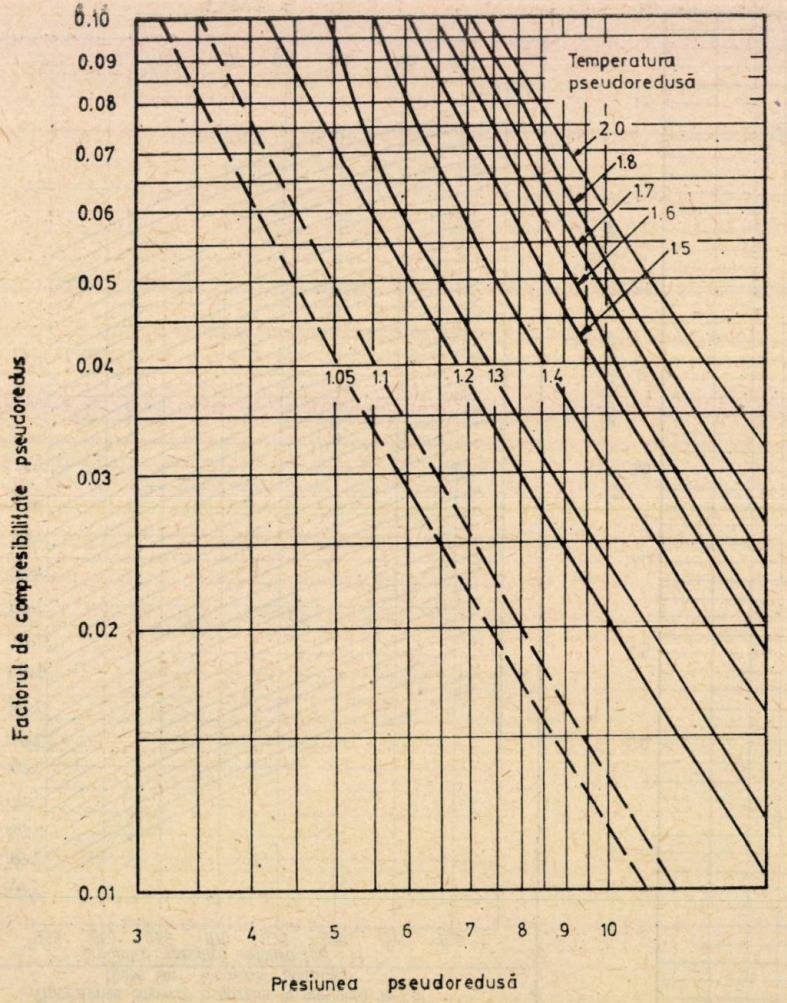
$$\frac{q_{7\delta} \cdot \mu \cdot z \cdot T \cdot p_0}{2\pi k h T_0} E_i\left(-\frac{m\mu\beta d_{7-2}^2}{4kt_5}\right), \tag{17}$$



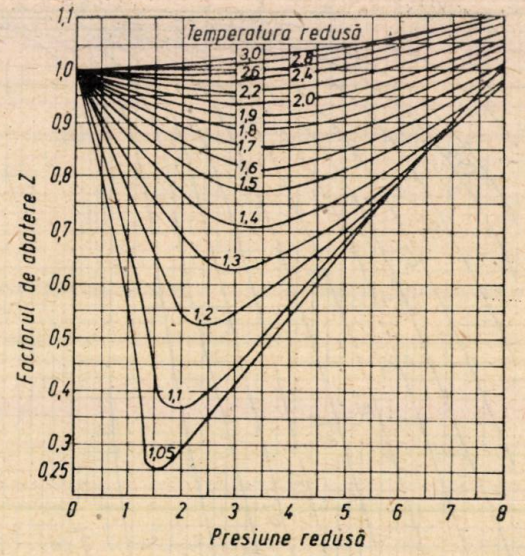
Anexa 1



Anexa 2



Anexa 3



Anexa 4

unde

$$t_3 = \left(\frac{\Delta M_2}{q_2}\right)_\delta = \frac{55168 \cdot 10^3}{7908{,}8} 3600 = 25{,}1087 \cdot 10^6 \text{s},$$

$$t_4 = \left(\frac{\Delta M_5}{q_5}\right)_\delta = \frac{181442 \cdot 10^3}{13061{,}5} 3600 = 50{,}0089 \cdot 10^6 \text{s},$$

$$t_5 = \left(\frac{\Delta M_7}{q_7}\right)_\delta = \frac{6995 \cdot 10^6}{947{,}58} 3600 = 26{,}575 \cdot 10^2 \text{ s}.$$

Calculul parametrilor fizici ai gazelor la 15.03.75 a condus la următoarele rezultate :

$$p_r = \frac{p}{p_{cr}} = \frac{90{,}50}{45{,}80} = 1{,}976,$$

$$T_r = \frac{T}{T_{cr}} = \frac{306}{190{,}5} = 1{,}606$$

$z = 0{,}862$ din anexa 4, $\beta = \beta_r / p_{cr} = 0{,}00122$ 1/at din anexa 3. Pentru $M = 16$ și $\delta = 0{,}552$ din anexa 1 $\mu_{1\,at} = 0{,}01105$ cP, iar cu ajutorul anexei 2 $\mu = 1{,}2 \cdot \mu_{1\,at} = 0{,}01326$ cP.

Acum timpii adimensionali pot fi calculați foarte simplu, ca de exemplu :

$$\tilde{t}_1 = \frac{kt_1}{m\mu\beta r_s^2} = \frac{18{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 25{,}1087 \cdot 10^6}{0{,}21 \cdot 0{,}01326 \cdot 0{,}00122 \cdot 7{,}3^2} = 2{,}565 \cdot 10^9.$$

În aceste condiții,

$$p_{2\beta}^2 = p_{2\delta}^2 + \frac{\mu \cdot z \cdot T \cdot p_0}{2\pi k h T_0}(q_2 Ei_2 + q_5 Ei_5 + q_7 Ei_7) = 90{,}5^2 +$$

$$+ \frac{0{,}01326 \cdot 0{,}862 \cdot 306 \cdot 1{,}033 \cdot 10^6 \cdot 10^3}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 18{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 42 \cdot 10^2 \cdot 278 \cdot 86400}(189{,}84 \cdot 8{,}659 +$$

$$+ 313{,}476 \cdot 2{,}1 + 129{,}191 \cdot 1{,}05) = 98{,}342 \text{ at}.$$

La această valoare a presiunii, parametrii fizici ai metanului au valorile

$$p_r = \frac{98{,}342}{45{,}80} = 2{,}1472,$$

$$T_r = 1{,}606,$$

$$\beta = \frac{\beta_r}{P_{cr}} = \frac{0{,}55}{45{,}8} = 0{,}012 \text{ 1/at},$$

$$\mu = 1{,}22 \cdot 0{,}1105 = 0{,}01348 \text{ cP},$$

$$z = 0{,}86.$$

Înlocuind aceste date în relația (16) se determină valoarea presiunii inițiale a zăcămîntului

$$p_{58}^2 = 98{,}342^2 + \frac{10345 \cdot 10^6 \cdot 0{,}01348 \cdot 0{,}86 \cdot 306 \cdot 1{,}033}{86400 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 18{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 42 \cdot 10^2 \cdot 278} \times$$

$$\times E_i\left(-\frac{0{,}21 \cdot 0{,}01348 \cdot 0{,}012 \cdot 2750 \cdot 10^2 \cdot 10^4}{4 \cdot 18{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 22{,}526 \cdot 10^6}\right),$$

$$p_i = p_5 = 98{,}377 \text{ at.}$$

CONCLUZII

1. Metoda de determinarea presiunii statice inițiale a zăcămintelor de hidrocarburi folosind analiza curbelor de restabilire a presiunii și teoria interferenței dintre sonde prezentată aici este valabilă pentru orice tip de zăcămînt care produce în regim elastic.

1. Considerațiile teoretice și aplicațiile sînt, pentru limitarea spațiului, numai pentru zăcăminte infinte. După cum se cunoaște, transformarea unui zăcămînt infinit într-unul finit se poate efectua prin oglindirea sondelor față de faliile adiacente.

3. Pentru ușurarea calculelor ce ar fi implicate de întîrzierea efectuării măsurării presiunii cu sonda închisă după punerea în exploatare a unui număr mare de sonde se poate concepe un algoritm simplu care să stea la baza calculul numeric, timpul efectiv de lucru fiind în acest caz foarte redus.

Primită la redacție la 7 ianuarie 1977

NOTAȚII

b_g, b_p — factorul de volum al gazelor, respectiv al petrolului,
d — distanța dintre sonde,
h — grosimea stratelor productive,
k_g, k_p — permeabilitatea efectivă pentru gaze, respectiv petrol,
m — porozitatea,
M — greutatea moleculară a gazelor,
$\Delta(M)$ — cumulativul de gaze,
$\Delta(N)$ — cumulativul de petrol,
p_cV — presiunea statică la momentul t,
p_i — presiunea statică inițială a zăcămîntului,
p^* — presiunea statică medie ponderată în zona de influență a sondei,
p_s — presiunea dinamică a sondei,
p_{cr} — presiunea critică,
$\bar{p}$ — presiunea adimensională,
q — debitul de producție al sondelor,
q_i — debitul sondei în momentul închiderii,

r_s — raza sondei,
T — temperatura de zăcământ,
T_0 — temperatura medie anuală ambiantă în zona zăcământului,
T_{cr} — temperatura critică,
$\bar{t}$ — timpul adimensional,
z — factorul de abatere de la legea gazelor perfecte,
δ — densitatea relativă a gazelor,
$E_i(-x)$ — funcția integral exponențială,
β_g, β_p — compresibilitatea gazelor, respectiv a petrolului,
μ_g, μ_p — viscozitatea gazelor, respectiv a petrolului.

BIBLIOGRAFIE

1. S. C. Mathews, G. D. Russell, *Pressure Buildup and Flow Tests in Wells*, S.P.E., of AIME, New York, Dallas (1967).
2. Al. Soare, *Posibilități de cercetare și interpretare a fenomenelor de interferență folosind teoria curgerii fluidelor compresibile prin medii poroase*, „Teza de doctorat, I.P.G.G. (1965).
3. I. Crețu, Al. Soare, *Cercetarea hidrodinamică a sondelor*, Ed. tehnică (1967).

TENSORUL ENERGIE-IMPULS AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC II. DIFICULTĂȚI SPECIFICE ÎN MICRO- ȘI MACROELECTRODINAMICĂ*

de ȘT. GYÉRESI și E. SOÓS

Institutul agronomic București.
Centrul de mecanică a solidelor București

Pe baza confruntării unor afirmații expuse în 11 lucrări (monografii, manuale sau articole), consacrate bazelor electrodinamicii teoretice, se arată că atît fundamentarea, cît și interpretarea teoriei sînt astăzi contradictorii, fapt ce arată că electrodinamica actuală, ca teorie științifică, se află într-o situație nesatisfăcătoare din punct de vedere logic, matematic și semantic.

5. PUNCTE DE VEDERE CONTRADICTORII ȘI CONFRUNTAREA LOR

Cele 11 lucrări din care vor fi prezentate unele puncte de vedere au fost alese aproape la întîmplare dintre numeroasele manuale, monografii și articole consacrate subiectului abordat. În cele ce urmează vom încerca să concentrăm și să grupăm în așa fel punctele de vedere ale autorilor menționați ca să iasă în evidență, limpede, marea diversitate de opinii, adesea contradictorii între ele, care există și astăzi în legătură cu aspectele fundamentale ale micro- și macroelectrodinamicii. Afirmațiile care urmează să fie prezentate nu reprezintă citate exacte, ci exprimă esența părerii autorului menționat în legătură cu un anumit aspect al teoriei clasice a cîmpului e.m. aflat în interacțiune cu un corp ponderabil. Traducerea exactă a textelor care vor fi prezentate concentrat în continuare și indicațiile bibliografice precise privind aceste texte, sînt menționate în paragraful 5 al Contractului de cercetare științifică, nr. 44/1975 (faza a II-a), efectuat în cadrul Centrului de mecanică a solidelor din București. După această precizare trecem la expunerea și confruntarea unor puncte de vedere aparținînd primilor 9 autori menționați în bibliografie prin primele 10 lucrări citate.

I. DESPRE STAREA ACTUALĂ A TEORIEI CLASICE A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

1. Acum problema găsirii legilor fundamentale ale cîmpului electromagnetic poate fi considerată *rezolvată* (Tamm ≡ Ta).

---

* Formulele citate, ca și bibliografia, sînt prezentate în partea I a lucrării, publicată în St. cerc. mec. apl., **37**, *1* (1978).

2. Sistemul de ecuaţii fundamentale (4.14), (4.15), (4.18) reprezintă formularea matematică a principalelor *postulate* sau *axiome* ale electrodinamicii clasice (Ta).

3. Teoria electrodinamicii mediilor mobile *nu* poate fi considerată *completă* deoarece *nu a condus* la expresii unanim acceptate şi experimental verificate pentru energia şi impulsul asociate cîmpului electromagnetic (Timotin ≡ Ti).

4. Există o *lacună* surprinzător de mare în cunoştinţele noastre privind modul în care cîmpul electromagnetic produce forţe asupra mediilor materiale (Penfield, Haus ≡ PH).

5. Electrodinamica clasică, *astăzi inexistentă*, se va obţine în viitor din *reuniunea* unui electromagnetism clasic *modificat* cu mecanica relativistă a continuumurilor (Bunge ≡ Bu).

6. Este necesară elaborarea *în viitor* a unei *mecanici relativiste* a continuumurilor (Bu).

7. Încă nu există teorii clasice acceptabile, în parte datorită faptului că de obicei nu se cunoaşte situaţia *deplorabilă* în care se află atît electrodinamicile clasice, cît şi cele cuantice (Bu).

II. DESPRE FORMULAREA COMPLETĂ A ELECTROMAGNETISMULUI CLASIC

1. *Conţinutul* concret al cadrului iniţial al teoriei cîmpului electromagnetic se reduce la ecuaţiile de cîmp (4.14), (4.15) *şi la relaţiile de definiţie*, prin forţe şi cupluri mecanice, ale mărimilor de stare **E**, **B**, **D**, **H**, care intervin în ecuaţiile de cîmp (Ta).

2. *O formulare completă* a electrodinamicii trebuie să conţină (*a*) Ecuaţiile lui Maxwell, (*b*) *Legile constitutive* (PH).

3. Părerile conform cărora intensităţile de cîmp sînt forţe speciale, acţionînd asupra unor sarcini de probă, sînt *greşite* (Bu).

4. *Se postulează* că fenomenele electromagnetice macroscopice în substanţe sînt reprezentabile prin *două* cîmpuri (**E**, **H**) în adiţiune cu alte mărimi macroscopice (ρ, **J** şi **P**, **M**) reprezentînd sursele cîmpului, respectiv starea electromagnetică a substanţei (Fano, Chu, Adler ≡ FCA).

5. Vectorii **D** şi **B** *nu* au semnificaţie fizică fundamentală (FCA).

6. Vectorul **D** are semnificaţie pur *istorică* şi a fost definit ca o combinaţie liniară între **E** şi **P** *numai* pentru a scrie ecuaţiile lui Maxwell într-o formă mai *simplă* (Feynman ≡ F).

7. În teoria electrodinamică a cîmpului electromagnetic macroscopic trebuie să se facă *o separaţie netă* între vectorii de cîmp (**E**, **H**) şi mărimile legate de sursa cîmpului (ρ, **J**, **P**, **M**) (FCA).

8. Mărimile *fundamentale*, care caracterizează complet cîmpul electromagnetic, sînt **E** şi **B**, cu condiţia să fie indicate toate sarcinile electrice şi toţi curenţii electrici (liberi, legaţi etc.) (F).

9. Totdeauna *corecte* şi cele mai *simple* sînt ecuaţiile cîmpului electromagnetic în vid, cu condiţia să se indice toate sarcinile electrice, indiferent de proveniența lor (F).

10. Dacă se separă unele din sarcinile electrice, prin utilizarea unor criterii de comoditate, ecuaţiile de cîmp pot fi scrise în *orice* altă formă dorită, diferită de forma lor în vid (F).

11. Cîmpurile **E** și **H** sînt *definite* la început prin intermediul forței Lorentz $\mathbf{F} = q\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\mathbf{v}\times\mathbf{H}\right)$, care acționează asupra sarcinii electrice q aflată în mișcare cu viteza **v** (FCA).

12. Intensitățile de cîmp *nu* sînt concepte *definite*, cu atît mai puțin definibile în termeni mecanici (ca forțe) (Bu).

13. Intensitățile de cîmp **E**, **B**, **D**, **H** sînt concepte *primare*, *caracterizate axiomatic* (Bu).

14. Construirea unei electrodinamici clasice presupune existența *prealabilă* a unei dinamici (Bu).

15. O teorie care se referă numai la cîmp este *netestabilă*, deoarece numai efectele cîmpului asupra corpurilor încărcate sînt observabile și în general indirect (Bu).

16. O teorie completă și testabilă a electromagnetismului trebuie să includă *ecuațiile de mișcare* ale corpurilor *macroscopice*, încărcate electric (Bu).

17. Construirea electrodinamicii clasice *nu* se reduce la *adăugarea* mecanicii clasice la electromagnetismul clasic (Bu).

18. Caracterizarea axiomatică a conceptelor fundamentale ale unei electrodinamici complete și testabile trebuie să se sprijine *atît pe* electromagnetismul clasic, *cît și* pe mecanica clasică a continuumurilor (Bu).

19. Mecanica clasică este *incompatibilă* cu electromagnetismul clasic (Bu).

III. DESPRE LEGILE DE BILANȚ ÎN CAZUL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC CLASIC

1. Problema centrală a teoriei cîmpului electromagnetic este *rezolvabilă* : se poate efectua „despicarea" realității fizice globale în două sisteme fizice *distincte* (cîmpul și corpul) egal caracterizabile prin *legi de conservare proprii*, corespunzătoare (Ti).

2. *Conservarea* energiei și a impulsului reprezintă condiții impuse asupra energiei *totale*, respectiv asupra impulsului *total* și se referă la *toate* tipurile de energie și impuls ,mecanic, caloric, electromagnetic etc. (Truesdell, Toupin ≡ TT).

3. Legile admisibile de bilanț ale energiei și ale impulsului cîmpului electromagnetic *nu* reprezintă legi de conservare, deoarece *nu* impun *noi restricții* asupra cîmpurilor, sarcinilor și curenților (TT).

4. Bilanțul energiei și al impulsului electromagnetic, în cazul cîmpului în vid sînt *identități*, *consecințe* ale ecuațiilor de cîmp (TT).

5. Legile admisibile de bilanț ale energiei și ale impulsului cîmpului electromagnetic sînt identități, consecințe ale ecuațiilor de cîmp, *ale relațiilor constitutive* (în „eter") și ale unor *definiții* (TT).

6. Bilanțul energiei și al impulsului unui corp, în mecanica mediilor continue, reprezintă, *postulate* (TT).

IV. DESPRE DETERMINAREA TENSORULUI ENERGIE-IMPULS AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

1. Proprietățile dinamice ale cîmpului electromagnetic macroscopic trebuie să rezulte *numai* din ecuațiile de cîmp (4.14), (4.15) *și* din relațiile de *definiție* (ca forțe) ale mărimilor de stare **E**, **B**, **D**, **H** ale cîmpului (Ti).

2. O formulare completă a electrodinamicii macroscopice implică prin ecuațiile constitutive *mecanica* continuumurilor și termodinamica fenomenologică (PH).

3. Se poate stabili o expresie generală a cuadritensorului energie-impuls al cîmpului electromagnetic macroscopic, dacă se acceptă *ipoteza suplimentară* că W și S sînt funcții numai de $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{H}$ (Ti).

4. w, s, g și t introduse prin definițiile *Df.* 3.2, *Df.* 3.3, *Df.* 3.4, *Df.* 3.5 nu sînt logic necesare ci reprezintă *convenții* convenabile, cu referenți determinați și uneori măsurabili (Bu).

5. Expresiile pentru W, S, G, T sînt *postulate* fundamentale ale electrodinamicii (Ta).

6. Expresiile impulsului, fluxului de impuls, energiei și fluxului de energie atribuibile cîmpului electromagnetic trebuie *să rezulte* dintr-o analiză sistematică a consecințelor teoriei macroscopice a cîmpului electromagnetic, prin folosirea unei metode generale care *nu* este subordonată proprietăților de material (Ti).

7. Determinarea tensorului energie-impuls al cîmpului electromagnetic este o problemă a cărei rezolvare *depășește* raza de acțiune a electromagnetismului (Bu).

8. Diferitele definiții ale tensiunii, energiei, impulsului și fluxului energetic electromagnetic sînt *echivalente*, cu condiția ca complementara mecanică a acestor cantități să fie *potrivit ajustată* (TT).

9. Proprietățile dinamice ale cîmpului trebuie să fie formulate *independent* de proprietățile mediului și nu invers (Ti).

10. Problema : ce mărimi electromagnetice trebuie să fie *identificate* cu conceptele esențial mecanice mai sus precizate, *nu* trebuie rezolvată *independent* de considerarea proprietăților mediului material care interacționează cu cîmpul electromagnetic (TT).

11. Introducerea ecuațiilor constitutive se poate face corect *numai după* ce proprietățile dinamice ale cîmpului au fost complet formulate (Ti).

12. Construirea unei electrodinamici clasice pe lîngă : (*a*) ecuațiile de cîmp ; (*b*) legea forței, cere și : (*a*) *o teorie dinamică* ; (*b*) ipoteze despre constituția corpurilor (Bu).

13. Acțiunea dinamică și electrodinamică a cîmpului electromagnetic macroscopic asupra unui corp cu proprietăți de material *arbitrare* poate fi exprimată în formă cuadridimensională, prin divergența unui cuadritensor energie-impuls care depinde *numai* de cîmpurile $\mathbf{E}$ și $\mathbf{H}$ (FCA).

14. Tensiunea, energia, impulsul și fluxul sînt concepte *esențial mecanice* (TT).

15. Legile de conservare pentru energia totală și pentru impulsul total, pot fi formulate *independent* de orice descompunere a tensiunii, energiei, impulsului și fluxului energetic total (TT).

16. Despicarea energiei, impulsului și a tensiunii totale în diverse tipuri este *necesară* pentru formularea relațiilor constitutive ale corpului și ale cîmpului, dar ea *nu* afectează legea de conservare a energiei totale și a impulsului total (TT).

17. Pot fi elaborate cel puțin *patru* formulări complete ale macro-electrodinamicii care diferă prin : (a) *variabilele* de cîmp utilizate;

(*b*) *sensul* variabilelor de cîmp; (*c*) *forma* ecuaţiilor de cîmp; (*d*) *forma* ecuaţiilor constitutive; (*e*) *forma* şi *valorile* numerice ale diferitelor energii, puteri, impulsuri ale cîmpului electromagnetic (PH).

V. DESPRE ENERGIA ŞI FLUXUL ENERGETIC AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

1. Numai dacă *se postulează* o anumită dependenţă a energiei de intensităţile cîmpului, *ansamblul* ecuaţiilor (4.14), (4.15), (4.19), poate fi verificat *experimental* (Ta).

2. Interpretarea lui W şi $\mathbf{S}$, introduse prin relaţii potrivite, drept densitatea de energie a cîmpului electromagnetic, respectiv ca fluxul acestei energii, este posibilă, *numai* datorită faptului că W şi $\mathbf{S}$ sînt mărimi strict electromagnetice, în sensul că sînt *independente* atît de sursele *libere* ale cîmpului (ρ_{lib}, $\mathbf{J}_{\text{cond}}$), cît şi de sursele sale asociate cu substanţe (ρ_{pol}, $\mathbf{J}_{\text{pol}}$, ρ_{magn}, $\mathbf{J}_{\text{magn}}$, $\mathbf{P}$, $\mathbf{M}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$) (FCA).

3. Tensorul energie-impuls al cîmpului electromagnetic depinde *atît de* variabilele de cîmp, *cît şi* de structura substanţelor ponderabile (Bu).

4. Existenţa caracterului strict electromagnetic al lui W şi $\mathbf{S}$ este acel fapt, care *permite separarea* energiei electromagnetice de celelalte forme ale energiei, care pot fi simultan prezente (FCA).

5. Densitatea de energie a cîmpului electromagnetic poate depinde explicit şi de *istoria* cîmpului, nu numai de starea sa actuală (TT).

6. Trebuie să se *presupună* că există o densitate de energie a cîmpului electromagnetic şi un flux al acestei energii, care depind *numai* de cîmpurile $\mathbf{E}$ şi $\mathbf{B}$ (F).

7. Conceptele ca *energia* şi *impulsul* cîmpului electromagnetic reprezintă *detalii* şi pot fi *deduse* din ecuaţiile lui Maxwell şi din legile constitutive (PH).

8. Energia şi impulsul cîmpului elecrtomagnetic sînt cantităţi *derivate*, deci *nu* există nici-un motiv ca ele să aibă *aceeaşi* formă în diferitele formulări ale electrodinamicii (PH).

9. *Oricine* acceptă expresiile simple *Df.* 3.2, 3.3, găsite prin calcul, pentru densitatea de energie a cîmpului electromagnetic şi pentru fluxul acestei energii (F).

10. Se pare că *nu* există o cale *unică* pentru a determina dispunerea spaţială a enegriei cîmpului electromagnetic (F).

11. Se admite că *cea mai simplă* soluţie a problemei determinării caracteristicilor energetice ale cîmpului electromagnetic este *şi corectă* (F).

12. Este de asemenea accentuată lipsa înţelegerii proprietăţilor de conservare şi de transformare a energiei în situaţiile în care apar energii de *polarizare* şi sau de *magnetizare* (PH).

13. În realitate astăzi *nu* se ştie sigur care este *distribuţia* reală a energiei cîmpului electromagnetic în spaţiu (F).

14. Există o *infinitate* de posibilităţi pentru a alege expresia densităţii de energie şi a fluxului energetic electromagnetic (F).

VI. DESPRE FORȚA PONDEROMOTOARE A CÎMPULUI E. M.

1. Din expresiile admise decurge *univoc* expresia pentru *forța* ponderomotoare și legea pentru transformarea energiei e.m. în alte forme de energie (Ta).

2. Definiția tensorului macroscopic al tensiunii e.m. constă în faptul că acest tensor trebuie să descrie corect *nu numai* rezultanta forțelor ponderomotoare aplicate asupra unui volum macroscopic arbitrar, ci și *momentul* rezultant al acestor forțe trebuie să se exprime prin tensiunile e.m. aplicate pe frontiera acelui volum (Ta).

3. Pentru determinarea forței ponderomotoare și a tensorului tensiunilor e.m. trebuie să se plece de la *variația energiei* corespunzătoare unei deplasări a mediului (Ta).

4. Forța cu care acționează cîmpul e.m. asupra unui solid, *nu* poate fi calculată operînd cu varierea lucrului virtual, fără ca această operație să nu includă și energia *mecanică* a corpului, necesară pentru a *deforma* solidul (F).

5. Problema determinării forțelor cîmpului e.m. care acționează în interiorul unui solid, este într-un sens *nedeterminată* (F).

6. Problema determinării forței ponderomotoare, a energiei și a tensorului energie-impuls al cîmpului e.m. macroscopic *se poate rezolva* prin aplicarea principiului conservării energiei („criteriul termodinamic"), *fără* ipoteze suplimentare și *fără* particularizarea proprietăților de material (Ti).

7. Problema acțiunilor ponderomotoare ale c.e.m. *nu* este clarificată (Ti).

8. *Nu* este necesar să se cunoască procedeul prin care se poate calcula forța exercitată de c.e.m. în interiorul unui dielectric solid (F).

9. Forța cu raza *mare* de acțiune (adică forța ponderomotoare a c.e.m. macroscopic) care acționează asupra unui volum material elementar *nu* poate fi exprimată printr-o *densitate* volumică de forță înmulțită cu volumul corespunzător (Brown ≡ Br).

10. Cauza absenței densității de forță constă în faptul că orice forță cu raza *mare* de acțiune conține un termen care depinde de *forma* volumului (Br).

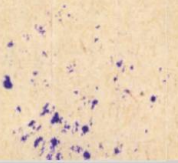
11. Orice teorie a proprietăților dinamice ale c.e.m. trebuie să fie făcută la nivelul aproximației dipolare și aceasta se poate face exact *numai* prin mijloacele pur macroscopice (Ti).

12. Toate procedeele utilizate (pînă în anul 1957) pentru determinarea proprietăților dinamice și termodinamice ale c.e.m. macroscopic folosesc *ipoteze suplimentare*, care depășesc cadrul inițial al teoriei c.e.m. macroscopic (Ti).

13. Acțiunile *dinamice* ale c.e.m. *macroscopic* se determină admițînd că fiecare element de volum al dielectricului conține o distribuție *microscopică* de sarcini electrice legate (Eringen, Dixon ≡ ED).

14. Forța *microscopică* care acționează asupra unei sarcini *microscopice* este egală cu forța Lorentz și se exprimă prin cîmpurile *macroscopice* (ED).

15. Legea lorentziană a forței *nu* ține seama de *reacțiunea* cîmpului propriu al corpului și *nu* este valabilă în cazul corpurilor aflate în mișcare de *rotație* (Bu).



16. Teoria lui Lorentz este *depășită*, deoarece *nu* ține seama de *spinul* particulelor elementare (Ti).

17. Legea lorentziană a forței este valabilă numai pentru cîmpuri e.m. *externe* și pentru *monopoluri* electrice (Bu).

18. Forța și momentul rezultant, *macroscopic*, care acționează asupra unui element de volum al dielectricului *se calculează* efectuînd *medierea* pe elementul de volum a forțelor și momentelor *microscopice*, care acționează asupra sarcinilor legate, conținute în elementul de volum considerat (ED).

19. Prin medierea forțelor e.m. microscopice se obțin *toate* forțele macroscopice, deci și forțele *elastice* (Ti).

20. Metoda *medierii*, pornind de la microelectromagnetism, metoda *modelelor* intuitive privind structura corpurilor polarizate și magnetizate și metoda mărimilor *efective*, responsabile de exercitarea forțelor, reprezintă procedee *nesatisfăcătoare*, inconsistente, arbitrare și inutile (Ti).

21. Pentru a dezvolta o reprezentare macroscopică a materiei polarizate și magnetizate, *înainte de toate* trebuie să se postuleze un *model* al momentului dipolar al polarizării și al magnetizării fiecărui electron (FCA).

22. Pentru construirea electrodinamicii macroscopice se postulează alegerea modelului cu *sarcini magnetice* (FCA).

23. Se postulează că elementul prin care sau asupra căruia se exercită forța c.e.m. este un *dipol* (Br).

24. Este dificilă realizarea unei *distincții unice* între forțele electrice, datorite cîmpului și forțele mecanice datorite solidului (F).

25. Forța magnetică cu rază mare de acțiune (adică forța ponderomotoare a c.e.m. macroscopic) asupra unui solid magnetizabil, — poate fi *calculată* folosind : (*a*) densitatea volumică de *dipoli* ; (*b*) densități volumice și superficiale de *poli* ; (*c*) densități volumice și superficiale de *curenți ampèrieni* (Br).

26. Problema determinării forțelor și momentelor exercitate de cîmpul e.m. asupra unei porțiuni de corp și problema determinării expresiilor impulsului, fluxului de impuls, energiei și fluxului de energie, *nu* au căpătat pînă azi o soluționare generală, *nesubordonată* proprietăților de material (Ti).

27. *Separarea* forței totale într-una cu rază *mică* de acțiune și într-una cu rază *mare* de acțiune necesită introducerea unei definiții *arbitrare* a forței ponderomotoare a c.e.m. macroscopic (Br).

28. Forța calculată *formal* pe baza legii lui Biot-Savart și printr-o dublă integrare a forțelor *elementare* este *prin definiție* forța cu raza mare de acțiune sau forța ponderomotoare a c.e.m. macroscopic (Br).

29. Forța calculată prin procedeul indicat *diferă* de forțele obținute prin alte metode *numai* prin termeni care corespund unor forțe cu rază mică de acțiune și acești termeni trebuie să fie incluși în *tensiunile* de origine pur mecanică (de tip Cauchy) (Br).

30. Forțele electro- și magnetostatice, conform ipotezelor admise, acționează la *distanță* (Br).

31. Teoria cîmpului s-a dezvoltat *în opoziție* cu teoria acțiunii la distanță tocmai cu scopul de a oferi o teorie compatibilă a forțelor și

momentelor exercitate „la distanţă" între corpuri cu caracterul *finit* al vitezei de propagare a acţiunilor fizice; cîmpul este „intermediarul" transmisiunii acţiunilor între corpuri îndepărtate între ele (Ti).

VII. DESPRE CUPLUL PONDEROMOTOR AL CÎMPULUI E. M.

1. Tensorul tensiunilor e.m. în dielectrici trebuie să fie *asimetric* (Ta).

2. Cuadritensorul energie-impuls al c.e.m. macroscopic este *simetric* (FCA).

3. Un c.e.m. acţionînd asupra unui dielectric produce un *cuplu* de volum (ED).

4. *Densitatea de cuplu* corespunzător forţelor *magnetice nu* este nulă (Br).

5. Problema simetriei tensorului energie-impuls microscopic este o problemă *deschisă* (Ti).

VIII. DESPRE TENSIUNEA C.E.M. ŞI DESPRE TENSIUNEA MECANICĂ (DE TIP CAUCHY)

1. Tensorul tensiunilor mecanice într-un dielectric elastic este *asimetric* (ED).

2. Dacă este necesară cunoaşterea tensiunii (mecanice) într-un dielectric solid, ea poate fi *calculată* (F).

3. Tensiunile (mecanice şi e.m.) *nu* pot fi unic *definite*, dacă în definiţia vectorului tensiune sînt evitate conceptele superflue şi se specifică numai acele proprietăţi care în principiu sînt *observabile* (Br).

4. Componentele „*tensorului*" tensiune (de tip Cauchy) *nu* au proprietăţile de transformare ale componentelor unui tensor, la o rotaţie a axelor de coordonate (Br).

5. În teoria interacţiunii electromecanice *nu* pot fi preluate formulele din teoria *elasticităţii* şi este necesară *refacerea* analizei stării de tensiune, incluzînd forţa e.m. şi cuplul e.m. (Br).

6. *Prin definiţie* se poate introduce un nou vector tensiune care se exprimă printr-un *tensor*, tensiunea avînd componente care satisfac relaţiile uzuale ale calculului tensorial (Br).

7. *Orice* vector tensiune astfel introdus *conţine* termeni cu rază mare de acţiune, *dependente de formă* (Br).

8. *Orice* astfel de definiţie *modifică*: (*a*) ecuaţiile de mişcare; (*b*) condiţiile la limită; (*c*) forţa ponderomotoare (Br).

9. *Nu* există cale *unică* pentru a *separa* forţa e.m. exercitată de o parte a corpului asupra unei părţi adiacente, într-un termen cu rază mare de acţiune, calculabil prin macroelectromagnetism şi într-un termen cu rază mică de acţiune, calculabil prin tensiuni (de tip Cauchy) (Br).

IX. DESPRE TESTABILITATEA ELECTRODINAMICII CLASICE

1. Sistemul de ecuaţii (4.14), (4.15), (4.16) capătă un *conţinut fizic* numai dacă se indică exact în ce fenomene accesibile observaţiei şi studiului *experimental* şi în ce fel se manifestă c.e.m. (Ta).

2. Diferența între concluziile testabile ale teoriei lui Minkowski, respectiv ale teoriei lui Abraham, în aplicații la medii izotrope, *cantitativ* sînt atît de neînsemnate, încît experiența *nu* dă posibilitatea de a stabili care din aceste teorii este corectă (Ta).

3. Pînă acum nu a fost imaginată *nici o* metodă experimentală pentru a determina care din expresiile posibile ale energiei e.m. este corectă (F).

4. Modelul ampèrian, bazat pe microcircuite de curenți electrici *nu* poate fi distins prin *măsurători*, de modelul bazat pe dipoli magnetici, sau pe sarcini magnetice (poli magnetici), deoarece, *conform ipotezei*, curenții, dipolii și polii produc *același cîmp* (FCA).

5. În studiul proprietăților dinamice ale c.e.m. pot fi deduse o mare varietate de formule, *echivalente* în privința oricărei cantități observabile, dar *ireductibil incompatibile* în ceea ce privește formulele pentru tensiuni (Br).

6. În privința cantităților *observabile*, diferitele metode indicate, sînt *echivalente* între ele (Br).

7. Cele *patru* formulări sînt *echivalente*, în sensul că prezic aceleași valori *numerice* ale mărimilor experimental măsurabile (PH).

8. Sînt *experimental măsurabile* numai valorile cîmpurilor e.m. în vid și mișcările și deformările corpurilor (PH).

9. Ideile conform cărora cîmpurile e.m. depind de *procesele de măsurare* sînt inconsistente (Bu).

10. Opiniile conform cărora o teorie de cîmp leagă rezultate ale măsurătorilor sînt *eronate* (Bu).

11. Intensitățile de cîmp se măsoară *indirect*, prin efectele lor ponderomotoare (Bu).

6. CARACTERIZAREA SITUAȚIEI DIN ANUL 1975

În urma cercetării atente a celor 119 propoziții înșirate în paragraful precedent se constată că aproape fiecărei afirmații menționate îi corespunde cel puțin un punct de vedere care exprimă negarea valabilității afirmației respective sau chiar susține adevărul acestei negări. Părerile prezentate aparțin perioadei dintre anii 1949—1967 ; s-ar putea crede că în ultimii 10 ani situația teoriilor clasice ale electrodinamicii s-a îmbunătățit. Se va vedea imediat că lucrurile *nu* stau deloc așa ! Pentru justificarea acestei constatări ne mulțumim cu prezentarea extrem de sumară a unui singur exemplu semnificativ.

În perioada 23—30 august 1975, în Varșovia, s-au desfășurat lucrările Simpozionului dedicat studiului cîmpurilor fizice în medii materiale. Dintre comunicările prezentate, cea de sinteză a lui Pao [11] este caracteristică și arată limpede că situația electrodinamicii clasice continuă să fie nesatisfăcătoare ; autorul chiar la începutul comunicării sale arată că : „Această lucrare trece în revistă *cîteva* din teoriile *curente* ale electrodinamicii mediilor mobile și deformabile. Aceste teorii sînt bazate pe cîte o formulare specială (*particulară*) a ecuațiilor lui Maxwell pentru medii mobile și pe principii și postulate *adiționale* privind interacțiunile cîmpului e.m. cu corpurile aflate în mișcare. Deci rezultatele finale pentru forțele,

tensiunile și cuplurile e.m. care acționează asupra corpurilor și expresiile energiei e.m. furnizată mediilor materiale sînt *total diferite* între ele".

În continuare autorul prezintă pe scurt unele teorii existente în prezent și concluzia finală a lui Pao reflectă fidel situația actuală a electrodinamicii clasice : „În legătură cu diferitele teorii noi *credem* — afirmă autorul — că teoria lui Minkowski este corectă numai pentru corpurile rigide, mișcîndu-se cu o viteză constantă. Conceptul forțelor macroscopice de tip Maxwell-Lorentz este valabil numai pentru medii staționare. Deci sau teoria statistică sau teoriile reprezentaționale (bazate pe modele intuitive, n.n.) ale electrodinamicii trebuie să fie aplicate pentru medii mobile, deformabile".

Dar atîta timp cît *decizia* trebuie să fie luată *pe baza credinței* și *nu* este susținută de o teorie științifică ipotetico-deductivă, experimental verificabilă, situația electrodinamicii clasice continuă să fie deplorabilă (Q.E.D. !), cum susține pe bună dreptate Bunge în monografia sa consacrată fundamentelor fizicii actuale.

Primită la redacție la 12 martie 1977

MODEL DE CALCUL PENTRU DETERMINAREA TASĂRII CONSTRUCȚIILOR, LUÎND ÎN CONSIDERARE PROPRIETĂȚILE REOLOGICE ȘI EREDITARE ALE MASIVELOR DE PĂMÎNT

de ALECSANDRU VAICUM

Institutul de fizică și tehnologia materialelor

În lucrare, se prezintă un model nou de calcul al tasărilor probabile a construcțiilor, considerînd masivul de pămînt ca un mediu viscoelastic liniar cu importante efecte ereditare și solicitat în perioada de execuție de o încărcare liniar variabilă (sarcinile gravitaționale), iar în timpul exploatării de o încărcare constantă (încărcări gravitaționale și cele utile). În acest mod, modelul de calcul simulează mai corect modul de încărcare și de deformare a masivului de pămînt, ceea ce se va concretiza în diminuarea diferențelor de calcul care există în etapa actuală între rezultatele teoretice și cele experimentale.

Pentru exemplificare, s-a aplicat modelul elaborat, la determinarea valorii tasărilor unei construcții amplasate pe un masiv de pămînt deformabil nesaturat al cărui model mecanic și relațiile fundamentale corespunzătoare au fost elaborate anterior, de autor pe baza unor considerente microreologice.

Tasarea construcțiilor este una din problemele fundamentale pe care trebuie să le rezolve mecanica pămînturilor, des întîlnită în practică și uneori cu consecințe grave privind stabilitatea și exploatarea construcțiilor în bune condițiuni. Complexitatea fenomenului, multitudinea factorilor care intervin și o cunoaștere insuficientă a fenomenului a determinat un număr mare de specialiști să-și concentreze activitatea în găsirea unor soluții care să permită o evaluare a tasărilor probabile cît mai apropiată de valoarea care o va avea în timpul exploatării construcțiilor.

Deși au fost elaborate pînă acum multe modele de calcul, totuși rezultatele, de multe ori sînt nesatisfăcătoare, menținîndu-se diferențe apreciabile între rezultatele teoretice și valoarea tasărilor măsurate pe construcții în adevărată mărime.

Cunoașterea insuficientă a fenomenului fizic și a influenței diferiților factori a permis elaborarea unui număr mare de modele matematice, unele simplificînd foarte mult fenomenul, altele din contră, au condus la dezvoltări analitice complexe pentru care nu s-au găsit soluții decît în în anumite cazuri particulare dar fără a se obține o apropiere mai mare între rezultatele teoretice și valoarea reală a tasărilor.

Toate acestea au determinat pe unii specialiști practicieni să considere că în etapa actuală de cunoaștere nu este posibilă o evaluare satisfăcătoare a tasărilor probabile ale unei construcții cu ajutorul metodelor

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 2, 1978, P. 221–228

teoretice, recomandînd ca singura cale posibilă, utilizarea datelor statistice obținute prin măsurători pe construcții în adevărată mărime, executate anterior pe amplasamente și în condiții similare.

Totuși, executarea măsurătorilor, pe lîngă faptul că necesită o tehnologie mai dificilă, de lungă durată, cu multiple posibilități de erori, nu permite de multe ori, decît o utilizare parțială a rezultatelor, iar interpretarea lor poate conduce la concluzii diferite în funcție de experiența observatorului sau de condițiile particulare în care s-au făcut măsurătorile și care pot conduce la o evaluare greșită a tasărilor.

Ținînd seama de aceste observații, se consideră că în etapa actuală, este posibil și este necesar a se găsi soluții teoretice perfecționate, dealtfel singura cale spre progres, dar a căror modele matematice să simuleze cît mai corect modul de încărcare și de deformare a masivului de pămînt luînd în considerare cît mai apropiate de realitate propretățile lui mecanice, fără a se ajunge la dezvoltări matematice laborioase prin luarea în considerare a tuturor factorilor de influență dar și fără simplificări exagerate. Pînă acum, au fost puțin valorificate unele teorii moderne ca aceea a dislocațiilor [3] sau a interacțiunii diferitelor faze [1] (ținînd seama că pămînturile sînt medii polifazice) aceste teorii ar putea conduce la modele de calcul mult mai riguroase).

Cele mai multe din modelele actuale de calcul utilizează schema elastic liniară, considerînd că deformația masivului de pămînt într-un punct depinde numai de intensitatea componentei normale a tensiunii în acel punct în momentul respectiv, independent de intervalul de încărcare. Dacă valoarea tensiunii la momentul respectiv este egală cu zero, indiferent de istoria încărcărilor, valoarea tasării este egală cu zero, deci pămînturile se consideră medii fără memorie, sau fără efecte ereditare (fig. 1*a*).

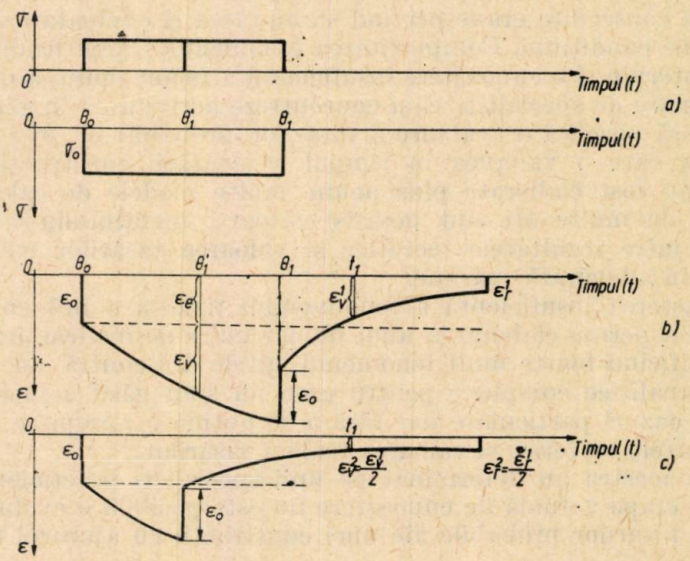


Fig. 1

În figura 2, se arată modul de evoluție real în timp atît a încărcărilor cît și a tasărilor unei construcții de locuințe $P + 10$ avînd o structură din beton armat monolit în cadre cu parter elastic și radier general, fundată pe un strat de praf nisipos argilos la 1,40 m adîncime. Pe o porțiune,

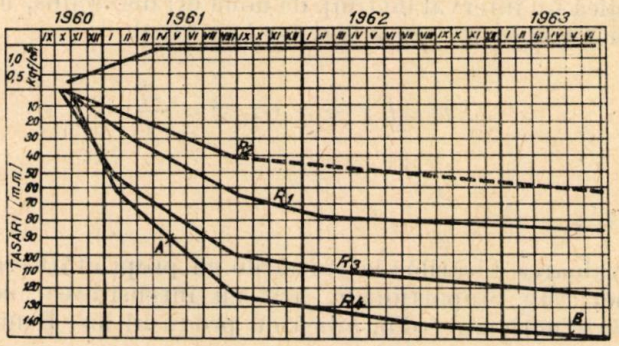


Fig. 2

din cauza terenului de umplutură, fundarea s-a făcut la 2,80 m, unde a fost amplasat reperul R_4. Din această cauză, se și explică tasările diferențiale care au apărut la cele 4 repere amplasate pe perimetrul construcției.

Din analiza rezultatelor măsurătorilor prezentate în figura 2, se observă că valoarea tasărilor într-un punct, nu depinde numai de intensitatea încărcărilor din acel punct ci și de timpul cînd s-a executat măsurarea tasării în raport cu începerea încărcării. Astfel, urmărind modul de evoluție în timp a tasării punctului unde a fost amplasat R_4, se observă că dacă în luna mai 1961 (marcat prin litera A) valoarea tasării era de 90 mm, în luna mai 1963 (punctul B) valoarea tasării a crescut la 148 mm adică cu 65 %, deși încărcarea s-a menținut constantă. Aceasta ne arată, că pămînturile compresibile *au accentuate proprietăți reologice*, care trebuie luate în considerare la evaluarea tasărilor, adică se comportă ca medii vîscoelastice cu importante fenomene în timp.

Dacă se consideră că un masiv de pămînt la timpul $t = \theta_0$ este încărcat brusc cu o sarcină σ_0 care se menține constantă pînă la $t = \theta_1$, atunci modul de evoluție în timp a deformației este arătat în figura 1 *b*.

Pentru $t < \theta_0$; $\varepsilon = 0$ deci se consideră că masivul de pămînt nu a mai fost încărcat înainte de timpul $t = \theta_0$.

În intervalul $\theta_0 < t < \theta_1$

$\sigma = \sigma_0$ $\qquad$ ε_e = tasarea elastică

$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_v$

$\varepsilon_e = \varepsilon_0 = K\sigma_0$; $\qquad$ $\varepsilon_v = f(t)$ — funcție crescătoare

La timpul $t = \theta_1$ se produce descărcarea bruscă a masivului de pămînt ($\sigma = 0$)

$\varepsilon_v^1 = f(t)$ funcție descrescătoare.

Cînd $t \to \infty$; $\varepsilon \to \varepsilon_v$ (deformație remanentă).

Deci, după descărcare, deformația descrește și tinde spre o valoare constantă ε_r.

Aceste corpuri la care după îndepărtarea încărcării se menține o anumită deformație, chiar după un interval infinit de mare de timp *se numesc corpuri cu memorie sau cu fenomene ereditare.*

Dintre materialele de construcții cele mai utilizate, pămînturile prezintă cele mai accentuate fenomene ereditare.

Dacă se presupune că același masiv de pămînt este încărcat la timpul $t = \theta_0$ cu aceeași sarcină σ_0, menținîndu-se această încărcare însă numai pînă la θ_1', adică un interval de timp de două ori mai redus, atunci evoluția deformațiilor va fi ca în figura 1 *c*, iar la timpul

$$t = t_1\,;\quad \sigma = 0\,;\quad \varepsilon_v^2 = \frac{\varepsilon_v^1}{2}$$

cînd $t \to \infty\,;\ \varepsilon \to \varepsilon_r^2 = \dfrac{\varepsilon_r^1}{2}$.

Deci, valoarea tasărilor la corpurile cu proprietăți ereditare într-un anumit punct este proporțională atît cu intensitatea încărcării dar și cu durata ei de acționare ($d\theta$), adică cu produsul lor. Pentru un element infinit mic $d\varepsilon(t)$ se poate scrie

$$d\varepsilon(t) = K_0 \sigma\,(\theta) \cdot d\theta. \tag{1}$$

Pentru a obține informații privind factorul de proporționalitate K_0, dacă se va considera în exemplul precedent că încărcarea nu s-ar fi produs la timpul θ_0 ci la timpul θ_1', iar descărcarea s-ar fi produs la θ_1, adică intervalul de încărcare ar fi același, ca în cazul precedent, atunci factorul de proporționalitate ar fi fost $K' < K_0$ deoarece $t_1 - \theta_1' < t_1 - \theta_0$, adică acest factor este în funcție de intervalul dintre timpul de aplicare al încărcării și timpul cînd s-a făcut măsurarea tasării, deci

$$K = f(t - \theta). \tag{2}$$

Acest factor se numește *funcția de memorie* a pămîntului respectiv. Deci, se poate scrie că tasarea rămasă la un timp t într-un punct oarecare, datorită încărcărilor anterioare (considerînd că în acel moment punctul nu este încărcat) va fi

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} \sigma(\theta) \cdot f(t - \theta) d\theta. \tag{3}$$

Dacă se consideră că la timp r se aplică în punctul unde se determină tasarea o nouă încărcare $\sigma(t)$ atunci tasarea la timpul t în același punct va fi (considerînd fenomenul axial simetric)

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \int_{-\infty}^{t} \sigma(\theta) \cdot f(t - \theta) \cdot d\theta. \tag{4}$$

Pentru a se vedea semnificația fizică a funcției de memorie, se consideră că la timpul $\theta < 0$, $\sigma = 0$ iar brusc la $t = \theta$, se aplică o încărcare

$\sigma(t) = \sigma_0 = \text{const.}$, atunci ecuația (4) pentru valoarea tasării la timpul t va fi [2]

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \int_0^t \sigma_0 \cdot f(t-\theta) \cdot d\theta = \sigma_0 \left[\frac{1}{E} + F(t) - F(0) \right] \tag{5}$$

$F(t)$ primitiva lui $f'(t)$.

Dacă $F(t)$ se alege astfel ca $F(0) = \frac{1}{E}$, atunci

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \cdot F(t) \tag{6}$$

Se observă că $F(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0}$ este o funcție de fluaj.

Se poate afirma atunci că *derivata funcției de fluaj este funcția de memorie a masivului de pământ respectiv.*

Deci, pentru a determina tasarea unui punct al masivului de pământ la un anumit timp t, ținînd seama și de efectele ereditare, este necesar să se cunoască valoarea tensiunii normale în acel punct, modul cum a variat această încărcare în timp și funcția de fluaj.

O altă simplificare care se face de obicei, în schemele actuale de calcul (fie cea elastic liniară sau vîscoelastic liniară) cu consecințe negative asupra exactității rezultatelor teoretice, este aceea că se consideră că la momentul $t = 0$ sau la $t = \theta_1$, se aplică brusc o încărcare de intensitate maximă (σ_0) și care se menține constantă în tot timpul exploatării construcției. Această ipoteză afectează valoarea tasărilor ereditare, după cum s-a arătat mai înainte, care depinde atît de timpul de încărcare cît și de intervalul de la încărcare — pînă la timpul cînd se determină tasarea. De aceea, se propune ca în modelul de calcul să se considere încărcarea liniar variabilă în intervalul de timp de la $t = 0$ pînă la $t = \theta_1$ (timpul de execuție) și după aceea, sarcina menținîndu-se constantă (de obicei $\sigma_0 > A \cdot \theta_1$ din cauza sarcinii utile) sau un regim de încărcări și descărcări succesive ca la silozuri sau alte construcții industriale.

Pentru a vedea în ce măsură aceste considerente pot fi aplicate și dacă rezultatele conduc la o corectare mai importantă a valorii tasărilor se vor utiliza ipotezele propuse la un model de calcul stabilit anterior [4].

Deoarece s-a considerat că microreologia ar putea să ofere condiții mai corecte de simulare a deformării masivelor de pământ sub acțiunea încărcărilor, a fost elaborată o teorie generală a deformării lor, ținînd seama de continua redistribuire a tensiunilor între legăturile dintre particule și de interacțiunea dintre faze (pământul fiind considerat ca un mediu bifazic). Pe baza acestor considerente, s-a reușit ca toate categoriile de pământuri să fie cuprinse în 4 grupe pentru care s-au constituit modelele mecanice respective și s-au stabilit relațiile fundamentale : ecuațiile de stare, de fluaj și de relaxare [4], [5], [6].

Se va aplica modelul de calcul propus pentru evaluarea tasărilor probabile la ecuaţiile stabilite în cazul pămînturilor nesaturate cu schelet rigido-elastic (fig. 3).

Pentru modelul respectiv, ecuaţiile fundamentale sînt

a) *Ecuaţia de stare*

$$\left(\frac{E_1+E_2}{E_2}\cdot\frac{\partial}{\partial t}+\frac{E_1}{\eta}\right)\varepsilon(t)=\left(\frac{E_0+E_1}{E_0\cdot\eta}+\frac{E_0+E_1+E_2}{E_0\cdot E_2}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\right)\sigma(t). \qquad (7)$$

b) *Funcţia de fluaj*

$$F(t)=\left(1+\frac{E_1}{E_0}\right)-\frac{1}{e^{K.t}}\left(1+\frac{E_1-1}{E_0}\right);\quad K=\frac{E_2}{\eta(E_1+E_2)}. \qquad (8)$$

Modul de încărcare a masivului de pămînt, se va considera conform situaţiei reale, adică la timpul $t=0$ începe execuţia, deci încărcarea masivului de pămînt, care se desfăşoară în mod ritmic pînă la timpul $t=\theta_1$ cînd se termină execuţia, după aceea în scurt timp este aplicată şi încărcarea utilă (ocuparea de către locatari a blocului de locuinţe sau instalarea utilajelor etc.). Avînd în vedere execuţia unor construcţii similare într-un număr destul de mare, se poate aprecia un timp mediu de execuţie şi să se considere că în intervalul de timp de la $t=0$ la $t=\theta_1$ se aplică o încărcare liniar variabilă, adică

$$\sigma=A\cdot\theta. \qquad (9)$$

Pentru restul intervalului de la θ_1 la t, se aplică o sarcină constantă $\sigma_0 > A\,\theta_1$ şi se menţine şi în momentul cînd se determină tasarea la timpul t.

Conform principiului suprapunerii efectelor a lui Bolzmann, tasarea în punctul t va fi o sumă a tasărilor produse de cele două feluri de încărcări (fig. 4).

$$\varepsilon(t)=\varepsilon_{\mathrm{I}}+\varepsilon_{\mathrm{II}} \qquad (10)$$

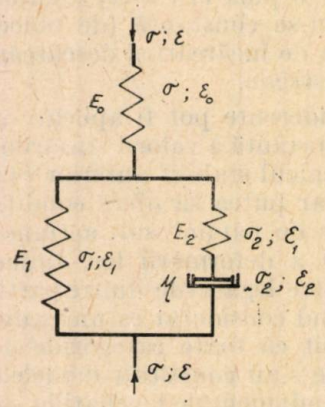


Fig. 3

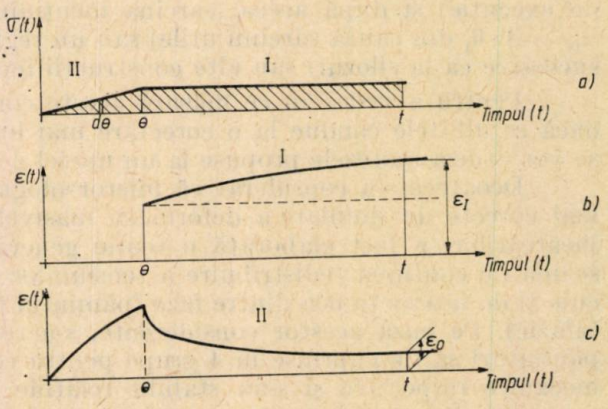


Fig. 4

ε_I = tasarea la timpul t cînd la timpul θ_1 s-a aplicat brusc o sarcină const. $\sigma_0 > A\theta_1$ deoarece a intervenit și sarcina utilă (utilajul sau locatari);

ε_{II} = tasarea rămasă la timpul t, cînd s-a aplicat, începînd cu $t = 0$, o încărcare variabilă $\sigma = A\theta$ pînă la timpul $t = \theta_1$.

Mai întîi, se va determina tasarea în punctul θ_1, datorită încărcării triunghiulare $\sigma = A\theta$ și ținînd seama de efectele ereditare.

Funcția de fluaj a fost prezentată în ecuația (8).

Dacă se fac notațiile

$$K = \frac{E_2}{\eta(E_1 + E_2)}\ ;\ K_1 = \left(1 + \frac{E_1}{E_0}\right);\ K_2 = \left(1 + \frac{1 - E_1}{E_0}\right),$$

atunci funcția de fluaj va avea forma

$$F(t_1\sigma_0) = K_1 - K_2 e^{-K\cdot t}, \tag{11}$$

iar funcția de memorie

$$F'(t,\sigma_0) = K\cdot K_2\cdot e^{-K\cdot t}. \tag{12}$$

Se va determina în prima etapă tasarea în punctul $t = \theta_1$ luînd în considerare și fenomenele ereditare, deci

$$\varepsilon(\theta_1) = \int_0^{\theta_1} \sigma(\theta)\cdot F'(\theta_1 - \theta)\cdot d\theta, \tag{13}$$

$$\sigma(\theta) = A\cdot\theta,$$

$$\varepsilon(\theta_1) = \int_0^{\theta_1} A\cdot\theta\cdot K\cdot K_2\cdot e^{-K\cdot(\theta_1-\theta)}d\theta. \tag{14}$$

Rezolvînd integrarea, rezultă

$$\varepsilon(\theta_1) = AK_2\left[\theta_1 - \frac{1}{K}(1 + e^{-K\cdot\theta_1})\right]. \tag{15}$$

Pentru a determina valoarea lui ε_{II}, adică tasarea remanentă în punctul t datorită încărcării liniar variabilă în intervalul de la 0 la θ_1, se va scrie valoarea deformației în timp cînd s-a produs descărcarea la timpul $t = \theta_1$.

Ecuația de stare a corpului din figura 3, [4] este

$$\frac{E_1 + E_2}{E_2}\dot{\varepsilon}(t) + \frac{E_1}{\eta}\varepsilon(t) = \frac{E_0 + E_1}{E_0\cdot\eta}\sigma(t) + \frac{E_0 + E_1 + E_2}{\eta\cdot E_2}\cdot\dot{\sigma}(t). \tag{16}$$

Se introduce $\sigma = 0$ și $\dot{\sigma} = 0$ și se integrează, dar deoarece noua origine a timpului este $t = \theta_1$, se va lua o nouă variabilă independentă $t_1 = t - \theta_1$

$$\int \frac{\dot{\varepsilon}(t_1)}{\varepsilon(t_1)} dt_1 = -\frac{E_1}{\eta} \cdot \frac{E_2}{(E_1 + E_2)} \int dt_1 + C. \tag{17}$$

Se notează $K_3 = \dfrac{E_1 \cdot E_2}{\eta(E_1 + E_2)}$,

$$\varepsilon(t) = C \cdot e^{-K_3(t-\theta_1)}. \tag{18}$$

Deoarece pînă la θ_1 a avut loc o tasare $\varepsilon(\theta_1) = C$, rezultă

$$\varepsilon_{II} = AK_2 \left[\theta_1 - \frac{1}{K} \left((\lambda + e^{-K \cdot \theta_1}) \right] \cdot e^{-K_3(t-\theta_1)}. \tag{19}$$

Pentru determinarea lui ε_I se va scrie valoarea deformației în punctul t considerînd că în punctul θ_1 s-a aplicat o încărcare constantă σ_0 care se păstrează și în punctul t, adică

$$\varepsilon_I = \frac{\sigma_0}{E_0} + \int_0^t \sigma(\theta_1) \cdot F'(t - \theta_1) d\theta_1. \tag{20}$$

Făcînd înlocuirile corespunzătoare

$$\varepsilon_I = \frac{\sigma_0}{E_0} + \int_0^t \sigma_0 \cdot K \cdot K_2 \cdot e^{-K(t-\theta_1)} d\theta_1. \tag{21}$$

Integrînd, se obține

$$\varepsilon_I = \sigma_0 \left[\frac{1}{E_0} + K_2 \cdot e^{-K \cdot t} \right]. \tag{22}$$

Deci, valoarea tasării în punctul t este

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_I + \varepsilon_{II} = \sigma_0 \left[\frac{1}{E_0} + K_2 \cdot e^{-K \cdot t} \right] + A \cdot K_2 \left[\theta_1 - \frac{1}{K} (1 + e^{-K \cdot \theta_1}) \right] \cdot e^{-K_3(t-\theta_1)}. \tag{23}$$

Primită la redacție la 20 septembrie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. W. K. Nowacki, *Problèmes de la rhéologie*, Sympôsium franco-polonais, Varsovie 171, Editions scientifiques de Pologne, VARSOVIE, 1973.
2. Oliviu Rusu, Traian Gall, *Probleme moderne ale rezistenței materialelor*, Edit. tehnică, București, 1970.
3. C. Teodosiu, *Modele elastice ale defectelor cristaline*, Edit. Academiei R. S. România, București, 1977.
4. Alecsandru Vaicum *Contribution à l'établissement des fonctions rhéologiques pour les sols non saturés fortement compressibles*. Rév. Roum. Sci. Tech.—Méc. Appl., *6* (1968).
5. — *Modele reologice pentru calculul deformațiilor pămînturilor saturate*, St. cerc. mec. apl., *2* (1969).
6. — *Solutions structurales concernant les sols saturés, fortement compressibles*, Rév. Roum. Sci. Tech.—Méc. Appl., *1* (1971).

DETERMINAREA MATRICEI DE DEFORMABILITATE PENTRU ARGILA ELASTOPLASTICĂ *

de ECATERINA BORCIA
I.F.T.M.

Lucrarea are ca obiect analiza stării de tensiune și de deformație din masivele de pământ, considerate medii elastoplastice. Bazat pe rezultatele fundamentale obținute de școala de mecanică a pământurilor de la Cambridge, se determină matricea de deformabilitate, care permite utilizarea metodei elementului finit la calculul stării de tensiune și de deformație a masivelor de pământ considerate medii elastoplastice. Sînt prezentate rezultatele obținute în cazul unei probe supuse la compresiune axialsimetrică.

§ 1. INTRODUCERE

În prezent, pentru analizarea stării de tensiune și deformație din masivele de pământ se folosesc fie metode de calcul empiric, fie modelul elasticității liniare, care aproximează grosier comportarea reală, deosebit de complexă a masivelor de pământ.

Ținînd cont că în masivele de pământ deformația plastică apare și este semnificativă de la valori mici ale încărcării, chiar și în cele mai simple condiții de solicitare, vom considera că pământul rezistă la solicitările exterioare ca un mediu elastoplastic.

Rezultatele fundamentale pentru caracterizarea comportării mecanice a masivelor de pământ considerate medii elastoplastice au fost obținute de școala de mecanică a pământurilor de la Cambridge ([9], [5], [7], [6], [8], [4], [10]).

§ 2. IPOTEZE

Cadrul ipotetic în care se dezvoltă modelul elastoplastic este următorul:

I. Masivul de pământ este considerat un mediu continuu deformabil, izotrop, stabil în sensul postulatului de stabilitate al lui Drucker.

II. Axele principale ale tensorilor tensiune și deformație coincid.

III. Granulele solide se presupun indestructibile și antrenarea lor în curgerea apei prin pori neglijabilă.

IV. Faza lichidă se presupune incompresibilă.

* Lucrarea prezentată la cea de-a IV-a Conferință de Mecanică, București, 18–20 dec. 1975.

V. Un volum de argilă saturată se află în echilibru dacă şi numai dacă forţele care acţionează asupra lui formează un sistem static echivalent cu zero.

VI. În timpul deformării, se atinge starea critică. Spunem că s-a atins starea critică dacă deformaţia continuă să crească, în timp ce tensiunea şi indicele porilor rămîn constante.

Noţiunea de stare critică impunînd condiţii şi asupra comportării volumului, este mai restrictivă decît noţiunea de perfectă plasticitate.

Rezultatele obţinute de şcoala de mecanică a pămînturilor de la Cambridge au la bază experienţe de compresiune axial simetrică pe argila saturată normal sau uşor supraconsolidată ($n \in [1, 3]$, n = indice de supraconsolidare, definit în [4], [10]).

Relaţiile tensiune-deformaţie obţinute fiind bine verificate experimental de încercările de compresiune axial simetrică efectuate pe acest tip de argilă au fost ulterior extinse şi la alte tipuri de pămînturi şi la alte tipuri de solicitare.

În prezentul articol ne vom menţine în cadrul în care s-a construit teoria Cambridge.

Fie un cilindru de pămînt supus la compresiune axial simetrică. În aceste condiţii, tensiunile principale efective nu variază independent, între ele existînd relaţia

$$\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3.$$

O relaţie de acelaşi tip există şi între variaţiile deformaţiilor principale

$$\delta\varepsilon_1 > \delta\varepsilon_2 = \delta\varepsilon_3.$$

Pentru caracterizarea stării de tensiune şi deformaţie, se aleg următorii parametri:

— tensiunea normală (medie):

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_2), \tag{1}$$

— tensiunea deviatorică (de forfecare):

$$q = \sigma_1 - \sigma_2, \tag{2}$$

— variaţia deformaţiei de volum:

$$\delta v = \delta\varepsilon_1 + 2\delta\varepsilon_2, \tag{3}$$

— variaţia deformaţiei de formă (de forfecare):

$$\delta z = \delta\varepsilon_1 - \frac{1}{3}\delta v = \frac{2}{3}(\delta\varepsilon_2 - \delta\varepsilon_1). \tag{4}$$

Alegerea parametrilor de tensiune este în concordanţă cu observaţiile experimentale [2], conform cărora starea de tensiune din masivul

de pământ aferent unei fundații este caracterizată de un tensor sferic de componente :

$$\frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_2); \quad \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_2); \quad \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_2)$$

și de un tensor deviatoric de componente :

$$\frac{2}{3}(\sigma - \sigma_2); \quad -\frac{1}{3}(\sigma_1 - \sigma_2); \quad -\frac{1}{3}(\sigma_3 - \sigma_2).$$

Asupra stării de deformație se fac următoarele ipoteze suplimentare :

VII. Deformația totală are două componente, una elastică (reversibilă) și alta plastică (remanentă).

VIII. Deformația de formă este ireversibilă. Adică

$$\delta v = \delta v^r + \delta v^p,$$

$$\delta \varepsilon = \delta \varepsilon^p; \quad \delta \varepsilon^r = 0.$$

§ 3. ECUAȚII CONSTITUTIVE

Într-o experiență de compresiune axial simetrică, starea probei la un moment dat este complet determinată dacă se cunosc valorile tensiunilor p și q și a indicelui de pori e, la acel moment. Tripletul $\{e, p, q\}$ se numește *punct de stare*. Locul geometric al punctelor de stare se numește *suprafața de stare-limită* (fig. 1), care reprezintă frontiera domeniului tu-

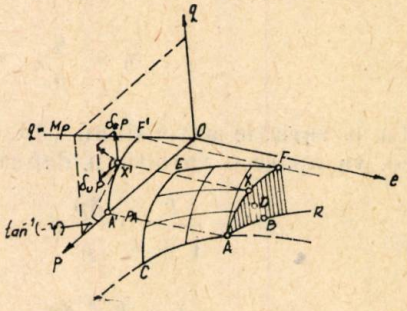


Fig. 1. — Suprafață de stare-limită :
AC — Curba de consolidare izotropă ;
AR — Curba de umflare izotropă ;
aF — Curba limită de elasticitate ;
AF — Curba limită de plasticitate ;
EF — Curba de stare critică.

turor stărilor pe care argila saturată le poate lua în timpul unei experiențe de compresiune axial simetrică. Intersecția acestei suprafețe cu planul (p, e) definește curba de consolidare izotropă AC, care reprezintă locul geometric al punctelor de stare pentru argila saturată într-un proces de încărcare într-un cîmp de presiune izotrop ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$). În procesul de descărcare, locul punctelor de stare este curba de umflare izotropă AR. Intersecția suprafeței de stare-limită cu planul (q, e) ce conține curba AC definește curba de stare critică EF.

În cadrul acestui model, se presupune că la încărcare și descărcare, în cazul compresiunii izotrope ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) se verifică Terzaghi cu coeficienți diferiți.

Deci curba AC verifică ecuația

$$e = e_i - \lambda \ln p, \tag{7}$$

curba AR verifică ecuația

$$e = e_d - k \ln p, \tag{8}$$

iar curba de stare-critică EF verifică ecuațiile

$$e = e_c - \lambda \ln p, \quad q = Mp. \tag{9}$$

S-au folosit notațiile:

$$e_i = e|_{p=1;\, AC} \quad e_d = e|_{p=1;\, AR} \quad e_c = e|_{p=1;\, EF}.$$

Proiecția curbei limită de elasticitate AF în planul tensiunilor (p, q) va fi curba limită de plasticitate AF. AF verifică ecuația integrală

$$\ln p + \int_0^M \frac{d\eta}{\psi + \eta} = 0 \tag{10}$$

și ecuația diferențială

$$\frac{\delta p_0}{p_0} - \frac{\delta p}{p} - \frac{\delta \eta}{\psi + \eta} = 0\,; \quad p_0 = p|_{\eta=0}, \tag{11}$$

unde ψ și η au următoarele semnificații:

$$\psi = \operatorname{tg}\alpha,$$

$$\eta = \frac{q}{p}, \quad \eta \in [0, M]. \tag{12}$$

La o variație a tensiunii $(\delta p, \delta q)$ capabilă să producă deformații plastice, va apare o variație a deformației care verifică relațiile:

$$\delta v^r = \frac{k}{1+e} \cdot \frac{\delta p}{p}, \tag{13}$$

$$\delta v^p = \frac{\lambda - k}{1+e} \left(\frac{\delta p}{p} + \frac{\delta \eta}{\psi + \eta} \right), \tag{14}$$

$$\delta v = \frac{\lambda}{1+e} \left[\frac{\delta p}{p} + \left(1 - \frac{k}{\lambda} \right) \frac{\delta \eta}{\psi + \eta} \right], \tag{15}$$

$$\delta \varepsilon^p = \frac{\lambda - k}{1+e} \left(\frac{\delta p}{p} + \frac{\delta \eta}{\psi + \eta} \right) \frac{1}{\psi}. \tag{16}$$

Eliminarea parametrului ψ din aceste ecuații se face printr-o metodă energetică. Se consideră că energia totală se poate despărți în două părți, una reversibilă δU și alta remanentă, δW.

Ținînd cont de parametrii folosiți ([1] — [4]) δU și δW, vor fi definite prin

$$\delta U = p\delta v^r + q\delta\varepsilon^r = p\delta v^r, \tag{17}$$

$$\delta W = p\delta v^p + q\delta\varepsilon^p. \tag{18}$$

Introducînd în expresia energiei disipative (18) relațiile (14) și (16) se obține

$$\psi = \frac{1}{p\delta\varepsilon^p}\delta W - \eta. \tag{19}$$

Deci se poate elimina parametrul ψ, dacă se cunoaște valoarea energiei disipative δW.

Vom alege două expresii stabilite experimental ale energiei disipative δW și vom arăta la ce rezultate ne conduc.

A. Valoarea energiei disipative este dată, după Roscoe [3], Roscoe, Burland [4], Schofield, Wroth [10] de expresia :

$$\delta W = Mp\delta\varepsilon, \tag{20}$$

care reprezintă energia disipativă pentru o probă al cărei punct de stare $\{e, p, q\}$ se află pe suprafața de stare-limită. Ținînd cont că $\delta\varepsilon = \delta\varepsilon^p$, din (19) se obține

$$\psi = M - \eta. \tag{21}$$

Introducînd această valoare a lui ψ în relațiile tensiune-deformație (13)—(16), se obține

$$\delta v = \frac{1}{1+e}\left(\frac{\lambda - k}{M}\delta\eta + \lambda\frac{\delta p}{p}\right), \tag{22}$$

$$\delta\varepsilon = \frac{\lambda - k}{1+e}\frac{p\delta\eta + M\delta p}{Mp(M-\eta)}. \tag{23}$$

Ecuația curbei de plasticitate pentru ipoteza (21) asupra energiei disipative va fi

$$\eta = M\ln\frac{p_0}{p}. \tag{25}$$

B. Valoarea energiei disipative δW este dată, după Burland [4], [10] de expresia

$$\delta W = p[(\delta v^p)^2 + (M\delta\varepsilon^p)^2]^{1/2}, \tag{20'}$$

care reprezintă o combinaţie între valorile energiei disipative la starea critică şi pentru compresiunea izotropă.

Pentru ψ, se obţine relaţia

$$\psi = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta}, \tag{21'}$$

cu care relaţiile tensiune-deformaţie (13)—(16) devin

$$\delta v^p = \frac{\lambda - k}{1 + e}\left(\frac{\delta p}{p} + \frac{2\eta\delta\eta}{M^2 + \eta^2}\right), \tag{22'}$$

$$\delta v = \frac{1}{1 + e}\left[\lambda\frac{\delta p}{p} + (\lambda - k)\frac{2\eta\delta\eta}{M^2 + \eta^2}\right], \tag{23'}$$

$$\delta\varepsilon = \frac{\lambda - k}{1 + e}\cdot\frac{2\eta}{M^2 - \eta^2}\left(\frac{\delta p}{p} + \frac{2\eta\delta\eta}{M^2 + \eta^2}\right). \tag{24'}$$

Ecuaţia curbei de plasticitate devine

$$\frac{p}{p_0} = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2}. \tag{25'}$$

Atît relaţiile tensiune-deformaţie (22)—(24) sau (22')—(24'), cît şi ecuaţia curbei de plasticitate (25) sau (25') sînt determinate pînă la trei constante λ, k şi M care sînt constante ale pămîntului ce se pot determina experimental.

În spaţiul tensiunilor principale, suprafeţele de încărcare corespunzătoare curbelor de plasticitate (25) sau (25') sînt suprafeţe închise, care variază odată cu încărcarea, păstrîndu-şi forma.

§ 4. DETERMINAREA MATRICEI DE DEFORMABILITATE

Avînd determinate relaţiile tensiune-deformaţie şi ecuaţia curbei de plasticitate se poate trece la calculul stării de tensiune şi deformaţie din masivul de pămînt prin metoda elementului finit.

Un mod de abordare al acestei probleme este cel indicat de Zienckiewicz [11] şi cunoscut sub numele de plasticitate asociată, în care matricea care conţine „coeficienţii elastici" este suma a două matrice, una care caracterizează răspunsul elastic şi alta — răspunsul plastic al materialului, deformaţia plastică fiind

$$\mathrm{d}E^p = \frac{\partial f}{\partial T},$$

unde $f = f(T)$ este ecuaţia suprafeţei de ecruisare.

În cele ce urmează, vom prezenta un alt mod de analiză a stării de tensiune și deformație prin metoda elementului finit și anume: utilizînd relațiile tensiune-deformație, vom determina matricea de deformabilitate a masivului de pămînt. Această matrice este definită prin

$$[D] = [\delta T][\delta E]^{-1}$$

și joacă rolul matricei coeficienților elastici din teoria elasticității.

Introducînd notațiile

$$V = 1 + e,$$

$$A = \frac{2q}{M^2p^2 + q^2}, \qquad B = \frac{2pq}{M^2p^2 - q^2}, \tag{26}$$

$$C = \frac{\lambda - (\lambda - k)\,Aq}{(\lambda - k)B}$$

și rezolvînd în raport cu δp și δq relațiile tensiune-deformație (23′), (24′), se obține

$$\delta p = p\,\frac{V}{k}\left(\delta v - \frac{1}{B}\,\delta\varepsilon\right), \tag{27}$$

$$\delta q = \frac{V}{kA}\,[(Aq - 1)\delta v + C\delta\varepsilon]. \tag{28}$$

Ca orice tensor simetric de ordinul al doilea, tensorii tensiune și deformație sînt unic determinați de tensorii sferici și deviatorii corespunzători. Deci, ținînd cont de ipoteza II și de definițiile parametrilor p, q, δv, $\delta\varepsilon$ ((1)—(4)), se poate scrie

$$\delta\underline{T} = \delta p\underline{I} + \frac{1}{3}\,\delta q\,\underline{R}, \tag{29}$$

$$\delta\underline{E} = \frac{1}{3}\,\delta v\underline{I} + \frac{1}{2}\,\delta\varepsilon\underline{R}, \tag{30}$$

unde

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 \\ \sim & & 1 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ & -1 & 0 \\ \sim & & -1 \end{bmatrix}. \tag{31}$$

Introducînd valorile δp, δq date de (27) și (28) în relația (29), se obține variația tensiunii $\delta \underline{T}$ în funcție de variațiile deformațiilor de formă $\delta\varepsilon$ și de volum δv.

$$\delta \underline{T} = \frac{V}{k}\left\{\left[p\underline{I} + \frac{Aq-1}{3A}\underline{R}\right]\delta v + \left[\frac{C}{3A}\underline{R} - \frac{p}{B}\underline{I}\right]\delta\varepsilon\right\}. \tag{32}$$

Relațiile (30) și (32) exprimă variția tensiunii și, respectiv, a deformației în funcție de variația deformației de volum δv și de formă $\delta\varepsilon$. Relațiile tensiune-deformație se pot aduce la forma :

$$\delta \underline{T} = [D]\,\delta \underline{E}$$

prin eliminarea parametrilor δv și $\delta\varepsilon$. Pentru a putea elimina parametrii δv și $\delta\varepsilon$ din ecuațiile (30)—(32) este nevoie de o ecuație suplimentară. Aceasta va fi expresia variației energiei în parametrii folosiți

$$\underline{T}\,\delta \underline{E} = p\,\delta v + q\,\delta\varepsilon. \tag{33}$$

Deci, eliminînd δv și $\delta\varepsilon$ din ecuațiila (30), (31), (33), se obține :

$$\delta \underline{T} = \frac{V}{k}\left\{3p\underline{I} + \frac{Aq-1}{A}\underline{R} + \frac{\underline{T} - 3p}{\frac{1}{2}p\underline{R} - \frac{1}{3}q\underline{I}}\left[\frac{1}{2}\left(p\underline{I} + \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + \frac{Aq-1}{3A}\underline{R}\right)\underline{R} - \frac{1}{3}\left(\frac{C}{3A}\underline{R} - \frac{p}{B}\underline{I}\right)\underline{I}\right]\right\}\delta E. \tag{34}$$

Ecuația (34) reprezintă relațiile tensiune-deformație, scrise sub forma matriceală.

Notînd

$$D_{11} = \frac{V}{k}\left\{3p + 2\frac{Aq-1}{A} + \frac{\sigma_1 - 3p}{3p - q}\left[p\left(3 + \frac{1}{B}\right) + \frac{Aq-1}{2A} - \frac{2C}{3A}\right]\right\},$$

$$D_{22} = \frac{V}{k}\left\{3p - \frac{Aq-1}{A} + \frac{\sigma_2 - 3p}{3p + 2q}\left[p\left(3 - \frac{2}{B}\right) - \frac{Aq-1}{A} - \frac{2C}{3A}\right]\right\},$$

în ecuația (34) se poate pune în evidență o matrice simetrică

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{11} & 0 \\ 0 & D_{22} \end{bmatrix},$$

care este matricea de deformabilitate. Elementele matricei de deformabilitate sînt funcții de tensiunea existentă în masivul de pămînt înainte de

aplicarea treptei de încărcări care a produs variaţia (δp, δq) a stării de tensiune şi (δv, $\delta \varepsilon$) a stării de deformaţie. Deci, ecuaţia constitutivă pentru masivele de pămînt va fi :

$$\delta \underline{T} = [D(\underline{T})]\, \delta \underline{E}. \tag{35}$$

Analiza stării de tensiune şi deformaţie dintr-un masiv de pămînt a cărui ecuaţie constitutivă este (35) se face printr-un program de calcul, care are la bază metoda elementului finit — forma incrementală, în care s-a implementat subrutina DEEPL (prezentată în anexă), care construieşte matricea de deformabilitate [D].

§ 5. EXEMPLU

Pentru a verifica validitatea ecuaţiei constructive (34) s-a calculat starea de tensiune şi deformabilitate dintr-o probă de argilă supusă la compresiune axial simetrică. Comportarea mecanică a probei a fost introdusă prin subrutina DEEPL, care ia locul subrutinei coeficienţilor elastici din metoda elementului finit — forma incrementală ([1]).

Într-o experienţă de compresiune axial simetrică, proba este solicitată de o presiune verticală, care variază în timpul experienţei sub o presiune laterală constantă. Presiunea verticală este introdusă prin intermediul unui piston de oţel, iar presiunea laterală este introdusă prin apa din celula aparatului.

Pentru a modela cît mai bine această experienţă, vom considera drept corp de analizat un sistem compus atît din elemente de pămînt (proba), cît şi din elemente de oţel (pistonul şi platanul pe care se reazemă proba) (din considerente de simetrie este suficient să se analizeze un sfert din acest sistem (fig. 2)). Încărcarea se face printr-o forţă concentrată în nodul trei, care va fi distribuită prin intermediul elementelor de oţel, astfel încît elementele de pămînt vor fi solicitate de o forţă uniform distribuită.

Datele de intrare pentru programul de calcul al stării de tensiune şi deformaţie a probei de argilă supusă la compresiune axial simetrică sînt următoarele :

— datele geometrice ;

— caracteristicile mecanice ale probei considerate

$e_0 = 1{,}08 \qquad \lambda = 0{,}174 \qquad k = 0{,}026 \qquad M = 1,$

— forţa concentrată în nodul trei în valoare totală de 70 kg.f a fost aplicată în nouă trepte de încărcare ;

— tensiunea iniţială în probă $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 1$ kg.f/cm^2 (proba a fost supusă iniţial la compresiune izotropă).

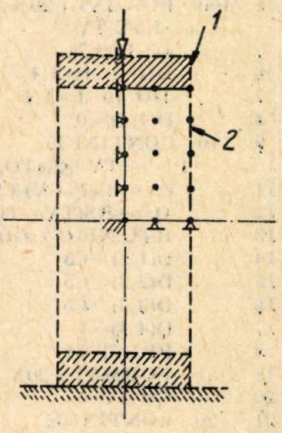


Fig. 2. — 1. elemente oţel (piston) ; 2. elemente pămînt (probă)

Rezultatele obținute sînt în concordanță cu observațiile experimentale:
— deformația totală are valori pînă la 8%;
— aliura deformatei este corectă (fig. 3);

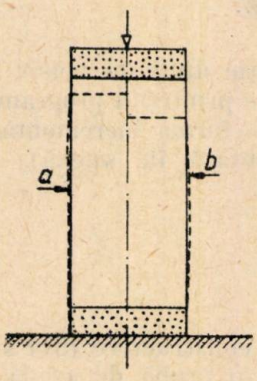


Fig. 3. — *a*. deformata după șase trepte de încărcare; *b*. deformata după nouă trepte de încărcare

— la fiecare treaptă de încărcare sînt verificate relațiile

$$\sigma_{11} > \sigma_{22} = \sigma_{33}, \qquad \sigma_{23} \simeq 0,$$

$$\varepsilon_{11} > \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33}, \qquad \varepsilon_{23} \simeq 0.$$

Primită la redacție la 15 iulie 1977

ANEXA

```
      SUBROUTINE DEFPL (TO, TV, CL,CK, CM, CV, D)
      DIMENSION D(4,4)
      PRINT 100, TO, TV
100   FORMAT (/20X, DEFORMAȚIE PLASTICĂ, /20X, TENSIUNI: TO, = E20,
     ·7,5X,TV
     *= E20,7)
      DO 10 I=1,4
      DO 10 J=1,4
      D(I,J)=0.
10    CONTINUE
      P=-(TV+2.*TO)/3.
      C5=(3.*P*CV)/CL
      Q=ABS(TV-TO)
      IF(Q.NE.0.) GO TO 20
      D(1,1)=C5
      D(2,2)=C5
      D(3,3)=C5
      D(4,4)=1.
      PRINT 51
51    FORMAT (/20X ,,COMPRESIUNE IZOTROPA")
      GO TO 55
20    CONTINUE
      T1=ABS(TV)
      T2=ABS(TO)
      A=2*Q/(CM**2*P**2+Q**2)
```

```
      B=2*P*Q/(CM2***P**2- Q**2)
      CLK=CL-CK
      C=(CL-CLK*A*Q)/(B*CLK)
      C1=-(2*.C/(3*.A))
      C2=(A*Q-1)/A
      C3=CV/CK
      P3=3.*P
      B1=1./B
      PRINT 52
 52   FORMAT (/20X,'COMPRESIUNE AXIAL SIMETRICĂ')
      PRINT 102,P,Q,A,B,C1,C2,C3
102   FORMAT (1X.8E15.7)
      D(1.1)=C3*(P3+2.*C2+(T1-P3)*(C2/2.+C1+P3+P*B1)/(P3- Q))
      D(2.2)=C3*(P3-C2+(T2-P3)*(-C2+C1+P3-2*P*B1)/(PC3-2.*Q))
      D(3.3)=D(2,3)
      D(4.4)=1.
 55   CONTINUE
      PRINT 104.((D(I,J),I=1,4),J=1,4)
104   FORMAT(/20X,'MATRICEA DE DEFORMABILITATE'/4(/5X,4E20.7))
      RETURN
      END
```

Semnificaţia variabilelor

TO $= \sigma_2 = \sigma_3$, TV $= \sigma_1$,

CL $= \lambda$ CK $= k$ CM $= M$ CV $= V$

D (4,4) = matricea de deformabilitate [D]

BIBLIOGRAFIE

1. D. Bratosin, *Un procedeu de aproximare a comportării unui corp elastic neliniar*, St. cerc mec. apl. (sub tipar).
2. E. Caquot, J. Kerisel, *Tratat de mecanica pămînturilor*, Edit. tehnică, Bucureşti, 1968.
3. K. H. Roscoe, *The influence of strains in soil mechanics*, Geotech., **20**(1970).
4. K. H. Roscoe, J. B. Burland, *On the Generalized Strain Behaviour of "WET" clay*, Eng. Plast. Cambridge Press, 1968.
5. K. H. Roscoe, H. E. Pooroshasb, *A theoretical and experimental study of strains in triaxial compression tests on normaly consolidated clay*, Geotech. **13** (1963).
6. K. H. Roscoe, A. N. Schofield, A. Thurairajah, *An evaluation of test data for selecting a yield criterion for soils*, A.S.T.M., Sp. Tech. Pub. 361, 1963.
7. K. H. Roscoe, A. M. Schofield, *Yielding of clays in states wether than critical*, Geotech., **13**(1963).
8. K. H. Roscoe, A. Thuraiarajah, *On the uniqueness of yield surfaces for wet clays*. Proc. IUTAM Symp. on Tech. and Soil Mech., Grenoble, 1964.
9. K. H. Roscoe, A. N. Schofield, *On the yielding of soils*, Geotech., **9**(1958).
10. A. N. Schofield, P. C. Wroth, *Critical state soil mechanics*, McGraw-Hill, 1968.
11. O. C. Zienkiewicz, Y. K. Cheune, *The finite element method in structural and continuum mechanics*, McGraw-Hill, 1967.

OPTIMIZAREA CONFORTULUI ŞI ADERENŢEI ROATĂ-SOL PENTRU AUTOMOBILE

de F. DINCĂ, O. GÜNDISCH, H. PAVEN

Institutul de fizică şi tehnologia materialelor, Bucureşti,

G. DRUŢĂ, G. STĂNESCU

Institutul de cercetări şi proiectări autoturisme, Piteşti.

Lucrarea conţine o analiză teoretică şi experimentală a confortului şi siguranţei în exploatare a unui autovehicul, care parcurge cu viteză constantă un drum real, modelat printr-un proces aleator staţionar. Măsura confortului este dată de media pătratică a acceleraţiei masei suspendate, iar cea a siguranţei în exploatare de către dispersia forţei de contact dintre roată şi sol.
Se urmăreşte efectul parametrilor care controlează vibraţiile sistemului decuplat, asupra caracteristicilor menţionate. Se analizează unele contradicţii care apar şi se propune metode de atenuare a lor.

Optimizarea regimurilor de vibraţii ale autovehiculelor constă în alegerea parametrilor suspensiilor (caracteristici elastice şi disipative,coeficienţi de asimetrie, coeficienţi de cuplaj etc), ţinînd seama de posibilităţile de realizare practică a lor în cadrul unei tehnologii accesibile, astfel încît să se realizeze confort şi siguranţă în exploatare.

În practica actuală, confortul este evaluat prin nivelul de acceleraţii al masei suspendate, iar siguranţa în exploatare prin variaţia forţei de aderenţă între roată şi sol, cauzată de vibraţiile autovehiculului, produse de denivelările drumului. Menţionăm de asemenea şi existenţa unor încercări mai recente de a evalua confortul printr-o limitare a nivelului mediu de acceleraţie, diferenţiat pe frecvenţe, care însă sînt în stadiu de început.

Rezolvarea problemei de optimizare se face în prezent prin analiza unor modele ataşate sistemului, pe cale digitală, analogică sau mixtă, şi prin încercări pe trasee adecvate sau pe hidropuls. Pentru evaluarea confortului şi siguranţei în exploatare, la diverse alternative de suspensii, sînt folosite atît măsurări obiective ale parametrilor urmăriţi, bazate pe tehnici foarte evoluate de măsurare, cît şi evaluări subiective, bazate pe capacitatea unor conducători auto de încercare cu un grad înalt de calificare şi cu o mare experienţă, de a sesiza cu mare precizie efectele intervenite în urma variaţiei unor parametrii ai suspensiei.

Cercetările efectuate în ultimii 10 —15 ani în acest domeniu au condus la o literatură de specialitate bogată, sintetizată destul de complet în monografiile [1] şi [2].

Urmînd liniile elaborate în ultimii ani în această problemă, (N), [3] [4], în special modelarea drumurilor prin procese aleatoare staționare și dezvoltînd unele din rezultatele deja publicate în [5], în această lucrare problema optimizării este abordată pentru regimuri stabilizate de funcționare, criteriile de performanță fiind cele menționate.

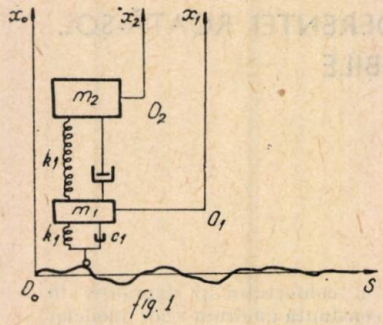


Fig. 1

Cel mai simplu model care cuprinde cele două caracteristici este sistemul oscilant liniar cu două grade de libertate (fig. 1), rezultat din ipotezele formulate în [2]. Cu notațiile din figură, ecuațiile de mișcare ale sistemului sînt

$$m_1\ddot{y}_1+c_1\dot{y}_1+k_1y_1-c_2\dot{y}_2-k_2y_2=-m_1\ddot{x}_0, \tag{1}$$

$$m_2(\ddot{y}_1+\ddot{y}_2)+\dot{c}_2\dot{x}_2+k_2y_2=-m_2\ddot{x}_0,$$

cu condițiile inițiale

$$y_i(0)=\bar{y}_i, \qquad \dot{y}_i(0)=\dot{\bar{y}}_i, \tag{2}$$

unde

$$y_i=x_i-x_{i-1}, \qquad i=1,\ 2, \tag{3}$$

Făcînd abstracție de regimurile tranzitorii, vom considera numai soluția asimptotic stabilă în mare a sistemului(1). Ea se reduce la următorul sistem echivalent:

$$\ddot{y}_1+2\zeta_1\omega_1\dot{y}_1+\omega_1^2y_1-2\mu\zeta_2\omega_2\dot{y}_2-\mu\omega_2^2y_2=-\ddot{x}_0,$$

$$\ddot{y}_1+\ddot{y}_2+2\zeta_2\omega_2\dot{y}_2+\omega_2^2y_2=-\ddot{x}_0, \tag{4}$$

cu substituțiile

$$\frac{k_i}{m_i}=\omega_i^2, \quad \frac{c_i}{m_i}=2\zeta_i\omega_i, \quad i=1,\ 2\,; \quad \frac{m_2}{m_1}=\mu, \frac{\omega_1}{\omega_2}=\delta. \tag{5}$$

În conformitate cu notațiile din figura 1, $x_0(s)$ reprezintă profilul drumului într-un sistem de axe ales astfel încît media lui x_0 pe un interval determinat să fie nulă. Dacă $s=s(t)$, atunci

$$\ddot{x}_0=\ddot{s}\frac{\mathrm{d}^2x_0}{\mathrm{d}s^2}, \tag{6}$$

derivatele, precum și soluția sistemului (1) fiind luate în oricare din tipurile de convergență din teoria proceselor aleatoare (de exemplu în medie pătratică).

Experimentări recente au pus în evidență posibilitatea de reprezentare a unor categorii de drumuri prin procese aleatoare cu corelații de forma

$$k_{x_0}(\tau)=\tau_{x_0}^2\,\mathrm{e}^{-\alpha|\tau|}\cos\beta\tau, \tag{7}$$

unde $\alpha = av$, $\beta = bv$, a și b fiind parametri care se determină prin prelucrarea profilului drumului, ca și $\sigma^2_{x_0}$ care, reprezintă media pătratică a denivelărilor.

Densitatea spectrală corespunzătoare lui (7), după limitarea benzii spectrale*, este

$$S_{x_0}(\omega) = \begin{cases} \dfrac{\sigma^2_{x_0}}{\pi} \cdot \dfrac{\alpha(\omega^2+\alpha^2+\beta^2)}{(\omega^2-\alpha^2-\beta^2)^2+4\alpha^2\omega^2}, & |\omega| \leqslant \Omega, \\ 0, & |\omega| > \Omega. \end{cases} \tag{8}$$

Problema optimizării s e reduce la determinarea parametrilor sistemului (5) pentru care $\sigma^2_{y_1}$ și $\sigma^2_{\ddot{x}_2}$ sînt minime. Folosind metoda spectrală, rezultă

$$\sigma^2_f \equiv \sigma^2_{y_1} = \frac{2\nu\sigma^2_{x_0}}{\pi} \int_0^{\xi_1} \frac{\xi^4\{[\xi^2-(1+\mu)]^2+4\zeta^2\xi^2(1+\mu)^2}{\{\xi^4-\xi^2[\delta^2+(1+\mu)]+\delta^2\}^2+4\zeta^2\xi^2[\delta^2(1+\mu)\xi^2]^2} \times$$

$$\times \frac{\xi^2+\nu^2(1+\lambda^2)}{4\nu^2\xi^2+[\xi^2-\nu^2(1+\lambda^2)]^2} d\xi, \tag{9}$$

$$\sigma^2_a \equiv \sigma^2_{\ddot{x}_2} = \frac{2\nu\omega^4\sigma^2_{x_0}}{\pi} \int_0^{\xi_1} \frac{\delta^4\xi^4(1+4\zeta^2\xi^2)}{\{\xi^4-\xi^2[\delta^2+(1+\mu)]+\delta^2\}^2+4\zeta^2\xi^2[\delta^2-(1+\mu)\xi^2]^2} \times$$

$$\times \frac{\xi^2+\nu^2(1+\lambda^2)}{4\nu^2\xi^2[\xi^2-\nu^2(1+\lambda^2)]^2} d\xi,$$

unde

$$\omega = \xi\omega_2, \quad \alpha = \nu\omega_2, \quad \beta = \lambda\alpha, \quad \omega_1 = \delta\omega_2, \quad \xi_1 = \frac{\Omega}{\omega_2}. \tag{10}$$

Integralele (9) definesc pe $\sigma^2_{y_1}$ și pe $\sigma^2_{\ddot{x}_2}$ ca funcții de δ, μ, ζ. Ele pot fi exprimate prin funcții elementare, însă expresiile care se obțin sînt lungi și dificil de manevrat. De aceea a fost preferată o analiză numerică ale cărei rezultate sînt ilustrate cu ajutorul figurilor 2*a*,*b*; 3*a*,*b*; 4*a*,*b*, *c*; și 5*a*,*b*,*c*.

Rezultatele sînt următoarele:

1. În toate cazurile examinate există valori ale lui ζ care minimează pe $\sigma^2_{\ddot{x}_2}$ și pe $\sigma^2_{\ddot{x}_2}$ cînd toți ceilalți parametri sînt constanți. Notînd cu, ζ_{0a} respectiv ζ_{0f} aceste valori, avem în general $\zeta_{0a} \neq \zeta_{0f}$.

Prin urmare nu este în general posibil să se realizeze cu același ζ și accelerații verticale mici și aderențe mari. Acest fapt constituie una din din constradicțiile problemei.

2. Cînd v crește, ζ_{0a} se deplasează către stînga, iar ζ_{0f} către dreapta. Rezultă că, contradicția semnalată devine mai pregnantă cînd $\approx$ crește.

* Limitarea benzii spectrale este rezultatul fenomenelor de filtrare. În dinamica autovehiculelor se ia $\Omega = 180$ cicli/2πf s.

3. Pentru $\zeta > 0{,}3$, variația lui $\sigma^2_{y_1}$ cu v și ζ este practic nesemnificativă față de valorile lui $\tau^2_{y_1}$ corespunzătoare unor valori ζ în vecinătatea lui 0,3.

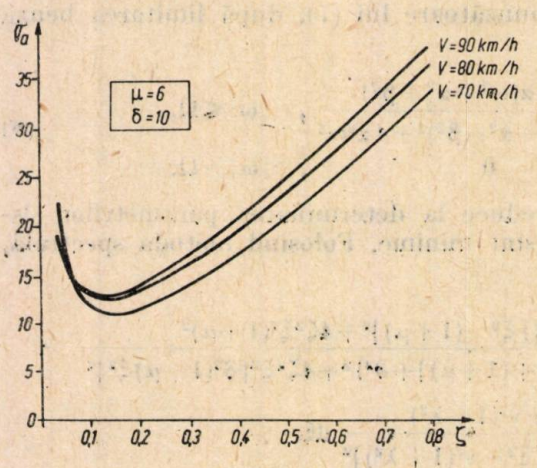


Fig. 2.a

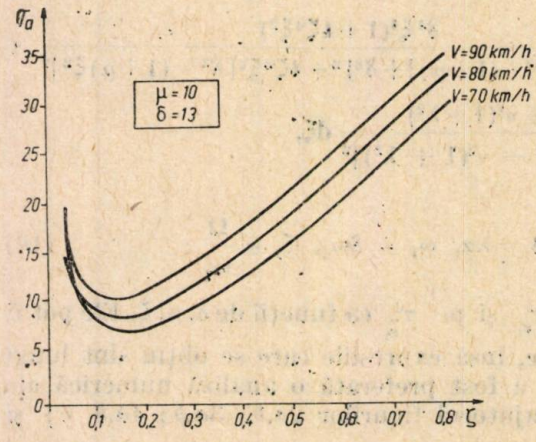


Fig. 2.b

4. Valorile ζ_{0a} se grupează în (0,1 ; 0,3), iar $\sigma^2_{x_1}$ crește rapid cu ζ atît pentru $\zeta < \zeta_{0a}$, cît și pentru $\zeta > \zeta_{0a}$.

Rezultatele formulate în 3 și 4 atenuează contradicția formulată în 1 și 2, în sensul că alegînd un $\zeta \in (0{,}2\ ;\ 0{,}3)$ este posibil ca această alegere să nu afecteze semnificativ pe $\sigma^2_{y_1}$.

5. Dependența lui $\sigma^2_{x_2}$ și $\sigma^2_{y_1}$ de δ, cînd ceilalți parametri sînt constanți este relativ clară pentru $\sigma^2_{y_1}$, care descrește cînd δ, crește. Comportarea lui $\sigma^2_{x_2}$ cu δ este destul de diferită de la un caz la altul (fig. 4*a*,*b*,*c* ; fig. 5*a*,*b*,*c*).

Acest fapt pune în evidență necesitatea unei analize speciale pentru fiecare caz în parte, a comportării celor două funcții, în raport cu δ.

Cele spuse rezultă din reprezentarea sistemului real și a drumului cu ajutorul unor modele simplificate, cu implicații asupra preciziei concluziilor expuse. Din această cauză este necesară verificarea lor pe cale experimentală.

În acest scop au fost efectuate măsurări pe un autoturism Dacia 1300 căruia i s-au montat la puntea spate amortizoare reglabile cu mai multe variante de reglaj, din care au fost folosite cinci, combinate succesiv cu două suspensii elastice diferite. Au fost făcute măsurări în timpul rulării pe un tronson de drum betonat și pe altul de drum asfaltat cu viteza de 80 km/oră, și pe hidropuls la care mișcarea platformelor vibrante a simulat succesiv acțiunea a patru tipuri de drumuri (betonat, asfaltat, de țară, pavat), parcurse cu viteza de aproximativ 45 km/oră.

Au fost urmărite variațiile lui $\sigma^2_{x_2}$ și $\sigma^2_{y_1}$ în raport cu ζ pentru δ și μ constante, precum și variațiile acelorași caracteristici în raport cu δ pentru ζ și μ constante.

Schema de simulare este dată în figura 6.

Rezultatele sînt date în tabelele 1 (pentru încercările pe hidropuls) și 2 (pentru încercările pe drum).

Din analiza datelor cuprinse în tabelele 1 și 2 rezultă existența lui ζ_{0a} și ζ_{0f} cu proprietățile menționate, variația relativ lentă a lui $\sigma^2_{y_1}$ cu ζ, și descreșterea acelorași mărimi cu δ. Aceasta dă o confirmare calitativă a rezultatelor obținute cu ajutorul modelului adoptat.

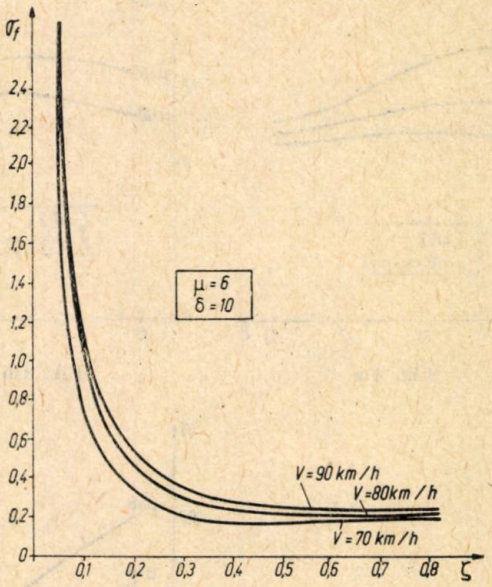


Fig. 3.a

Pe baza acestor rezultate problema optimizării poate fi abordată în modul următor.

1. Se precizează masa suspendată M, masele nesuspendate față și spate m_f, m_s, rigiditățile echivalente ale pneurilor față și spate k_{1f}, k_{1s}, poziția centrului de greutate pe axa longitudinală, l_1, l_2 (distanța la puntea față respectiv la puntea spate), ρ_y raza de inerție transversală.

2. Se calculează

$$m_{2f} = \frac{M(l_2^2 + \rho_y^2)}{L^2},$$

$$m_{2s} = \frac{M(l_1^2 + \rho_y^2)}{L^2}, \qquad (11)$$

unde

$$L = l_1 + l_2.$$

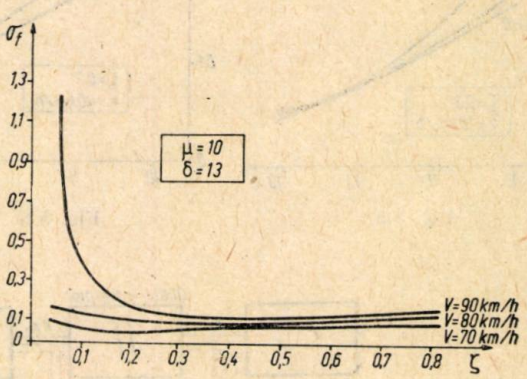


Fig. 3.b

3. Se determină două intervale $I_{k_{2f}}$, $I_{k_{2s}}$ în care sînt satisfăcute condițiile impuse frecvențelor proprii parțiale și capacității dinamice, se alege $k_{2f} \in I_{k_{2f}}$ și $k_{2s} \in I_{k_{2s}}$ și se calculează ω_1, ω_2, μ, δ_{min}, δ_{max}, pentru cele două punți.

4. Se folosește programul de analiză numerică pentru toate combinațiile realizabile δ, μ, ζ, v. Se determină ζ_{min} pentru care $\sigma^2_{y_1}$ poate fi considerat constant. Se analizează comportarea lui $\sigma^2_{x_2}$ pentru această valoare și se stabilește un compromis acceptabil în raport cu ζ. Fie ζ_0 această valoare.

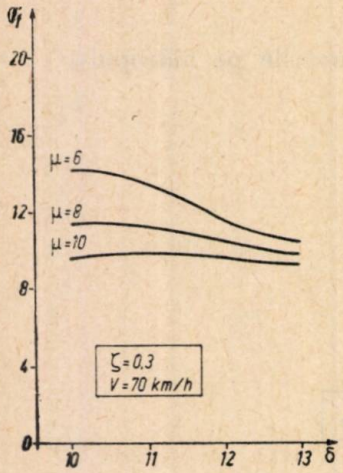


Fig. 4.a

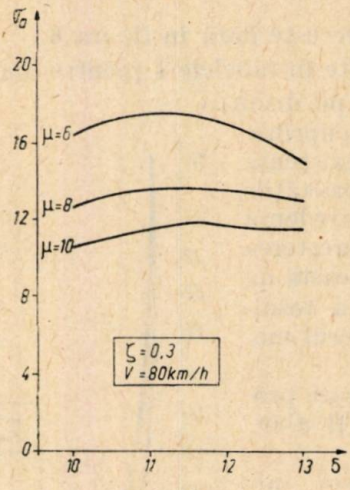


Fig. 4.b

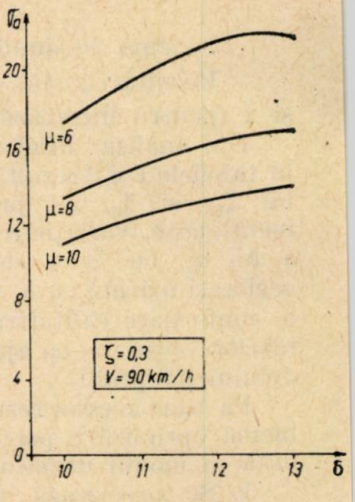


Fig. 4.c

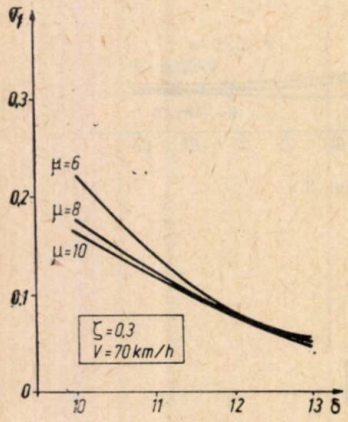


Fig. 5.a

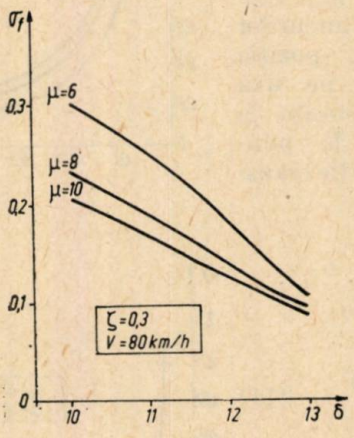


Fig. 5.b

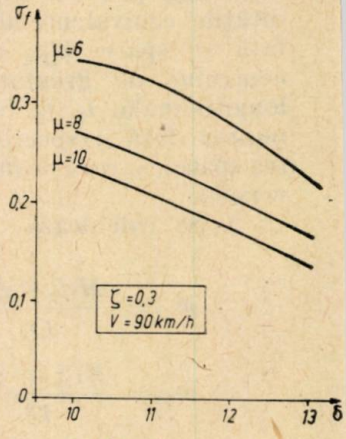


Fig. 5.c

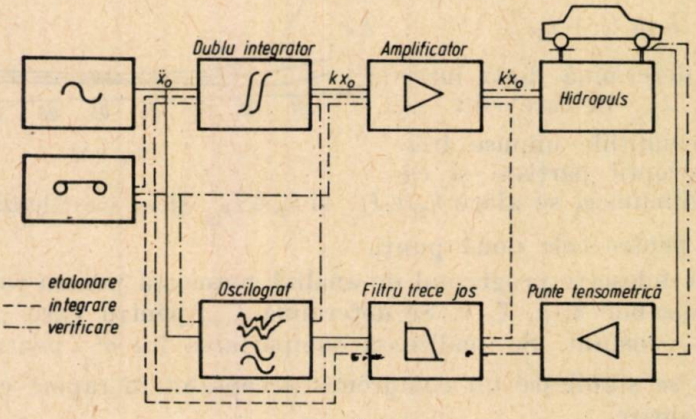


Fig. 6

Tabela 1

		DRUM BETONAT					DRUM ASFALTAT				
δ	ζ	0,34	0,38	0,50	0,65	1,14	0,34	0,38	0,50	0,65	1,14
10,8	σ_a	0,180	0,183	0,194	0,213	0,268	0,0665	0,0675	0,0683	0,70	0,077
10,8	σ_f	50,0	49,2	48,7	50,6	56,4	18	17,6	17,5	17,5	17,8
10	σ_a	0,173	0,175	0,186	0,205	0,249	0,0632	0,064	0,064	0,067	0,071
10	σ_f	45,3	44,8	45,3	47,9	54,9	18,3	18,4	17,8	17,5	18,0

		DRUM DE ŢARĂ					DRUM PAVAT				
10,8	σ_a	0,164	0,165	0,173	0,197	0,237	0,189	0,194	0,201	0,213	0,247
10,8	σ_f	35,8	36	37,1	39	42,8	66,1	64,5	—	62,0	63,1
10	σ_a	0,177	0,180	0,191	0,208	0,251	0,190	0,195	0,201	0,215	0,246
10	σ_f	43,7	44,0	45,0	48,0	54,0	68,5	66,7	65,9	65,2	64,0

5. Pentru această valoare a lui ζ se analizează comportarea lui $\sigma^2_{\dot{x}_1}$ şi $\sigma^2_{\dot{y}_1}$ în raport cu ζ şi se alege acel δ pentru care cele două mărimi iau cele mai mici valori. Fie δ_0 această valoare.

Tabela 2

		DRUM BETONAT					DRUM ASFALTAT				
δ	ζ	0,27	0,30	0,40	0,52	0,90	0,27	0,30	0,40	0,52	0,90
10,8	σ_a	0,052	0,053	0,055	0,060	0,068	0,038	0,037	0,036	0,039	0,041
10,8	σ_f	17,2	17,4	17,6	18,5	20,2	11,8	11,2	10,9	11,4	11,7

6. Se realizează trei seturi de amortizoare şi trei seturi de arcuri respectiv cu caracteristicile $\zeta_1 < \zeta_0 < \zeta_2$, $\delta_1 < \delta_0 < \delta_2$.

7. Se fac probe de eficienţă şi maniabilitate şi se alege varianta cea mai convenabilă.

Din cele expuse rezultă că metoda nu oferă o soluţie unică, optimală în sensul formulat, ci o cale de a stabili cu un număr relativ mic de probe, cel mai bun compromis. Pe de altă parte un parametru deosebit de important nu a fost luat în consideraţie, din cauza adoptării unui model liniar, şi anume asimetria caracteristicii disipative :

Tabela 3

δ	Drum		Betonat	Asfaltat
10	$\frac{F_c}{F_d} = 0$	σ_a	0,064	0,040
10		σ_f	19,9	11,9
10	$\frac{F_c}{F_d} = 0{,}5$	σ_a	0,063	0,038
10		σ_f	19,2	11,0
10	$\frac{F_c}{F_d} = 1$	σ_a	0,066	0,040
10		σ_f	19,4	11,5

$$\gamma = \frac{F_c}{F_d}, \tag{12}$$

unde F_c şi F_d sînt forţele la compresie, respectiv la destindere pentru aceeaşi valoare (în modul) a vitezei de oscilaţie.

Problema prezintă interes deoarece experimentările au pus în evidență faptul că acest raport are efect important (tabela 3). Elucidarea completă a efectului de asimetrie asupra confortului și aderenței nu poate fi făcută printr-un număr atît de mic de experiențe, mai ales în absența unui suport teoretic. Totuși, în tabelă apar variații de accelerații de circa 25% și variații de forțe de același ordin de mărime. Acest fapt arată că asimetria poate constitui un mijloc de control eficient al comportării dinamice a autovehiculului, iar stăpînirea lui poate oferi un mijloc eficace de îmbunătățire a confortului și aderenței.

Primită la redacție la 10 iunie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. M. Mitsche, *Dynamik der Kraftfahrzeuge*, Springer Verlag, Berlin, 1972.
2. R. V. Rotenberg, *Podveska Avtomobilia*, Kolebanija i Plavnosti Hoda, Maşghiz, Moskva, 1972.
3. A. G. Thomson, *Optimum damping in a randomly excited non-linear suspension*, Proc. Inst. Mech. Engrs., **184** (Pt2A), *8*, 169 (1969–70)
4. H. I. Bruns, R. Ronitz, *Optimizing ride confort*, Automobile Eng., **61**, *3*, 26 (1971).
5. F. Dincă, C. Teodosiu, *Nonlinear and random vibrations*, Ed. Academiei R.S.R.-Academic Press, Bucharest, New York, London, 1973.

STUDII

BIFURCAREA ECHILIBRULUI ȘI REZISTENȚA POSTCRITICĂ A STÎLPILOR

de GHEORGHE MĂRMUREANU

Centrul de mecanică a solidelor București

Instabilitatea inelastică poate fi deseori precedată de un fenomen denumit flambaj sau bifurcarea echilibrului. Pe măsură ce sarcina exterioară crește, structura se deformează, și în anumite condiții este posibil ca la o anumită sarcină, numită sarcină critică, configurația de deformație să-și schimbe brusc forma trecînd într-o nouă configurație de echilibru. Curba reală sarcină-deformație va fi atunci compusă din două ramuri; o ramură inițială, numită ramură precritică, stabilă, și o ramură postcritică, care poate fi stabilă sau nestabilă. Această ramură secundară, denumită stare adiacentă din vecinătatea punctului de bifurcație sau de ramificație, în cazul unor structuri este totdeauna stabilă, în timp ce în alte cazuri poate fi stabilă sau nestabilă în funcție de faptul dacă sarcina crește sau descrește după apariția bifurcației.

În cazul sistemelor structurale simetrice, numărul de traiectorii postcritice este $\frac{1}{2}(3^M - 1)$, unde M, este ordinul de multiplicitate al punctelor de ramificație. În final, prin experiențe de precizie făcute de autor la Universitaea Cornell, Ithaca, New York, U.S.A., a fost pusă în evidență, și experimental, valoarea rezistenței postcritice a stîlpilor în domeniul elastoplastic.

1. INTRODUCERE

În determinarea stării de eforturi și deformații dintr-o structură oarecare ne bazăm în mod tacit pe ipoteza existenței unui echilibru stabil între forțele interne și cele externe. Cu alte cuvinte, echilibrul este în așa fel încît, în anumite limite, orice ușoară modificare a sarcinilor nu va produce o creștere disproporțională a stării de eforturi sau o distorsiune elastică a sistemului.

Printre alte definiții, spunem că o structură este stabilă dacă ea tinde să se întoarcă la poziția sa inițială atunci cînd perturbația aplicată este înlăturată. Pe de altă parte, o structură este nestabilă dacă o mică perturbație produce o creștere disproporționată a deplasării. În primul caz pentru a produce o perturbație se cere o creștere de energie, pe cînd în cazul al doilea, energia este eliberată (4), (7), (8).

În tratarea matematică a problemelor de stabilitate, perturbațiile sînt virtuale, adică ele nu modifică forțele existente din sistem. Într-o structură reală aceste perturbații, firește, sînt reale și efectele lor nu sînt reflectate numai asupra structurii ci și asupra sistemului de încărcare.

ST. CERC. MEC. APL., TOM. 37, NR. 2, 1978, P. 249–259

De exemplu, să considerăm stabilitatea unei structuri sub acțiunea sarcinilor proprii sau gravitaționale din figura 1.

Fiecare linie orizontală corespunde la o anumită greutate sau la un nivel de energie. Punctele de echilibru corespund intersecției dintre caracteristicile de sarcină și curba sarcină-deplasare pentru structură.

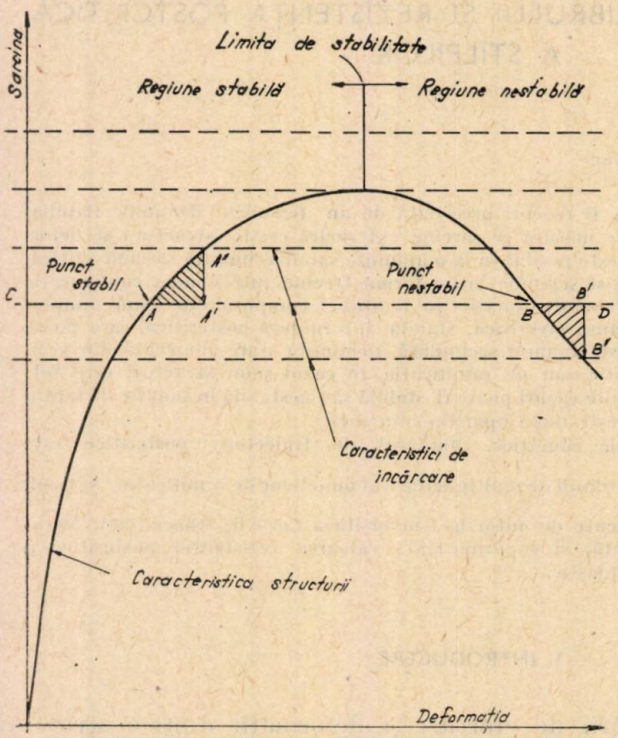


Fig. 1. — Starea de echilibru a unei structuri sub sarcină proprie.

De exemplu, punctele A și B de pe caracteristica de sarcină CD din figura 1 sînt două situații de echilibru. La o mică perturbație, punctul A se deplasează în A', iar B în B'. Pentru punctul A această perturbație cere o creștere de energie, adică, caracteristica de sarcină tinde către un nivel de energie mai înalt, A''. Forța neechilibrată, care reprezintă diferența dintre cele două caracteristici de sarcină, este îndreptată către punctul A. Pentru a realiza această perturbație este necesară o creștere de energie exterioară și deci punctul A este stabil. Pentru punctul B, perturbația tinde către un nivel de energie mai scăzut, B'', iar forța neechilibrată are direcția dinspre B'. Energia este eliberată și deci punctul B este nestabil. Similare încercări pentru toate punctele de pe porțiunea de curbă ascendentă vor arăta că ele sînt stabile, în timp ce acelea de pe cealaltă porțiune descendentă sînt nestabile. Limita dintre cele două stări de echilibru este un maximum al curbei sarcină-deplasare și acest punct, care nu-i nici stabil și nici nestabil, este în echilibru neutru.

În cazul încărcărilor întîlnite în mașinile universale de încercări, tip șurub, și în cazul încărcărilor transmise din structuri elastice adiacente,

care reprezintă răspunsul elastic al sistemului de încărcare, caracteristicile de sarcină sînt o serie de linii paralele ca cele din figura 2.

Aplicînd și aici aceeași metodă din figura 1 pentru verificarea stabilității, găsim că punctele A, B, C, F și G sînt stabile, iar punctul E este nestabil. Echilibru neutru există în punctul D, unde gradientul ca-

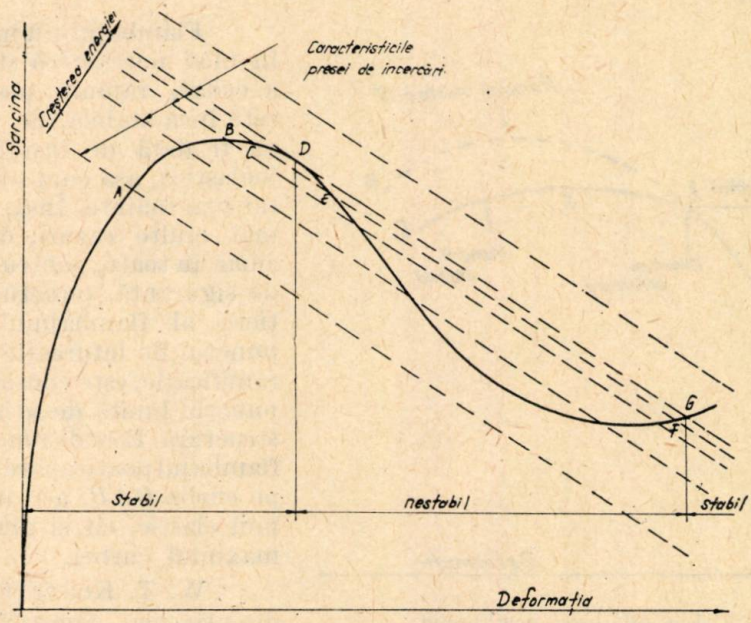


Fig. 2. — Echilibrul cadrelor într-o mașină universală de încercări.

racteristicii de încărcare este egal cu gradientul curbei structurii. De remarcat că punctul B, care este un maxim pe curbă, și punctul C, care este deja mai jos de el, sînt amîndouă stabile. Deoarece perturbațiile sînt în mod natural prezente în orice experiență, curba nu va urma traiectoria care începe în punctul de instabilitate D, trece prin E și F, și ajunge din nou în G, unde ea este din nou stabilă, ci va trece brusc din D în G. În acest caz, avem de-a face cu un salt dinamic, fenomen caracterizat prin modificări în geometria structurii. Deoarece punctul de echilibru neutru, care poate fi ori maximul curbei sarcină-deplasare, ori un punct D de pe porțiunea descendentă, este în regiunea inelastică, spunem că această formă de instabilitate este inelastică.

2. BIFURCAREA ECHILIBRULUI

Instabilitatea inelastică poate fi deseori precedată de un fenomen denumit uneori flambaj sau bifurcarea echilibrului (fig. 3). Pe măsură ce sarcina crește, structura se deformează și bazîndu-ne pe cele cunoscute ne așteptăm să obținem curba OAB. Însă, la o anumită sarcină, în anumite

condiții, configurația de deformație poate să-și schimbe brusc forma trecînd într-o nouă configurație. Spunem că echilibrul se bifurcă (există o bifurcație, o răscruce în punctul A din fig. 3), sau că structura flambează urmînd ramura AC. Curba reală sarcină-deformație constă atunci din două ramuri stabile; curba OA numită ramură precritică, și curba AC, ramură postcritică. Ramura AB este nestabilă și nu va fi parcursă de structură.

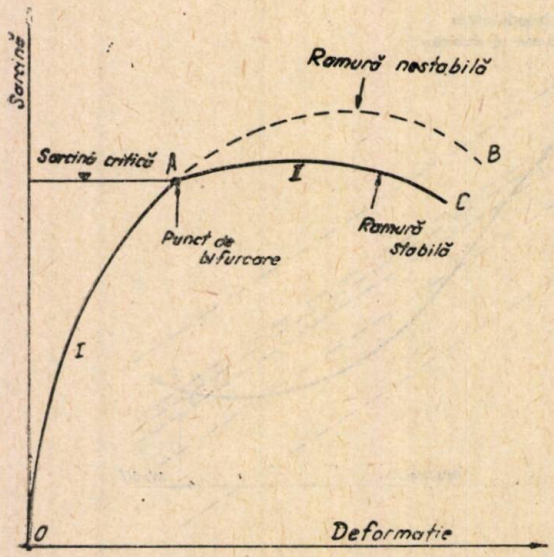


Fig. 3. — Bifurcarea echilibrului.

Flambajul nu înseamnă în mod necesar că structura a cedat, ramura postcritică este încă stabilă, iar cedarea va fi dată de instabilitatea inelastică, așa cum s-a discutat mai înainte. Însă, în cele mai multe cazuri, dacă nu chiar în toate, pentru motive de siguranță, punctul de inițiere al flambajului, adică punctul de bifurcație sau de ramificație, este considerat ca punctul limită de atins de o structură. Este de remarcat că flambajul poate apare oriunde pe curba OAB, atît în domeniul elastic, cît și dincolo de maximul curbei.

W. T. Koiter [6], într-o discuție mai generală, arată că bifurcația echilibrului apare în structurile elastice dacă așa-numita stare fundamentală de echilibru I din figura 3 încetează să mai fie stabilă la o sarcină critică. Ramura secundară este denumită stare adiacentă din vecinătatea punctului de bifurcație A. Cazul general, în sens matematic, este un schimb de stabilitate dintre cele două ramuri în punctul de bifurcație, indicate prin curbele continue și discontinue din figura 3, în conformitate cu discuția lui Poincaré asupra fenomenului de bifurcație într-un sistem cu un număr finit de grade de libertate. Excepții de la această regulă, totuși, sînt destul de frecvente în stabilitatea elastică. De exemplu, în cazul plăcilor plane încărcate în planul lor, starea adiacentă de echilibru există numai pentru sarcini mai mari decît sarcina critică; echilibrul în starea adiacentă este totdeauna stabil în vecinătatea imediată a punctului de bifurcație (fig. 4*a*). Această stabilitate este cauza fundamentală a capacității plăcilor plane să preia sarcini în acest domeniu postcritic. Cazul din figura 4 *b* ilustrează însă o structură care poate trece într-o stare postcritică stabilă sau nestabilă după cum sarcina crește sau descrește imediat ce ea depășește punctul de bifurcație.

În practică însă, pentru aceeași valoare a sarcinii exterioare, pot avea loc două sau chiar mai multe moduri de flambaj.

Să considerăm cazul unui sistem structural simetric a cărui formă deformată este descrisă prin coordonatele generalizate Q_i, $i = 1, 2, \ldots, L$, și a căror sarcini sînt toate funcții de un singur parametru de sarcină, P. Fie un punct $(\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \ldots, \bar{Q}_L)$, corespunzător valorii $\bar{P}$ a sarcinii, situat pe traiectoria fundamentală de echilibru. Orice modificare a sarcinii de la

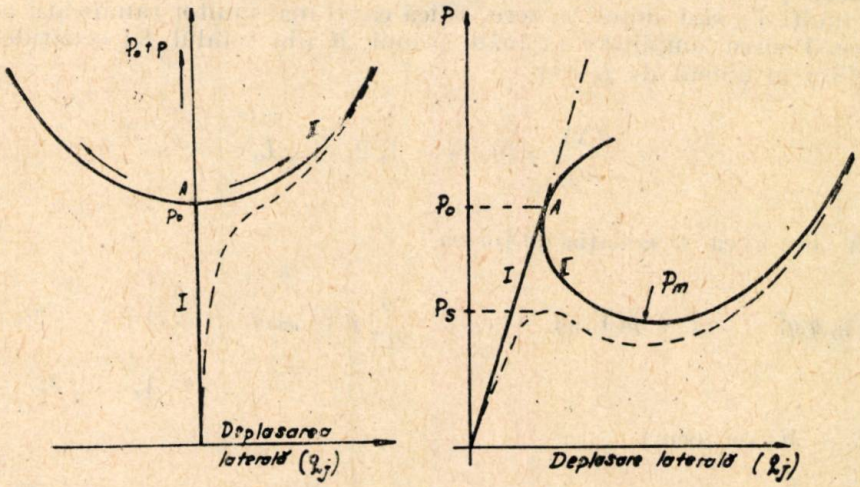


Fig. 4. — Configurații adiacente de echilibru.

această valoare este notată cu p și orice deplasare va fi exprimată prin $(q_1, q_2, \ldots, q_L)$. Presupunem aici că pentru acest sistem elastic conservativ există o funcție unică V (în sens Liapunov) pentru energia potențială totală și a cărei variație față de valoarea de pe traiectoria fundamentală poate fi exprimată ca o serie de puteri Taylor:

$$\Delta V = \frac{1}{2!} V_{ii} q_i^2 + \frac{1}{4!} V_{iijj} q_i^2 q_j^2 + \ldots + p\left(\frac{1}{2!} V_{pii} q_i^2 + \frac{1}{4!} V_{piijj} q_i^2 q_j^2 + \right.$$

$$\left. + \ldots\right) + \frac{1}{2!} p^2 \left(\frac{1}{2!} V_{ppii} q_i^2 + \ldots\right) + \ldots, \tag{1}$$

unde

$$V_{pii} = \left.\frac{\partial^3 V}{\partial p \partial q_i^2}\right|_{p=q_i=0}, \qquad V_{piijj} = \left.\frac{\partial^5 V}{\partial p \partial q_i^2 \partial q_j^2}\right|_{p=q_i=0}. \tag{2}$$

Derivatele care formează coeficienții ecuației (1) sînt dependente de punctul din planul $(p-q_i)$, așa cum se specifică în ecuația (2). De exemplu, relația dintre oricare V_{ii} calculat pentru $p = \bar{p}$ și $q_i = 0$, și acest V_{ii} scris în ecuația (1) este

$$\left.V_{ii}\right|_{\substack{p=\bar{p}\\ q_i=0}} = \left.V_{ii}\right|_{\substack{p=0\\ q_i=0}} + \bar{p}\left.V_{pii}\right|_{\substack{p=0\\ q_i=0}} + \frac{1}{2}\bar{p}^2 \left.V_{ppii}\right|_{\substack{p=0\\ q_i=0}} + \ldots \tag{3}$$

Pentru cele mai multe sisteme structurale întîlnite în practică, $V_{pii} < 0$ în domeniul care ne interesează, așa că valoarea lui V_{ii} este la început descrescătoare odată cu creșterea lui P. Cînd pe traiectoria fundamentală de echilibru unul din V_{ii} este zero, fără nici un alt coeficient zero în ecuația (1), atunci ne putem aștepta să apară un punct A de ramificație cu deplasări posibile în modul q_i. Kenneth C. Johns (5) a analizat cazul cînd mai mulți V_{ii} sînt simultan zero, adică cazul mai multor ramificații postcritice. Pentru simplitate să luăm primii M din totalul L; ecuațiile de echilibru în număr de L sînt

$$\frac{\partial \Delta V}{\partial Q_i} = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, L, \tag{4}$$

adică vom avea M ecuația de forma

$$\frac{1}{3!} V_{iijj} q_j q_j^2 + \ldots + p(V_{pii} q_i + \ldots) + \frac{1}{2!} p^2 (V_{ppii} q_i + \ldots) + \ldots = 0, \tag{5}$$

$$i = 1, \ldots, M,$$

și $(L - M)$ de forma

$$V_{ii} q_i + \frac{1}{3!} V_{iij} q_i q_j^2 + \ldots + p(V_{pii} q_i + \ldots) + \frac{1}{2!} p^2 (V_{ppii} q_i + \ldots) + \ldots = 0, \tag{6}$$

$$i = M + 1, \; M + 2, \ldots, L.$$

În cazul deplasărilor mici ecuația (5) poate fi trunchiată și deci toți termenii care conțin pe q_k, $k > M + 1$, dispar deoarece ei sînt de ordinul cinci sau mai mult. Ecuațiile aproximative, valabile pentru valori mici ale lui p și q_i, sînt

$$V_{pii} p q_i + \frac{1}{3!} V_{iijj} q_i q_j^2 = 0, \quad i = 1, \ldots, M; \; j = 1, \ldots, M \tag{7}$$

și

$$q_k = 0(q_i^2); \; k = M + 1, \; M + 2, \ldots, L; \; j = 1, \ldots, M. \tag{8}$$

Este de notat că

$$p \neq 0, \; q_i = 0; \; i = 1, \ldots, M \tag{9}$$

este totdeauna o soluție pentru ecuația (7) deoarece ea este însăși traiectoria precritică fundamentală de la care q_i se măsoară. Însă, există totdeauna un număr de traiectorii postcritice. Se poate considera că

$$p = -\frac{V_{iiii}}{3! V_{pii}} q_i^2, \quad q_j = 0; \; j \neq 1, \quad i = 1, \ldots, M \tag{10}$$

sînt soluții pentru ecuația (7). Deci, există cîte o relație de tip parabolic între p și q_i, în fiecare plan $p - q_i$; toate aceste M curbe trec prin același punct de pe starea fundamentală unde M din cei V_{ii} sînt zero.

Un alt tip de soluții se obțin considerînd că m din cei q_i variază în același timp. Dacă primii m din cei q_i variază, atunci ecuațiile de echilibru devin

$$V_{pii}p + \frac{1}{3!} V_{iijj} q_j^2 = 0, \quad i = 1, \ldots, m; \; j = 1, \ldots, m. \tag{11}$$

Scăzînd multiplii adecvați primei ecuații și eliminînd p, obținem

$$\frac{1}{3!}\left(V_{iijj} - \frac{V_{pii}}{V_{p11}} V_{11jj}\right) q^2 = 0, \quad i = 2, \ldots, m; \; j = 1, \ldots, m \tag{12}$$

Avem deci $(m - 1)$ ecuații omogene cu m necunoscute și pentru a afla numărul maxim de soluții posibile apelăm la teorema lui Bezout, versiunea van der Waerden: *dacă* $(n - 1)$ *ecuații omogene cu* n *variabile au exclusiv un număr finit de soluții radiale, atunci suma multiplicităților soluțiilor radiale ... este egală cu produsul gradelor ecuațiilor.* Soluțiile sînt în formă de raze deoarece dacă o soluție este de forma $(\bar{q}_1, \bar{q}_2, \ldots, \bar{q}_m)$, atunci avem și $(\lambda\bar{q}_1, \ldots, \lambda\bar{q}_m)$. Deci, sistemul (12) are 2^{m-1} soluții radiale, reale sau imaginare.

Presupunem că $(\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_3, \ldots, \bar{q}_m)$ este un punct de pe o soluție radială reală pentru ecuația (12). Atunci putem avea și $(\bar{q}_1, -\bar{q}_2, \bar{q}_3, \ldots, \bar{q}_m)$; la fel $(\bar{q}_1, \bar{q}_2, -\bar{q}_3, \ldots, \bar{q}_m)$ sau $(\bar{q}_1, -\bar{q}_2, -\bar{q}_3, \ldots \bar{q}_m)$ etc. Calculînd toate combinațiile cu plus și minus pentru $\bar{q}_2, \bar{q}_3, \ldots, \bar{q}_m$ (nu calculăm și pentru $\pm\bar{q}_1$ deoarece aceasta dă celălalt capăt pentru aceleași raze) obținem un număr total de 2^{m-1} raze de soluții reale, atunci cînd este cunoscut că există una. Singurele distincții dintre raze sînt semnele raportului de direcționare $(\bar{q}_j/\bar{q}_1)$, și pentru descrierea lor individuală folosim indicele r:

$$q_j = X_{j1}^r q_1, \; j = 2, \ldots, m; \; r = 1, \ldots, 2^{m-1}, \tag{13}$$

unde X sînt constante de forma

$$X_{j1}^r = \frac{\bar{q}_j^r}{\bar{q}_1^r}, \quad X_{j1}^r = \pm X_{j1}^s, \; r \neq s. \tag{14}$$

Din ecuația (11), pentru $i = 1$, avem

$$p = -\frac{1}{3!} \frac{V_{11jj}}{V_{p11}} q_1^2 \tag{15}$$

și înlocuind valoarea din (13), obținem

$$p = -\frac{1}{3!} \frac{V_{11jj}}{V_{p11}} (X_{j1}^r)^2 q_1^2. \tag{16}$$

Pot fi scrise și alte ecuații similare care să dea relații pătratice $p - q_i$ în loc de $p - q_1$. Toate proiecțiile traiectorilor (fig. 4*a*) sînt ale punctului de bifurcație ale configurației simetrice.

Compararea ecuațiilor (16) și (10) arată importanța comportării simultane; curburile traiectoriilor postcritice pot fi destul de diferite, chiar opuse ca semn față de traiectoriile nesimultane. Un exemplu (1), (5), (11), pentru $m = 2$, este prezentat în figura 5.

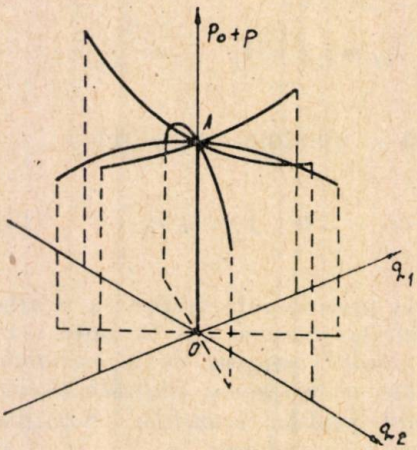


Fig. 5. — Traiectorii postcritice simultane ($m = 2$).

Numărul 2^{m-1} este aplicat numai primilor m din cei q_i care variază. Există C_M^m modalități de a alege acest număr m din M, și M posibilități pentru numărul m, așa că în final, numărul maxim total de traiectorii postcritice posibile, inclusiv traiectoriile date de ecuația (10), este

$$\sum_{m=1}^{M} 2^{m-1} C_M^m \quad \text{sau} \quad \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{M} 2^m C_M^m, \tag{17a}$$

adică

$$\frac{1}{2}[(2+2)^M - 1] = \frac{1}{2}(3^M - 1). \tag{17b}$$

Numărul minim este M, unde M este numărul coeficienților de stabilifate din ecuația (1) egali cu zero și în același timp și ordinul de multiplicitate al punctelor de ramificație. Astfel, pentru $M = 3$, numărul maxim de traiectorii postcritice simetrice este 13, iar pentru $M = 4$ sînt posibile 40 traiectorii.

3. REZISTENȚA POSTCRITICĂ A STÎLPILOR

Așa cum se cunoaște (10), sarcina critică de flambaj a unui stîlp în domeniul elastoplastic este cea corespunzătoare modulului tangent de elasticitate, E_t. Shanley (10), în anul 1947, folosind un model Ryder simplificat a construit diagrama $P/P_t - v_0/d$ (fig. 6) pentru un stîlp cu secțiunea idealizată în domeniul elastoplastic, unde P_t și P_r sînt sarcinile corespunzătoare modulului tangent, respectiv redus, de elasticitate:

$$P_t = \frac{\pi^2 E_t I}{l_f^2}; \quad P_r = \frac{\pi^2 E_r I}{l_f^2}, \tag{18}$$

d, înălțimea secțiunii, iar v_0 este deplasarea laterală în timpul flambajului.

Verificarea experimentală a comportării postcritice a stîlpilor s-a făcut de către autor în cadrul laboratorului Departamentului de structuri, Universitatea Cornell, Ithaca, New York. În acest sens s-a folosit un aliaj de aluminiu tip 6061-T6, cu limita de curgere, $\sigma_c = 3\,000$ dN/cm^2;

limita de proporționalitate, $\sigma_p = 2250$ dN/cm²; limita de rupere, $\sigma_r = 3330$ dN/cm². Curba caracteristică pentru un asemenea material a fost determinată experimental și apoi folosind metoda Ramberg-Osgood, varianta pentru aliajele de aluminiu, propusă de H.N. Hill, s-a ajuns la următoarea formă

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + 0{,}002\left(\frac{\sigma}{\sigma_c}\right)^n. \tag{19}$$

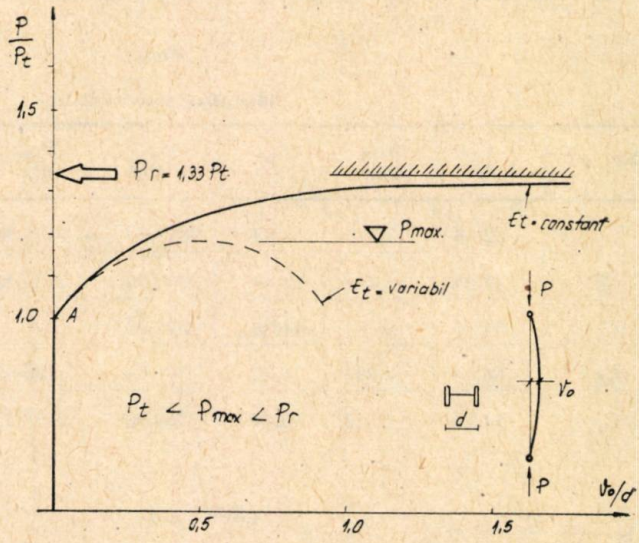


Fig. 6. — Comportarea postcritică a stîlpilor în domeniul elastoplastic.

În cazul acestui aliaj,

$$n = \frac{0{,}301}{\lg\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_{0{,}1}}\right)} = \frac{0{,}301}{\lg 1{,}031} = 22{,}70, \tag{20}$$

unde $\sigma_{0{,}1}$ este efortul unitar corespunzător unei alungiri de 0,1%. Deci

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + 0{,}002\left(\frac{\sigma}{\sigma_c}\right)^{22{,}70}. \tag{21}$$

Modulul tangent de elasticitate se determină astfel:

$$\frac{d\varepsilon}{d\sigma} = \frac{1}{E_t} = \frac{1}{E} + 0{,}00001513\left(\frac{\sigma}{\sigma_c}\right)^{21{,}70}. \tag{22}$$

Datele obținute sînt trecute în tabela 1. Toți stîlpii încercați au fost articulați la cele două capete, folosindu-se cuțite de rezemare. În acest fel, lungimile inițiale au fost corectate pentru a ține seama de rigiditatea celor două aparate de reazem.

Pentru determinarea momentului în care apar eforturi unitare inverse și deci și a sarcinii inverse, P_{inv}, s-au folosit mărci tensometrice duble, aplicate atît pe tălpi, cît și pe inima profilului dublu T. Secțiunea a fost astfel proiectată încît să se evite flambajul local și torsiunea. Stîlpii C_4 și C_5 sînt în domeniul elastic.

În figura 7 este arătată pentru stîlpul C_1 distibuția alungirilor unitare pe secțiune, variația deformațiilor unitare în mărcile tensometrice 1 și 2 și diagrama sarcină-săgeată laterală, inclusiv domeniul postcritic.

Tabela 1

Stîlpi. Date experimentale

Nr. crt.	L cm	Aria cm^2	λ	cr. dN/cm^2	$P_{inv.}$ dN	P_t dN	$P_{max.}$ dN
C_1	32,16	3,515	25,89	2817,00	9534,30	9842,00	9887,70
C_2	25,94	2,461	12,98	3000,00	7130,20	7382,70	7406,50
C_3	51,30	2,784	44,88	2572,00	—	7154,80	7045,50
C_4	86,00	2,892	74,02	1301,00	3750,80	3775,50	3759,90
C_5	111,4	2,825	95,77	752,00	2213,45	2206,50	2216,20

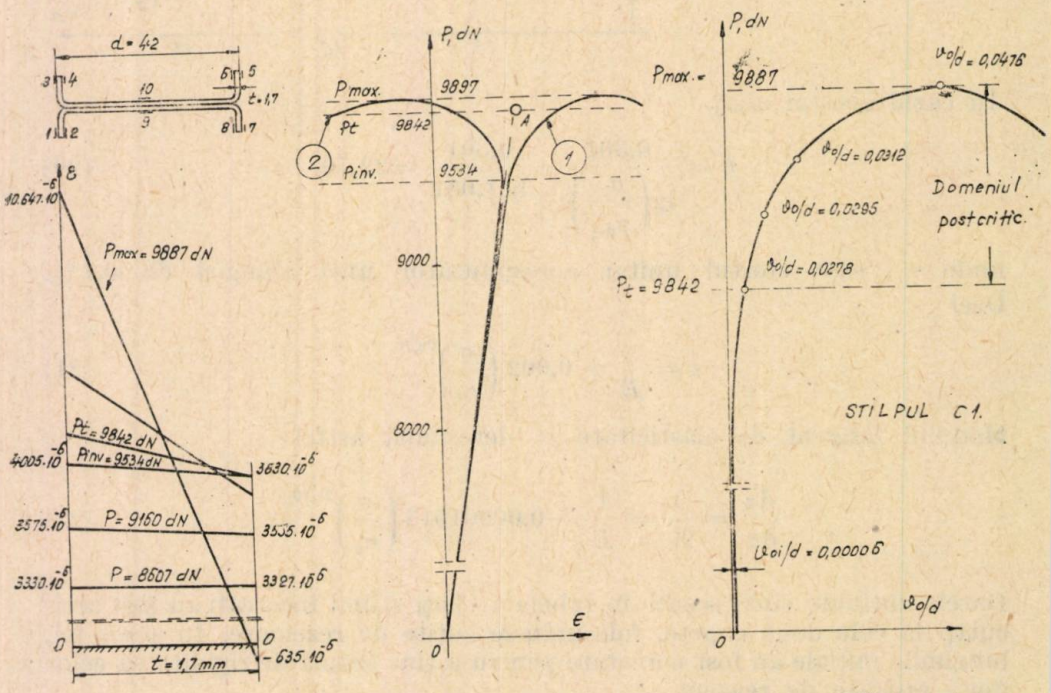


Fig. 7. — Date experimentale pentru stîlpul C_1. Domeniul postcritic.

4. CONCLUZII

Instabilitatea elastică și inelastică poate fi deseori precedată de un fenomen, denumit flambaj sau bifurcarea echilibrului. Astfel, curba reală sarcină-deformație va consta din două ramuri ; una numită precritică și alta postcritică. Numărul maxim de traiectorii postcritice care au loc pentru un număr M de puncte de ramificație de coincidență este $(1/2)(3^M - 1)$, iar numărul minim este chiar M.

Stîlpii în domeniul elastoplastic manifestă o rezistență postcritică. Valoarea rezistenței postcritice depășește cu cîteva procente valoarea dată de modulul tangent de elsticitate și acest lucru a fost pus în evidență și experimental.

Primită la redacție la 10 ianuarie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. G. Augusti, *Stabilità di strutture elastiche elementari in prezenza di grandi spostamenti*, Publication no. 172, Universita di Napoli, Napoli, 1964.
2. A. H. Chilver, *Coupled Modes of Elastic Buckling*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, *1* (1967).
3. J. E. Duberg, Th. W. Wilder, *Inelastic Column Behavior*, NACA Report 1072.
4. N. J. Hoff, *The Analysis of Structures*, John Wiley & Sons, Inc., 1956.
5. K. C. Johns, *Simultaneous Buckling in Symmetric Structural Systems*, ASCE, EM4, 1972.
6. W. T. Koiter, *Introduction to the Postbuckling Behavior of Flat Plates*, Colloque sur le comportement postcritique des plaques utilisées en construction métallique, Liège, 1962.
7. H. L. Langhaar, *Energy Method in Applied Mechanics*, John Wiley & Sons, 1962.
8. K. Marguerre, *Knick und Beulvorgänge*, Neuere Festigkeitsprobleme des Ingenieurs, K. Marguerre ed., Springer-Verlag, 1950.
9. Gh. Mărmureanu, *Rezistența postcritică a elementelor comprimate în domeniul elastic și elasto-plastic*, Teză de doctorat, Institutul de construcții București, 1970.
10. F. R. Shanley, *Inelastic Column Theory*, J. Aero. Sc., May, 1947.
11. W. J. Supple, *Coupled Branching Configurations in the Elastic Buckling of Symmetric Structural Systems*, Int. J. Mech. Sc., *2* (1967).
12. B. L. van der Waerden, *Modern Algebra*, vol. 2, Frederik Ungar, N. Y., 1950.

ASPECTE ALE UZURII MATRIȚELOR UTILIZATE LA PRELUCRAREA PRIN INJECȚIE A MATERIALELOR TERMOPLASTICE ARMATE CU FIBRE DE STICLĂ. II

de LUCIAN CAPITANU
Institutul de fizica și tehnologia materialelor

Sînt prezentate rezultatele experimentale obținute pe modelul de laborator descris în prima parte a lucrării. Datele obținute au fost confirmate de testările pe model uzinal, în condiții reale de funcționare a mașinilor de injecție. Lucrarea prezintă rezultatele și concluziile cercetărilor, comparativ pentru prelucrarea prin injecție a poliamidelor și policarbonaților, armați și nearmați cu fibre din sticlă.

5. REZULTATE EXPERIMENTALE

Încercările experimentale au urmărit, pentru cupla din figura 1 și materialele indicate în § 2.2, variația uzurii contrapiesei metalice, funcție de materialul plastic cu care vine în contact, de încărcare (sarcină, presiune de contact), de viteza relativă de alunecare (turație) și în timp.

Rezultatele încercărilor de laborator, efectuate în conformitate cu metodica de lucru indicată în § 4.1, sînt ilustrate în figurile 8—23. În figura 8 este arătată variația volumului de material îndepărtat prin uzură și a adîncimii medii uzate, funcție de sarcina de încărcare, respectiv de presiunea de contact, în timp de 60 min, pentru cupla NYLONPLAST AVE/C 120. Se poate remarca creșterea uzurii, cu sarcina și cu viteza relativă de alunecare. Pentru verificarea rezultatelor obținute prin metoda amprentei, s-au repetat încercările, la viteza de 55,7 cm/s, prin metoda radiometrică. S-au determinat volumele de material uzat la sarcini de la $1 \div 5$ daN, trasîndu-se pe baza rezultatelor curba de variație a uzurii, indicată în figura 8 cu linie groasă. Se poate remarca o bună concordanță între rezultatele obținute prin cele două metode, aceasta dovedind corectitudinea utilizării și aplicării metodei amprentei. În figura 9 sînt ilustrate curbele de variație a uzurii produse de aceiași poliamidă, pe suprafața oțelului Rp3. Se observă că uzura are valori ceva mai mici, dar de același ordin de mărime ca și uzura oțelului C 120. Se remarcă o creștere mai lentă a uzurii, cu sarcina normală. Din analiza diagramelor din figurile 8 și 9, se poate trage concluzia că uzura, deși crește cu sarcina, rămîne la valori destul de mici, în condițiile experimentale indicate.

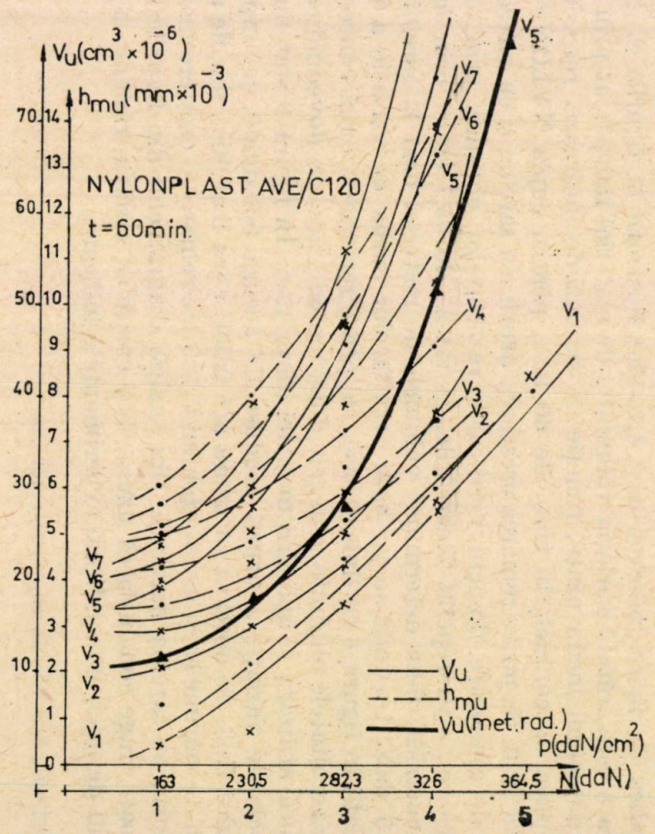


Fig. 8. — Variația uzurii contrapiesei metalice a cuplei din figura 1, pentru materialele indicate, funcție de sarcină.

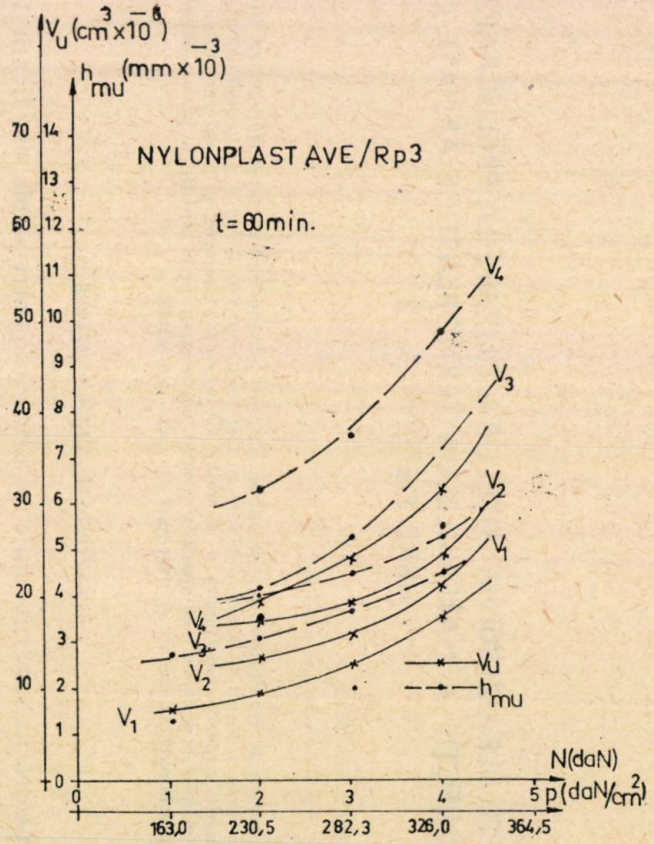


Fig. 9. — Variația uzurii contrapiesei metalice a cuplei din figura 1, pentru materialele indicate, funcție de sarcină (presiune).

În figurile 10 și 11 sînt indicate variațiile în timp ale uzurilor produse de poliamida NYLONPLAST AVE, pe suprafețele călite din oțel C 120 și respectiv Rp3. Se observă creșterea liniară a uzurii în intervalul 60 ÷ 120 min. Diagramele nu se referă și la perioada inițială, în care uzura nu mai variază liniar; ea rămîne crescătoare, dar după o anumită curbă. Uzura este mai pronunțată în această perioadă, datorită rodajului suprafețelor cuplei de frecare. Se poate remarca variația ceva mai lentă în timp, a uzurilor apărute pe suprafețele din oțel Rp3, precum și creșterea uzurii cu sarcina și cu viteza relativă. Pentru cuplurile de materiale indicate, a fost determinată și variația coeficientului de frecare (fig. 12), la diferite viteze relative, funcție de sarcină (presiune). Poate fi observată creșterea coeficientului de frecare cu viteza de alunecare.

Figurile 13 și 14 indică variația uzurii suprafețelor din oțel C 120 și respectiv Rp3, funcție de viteza relativă de alunecare (turația bucșei), adică funcție de lungimea drumului de frecare parcurs. Se poate observa creșterea uzurii cu viteza relativă, respectiv cu lungimea drumului de frecare parcurs, creștere mai accentuată la viteze mici și mai lentă la viteze ridicate. Curbele trasate cu linii întrerupte prezintă variațiile uzurii la diferite sarcini, funcție de viteză, dar raportate la aceeași lungime a drumului de frecare, 668 m. Se remarcă scăderea uzurii, la aceeași lungime a drumului de frecare, cu creșterea vitezei relative.

Imaginile prezentate în planșele I ÷ III redau aspectul amprentelor de uzură produse pe suprafețele oțelurilor C 120 și Rp3, de poliamida NYLONPLAST AVE. Se poate remarca creșterea ponderii uzurii adezive și tribochimice, cu creșterea presiunii de contact. Imaginile prezintă uzura ceva mai redusă a suprafețelor din oțel Rp3, față de cele din oțel C 120. Se poate remarca cu ușurință, influența distribuției de presiuni pe suprafața de contact, asupra gradului de deteriorare a suprafeței.

Pe baza rezultatelor de laborator ilustrate mai sus, se poate sintetiza comportarea la uzură a celor două oțeluri, prin determinarea coeficientului de uzură K, care dă o imagine globală a intensității de uzură. Conform relației lui Archard [12], poate fi exprimat volumul de material uzat, prin relația

$$V_u = k \cdot L \cdot N, \tag{30}$$

în care

k este constanta de uzură;

L — lungimea drumului de frecare parcurs;

N — sarcina normală aplicată.

Pentru o anumită sarcină (presiune), relația (30) poate fi scrisă sub forma

$$V_u = K \cdot L, \tag{31}$$

unde K este coeficientul de uzură ($K = k \cdot N$).

Din relația (31), rezultă

$$K = V_u/L. \tag{32}$$

Similar, pentru adîncimea de uzură, relația (30) devine:

$$h_{mu} = k \cdot L \cdot p, \tag{33}$$

p fiind presiunea pe suprafața de contact.

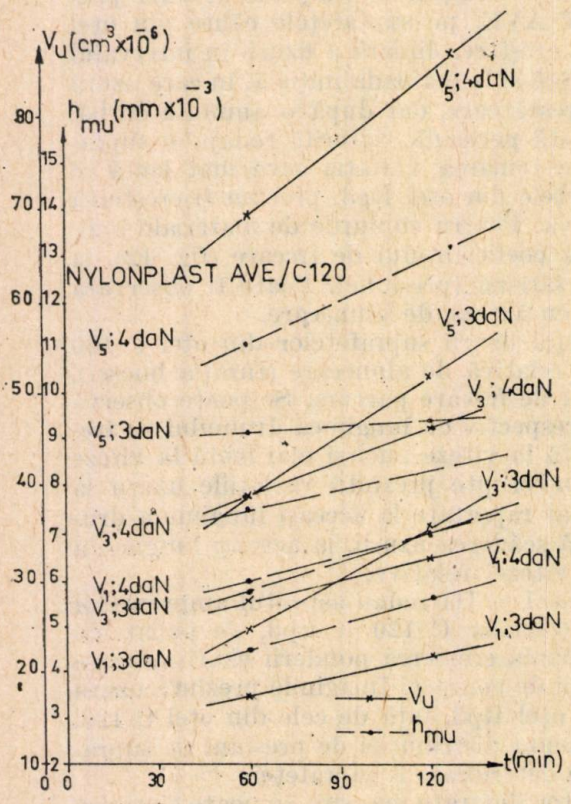


Fig. 10. — Variația în timp a uzurii.

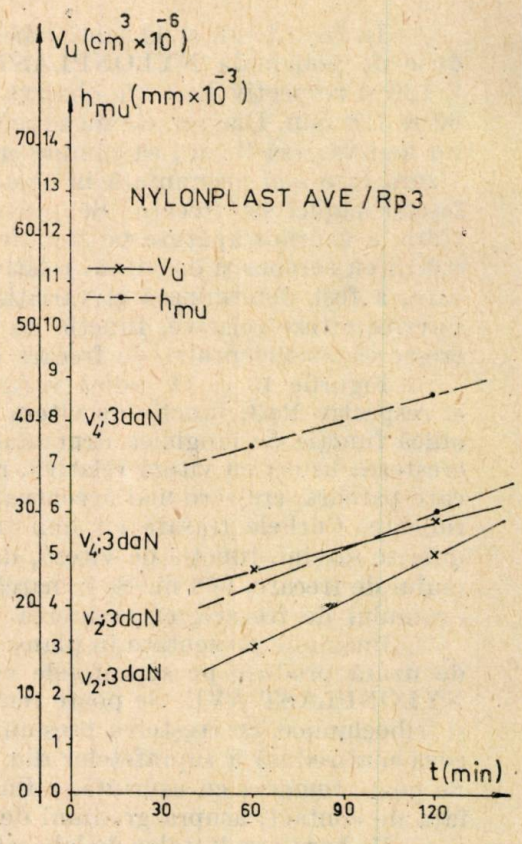


Fig. 11. — Variația în timp a uzurii contrapiesei metalice, pentru materialele indicate.

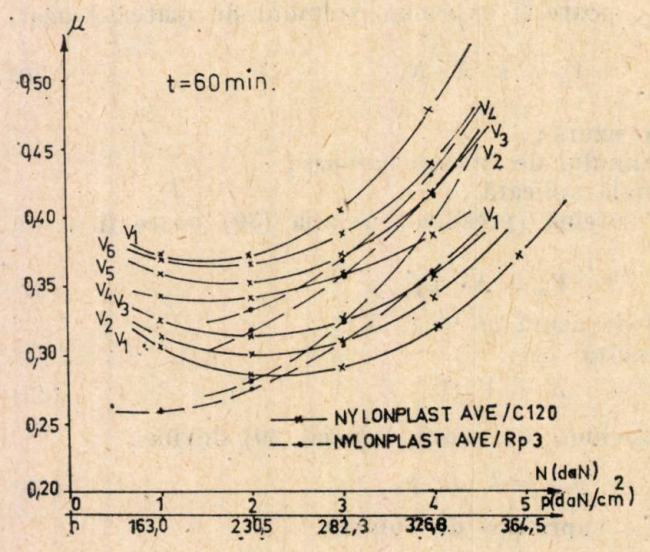


Fig. 12. — Variația coeficientului de frecare, funcție de sarcină.

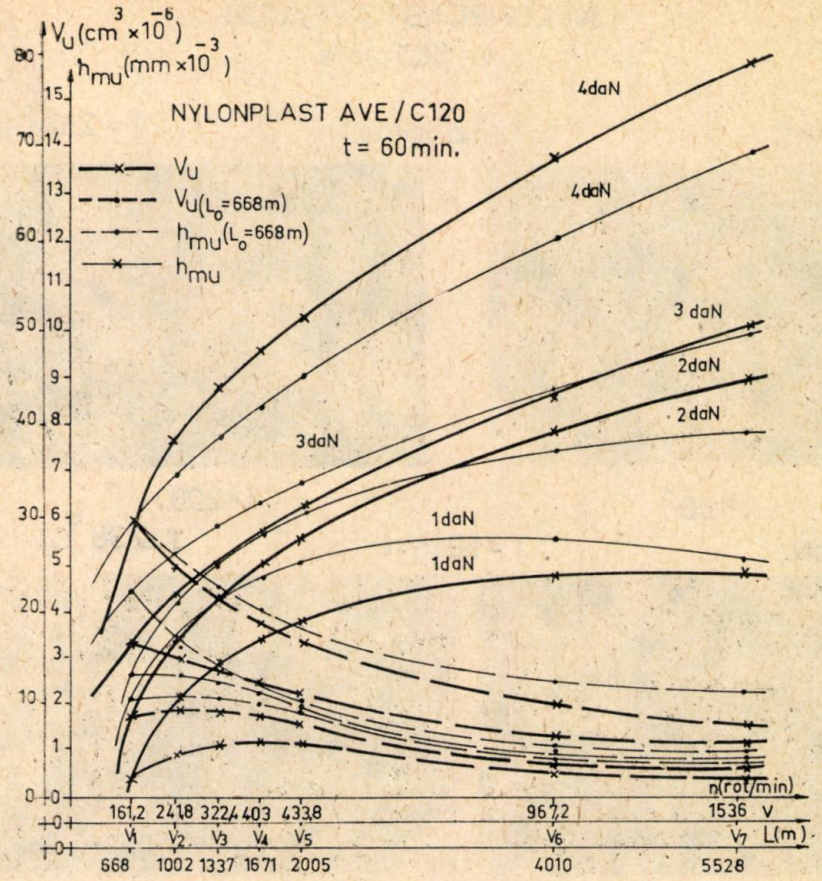


Fig. 13. — Variația uzurii suprafețelor metalice, cu turația, viteza relativă și lungimea drumului de frecare parcurs.

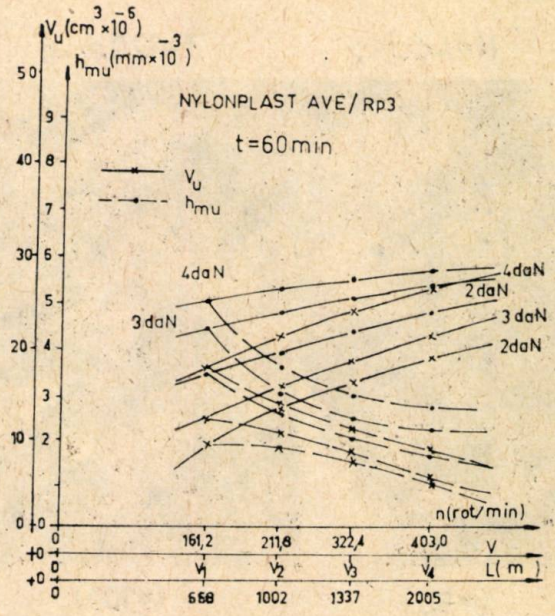
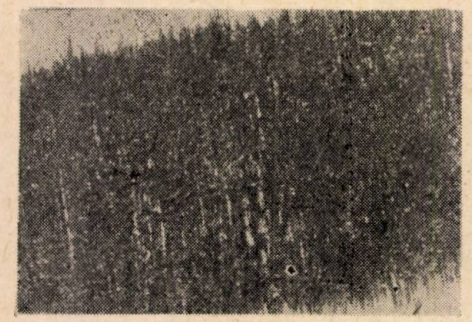


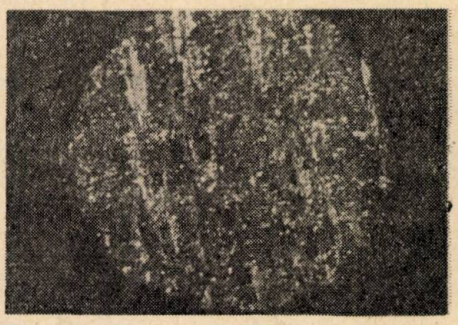
Fig. 14. — Variația uzurii oțelului Rp3, funcție de turație, viteza relativă și lungimea drumului parcurs.

NYLONPLAST AVE/C120
v = 55,7 cm/s.

N = 3daN ; t = 120 min; T = 257°C.



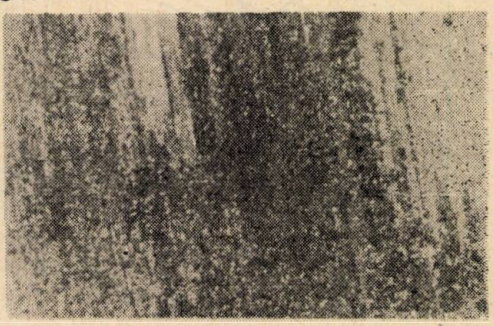
(×50)



(×200)

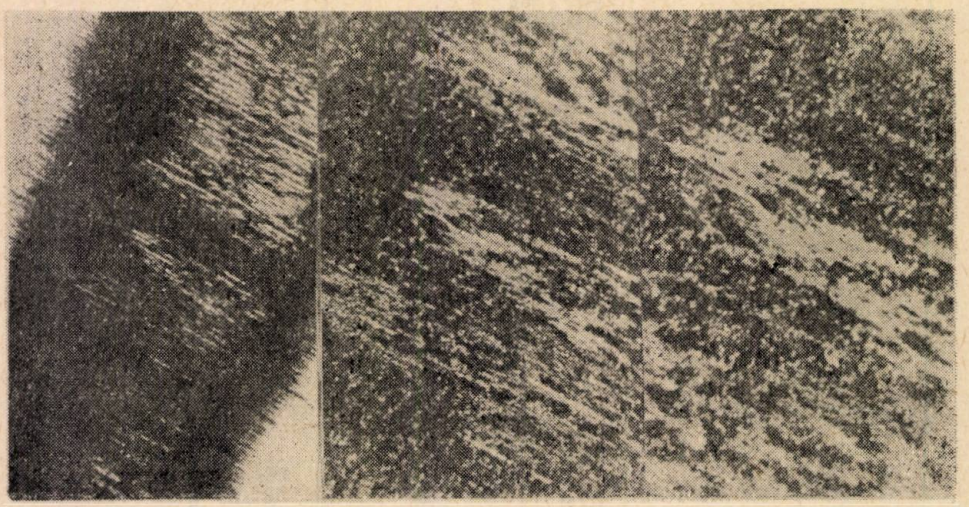
N = 4daN; t = 60 min. T = 238 °C.

(×50)



(×100)

N = 4 daN ; t = 120 min; T = 267°C.

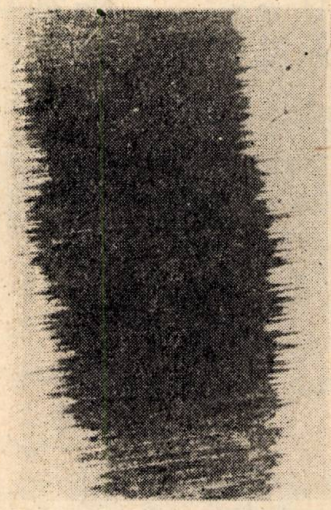


(×50) (×100) (×200)

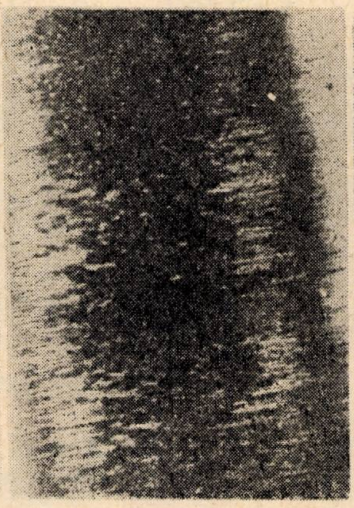
NYLONPLAST AVE /C120

v = 111,4 cm/s. t = 60 min.

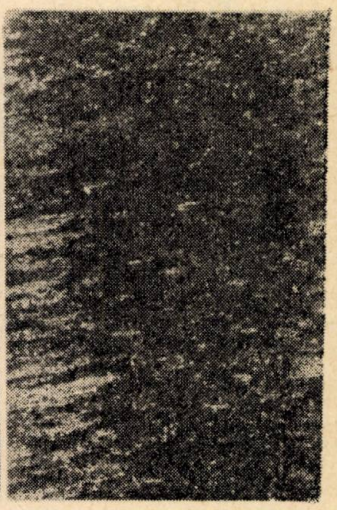
N = 1 daN; T = 234 °C. N = 2 daN; T = 279 °C.



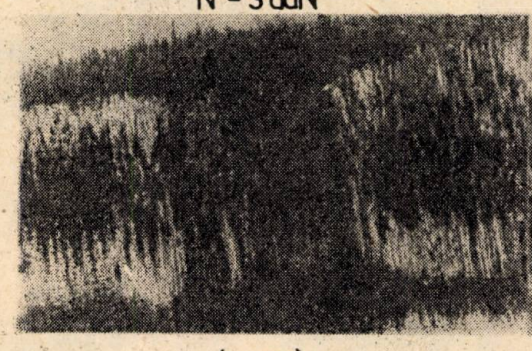
(×50)



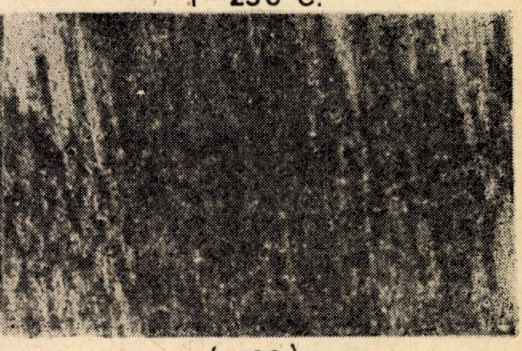
(×100)



N = 3 daN T = 290 °C.

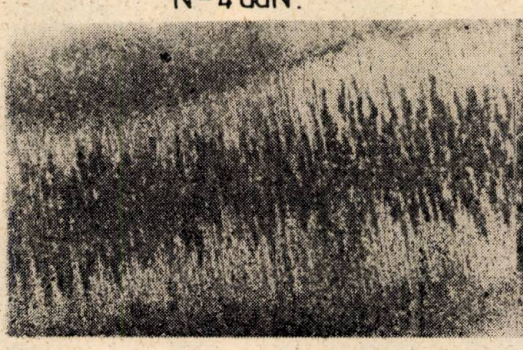


(×50)

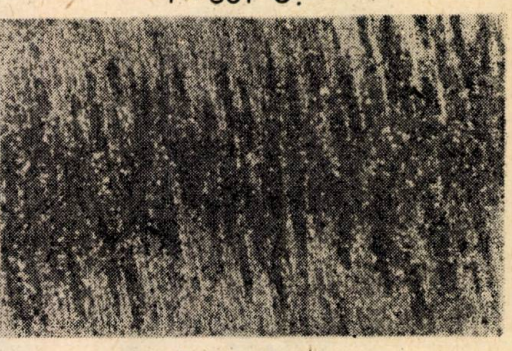


(×100)

N = 4 daN. T = 301 °C.



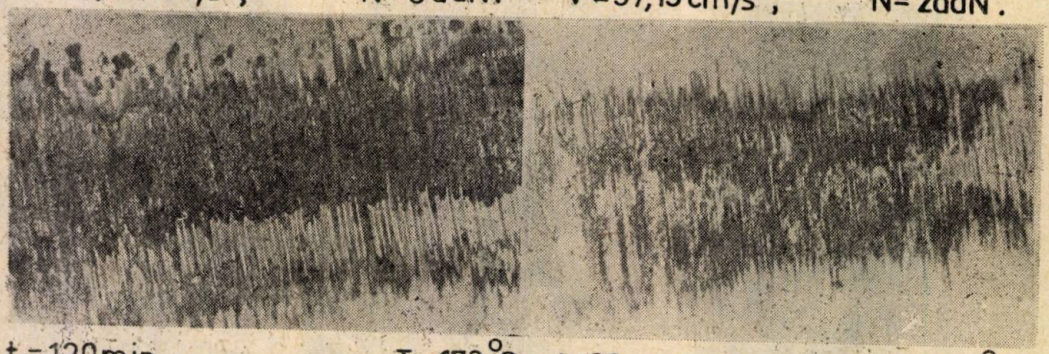
(×50)



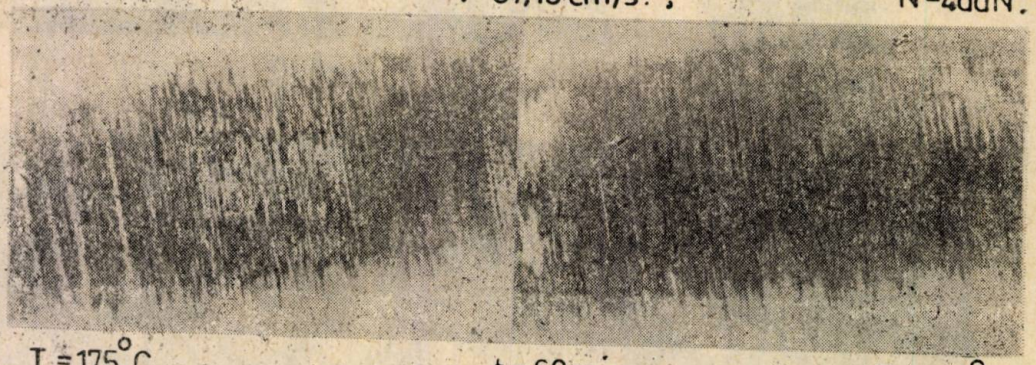
(×100)

NYLONPLAST AVE/Rp 3
(×50)

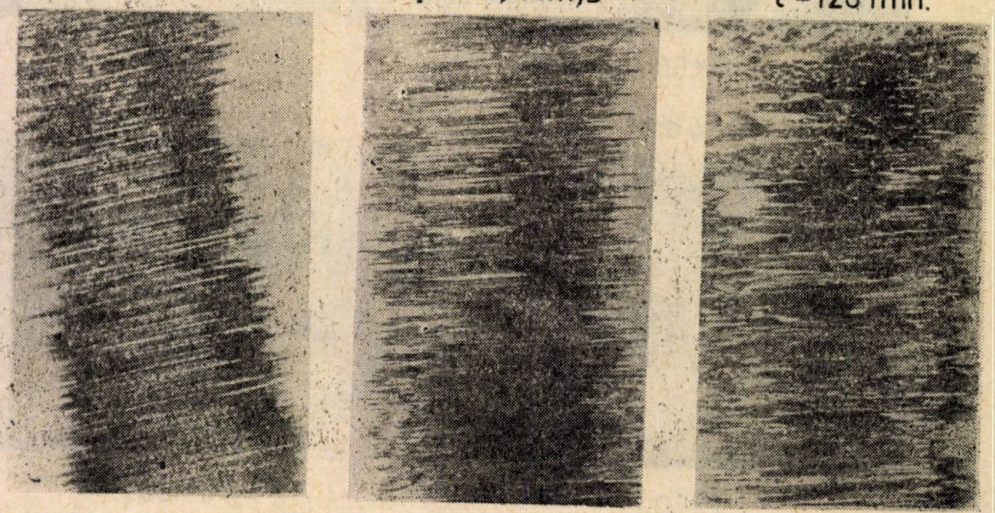
v = 27,85 cm/s ; N=3 daN. v = 37,13 cm/s ; N= 2daN.



t = 120 min. T = 172 °C t=60 min.; T=163°C
N = 3 daN; v=37,13 cm/s. ; N=4daN.



T = 175°C t = 60 min. T=237°C.
t=60 min; v=46,41 cm/s t = 120 min.



N = 2 daN T=155°C N=3daN T = 231°C N=4daN T=249°C

Pentru o anumită presiune, relația (33) devine

$$h_{mu} = K^* \cdot L, \tag{34}$$

în care K^* reprezintă coeficientul de uzură ($K^* = k \cdot p$).

Din relația (34) rezultă

$$K^* = h_{mu}/L. \tag{35}$$

Variația coeficientului de uzură, funcție de viteza relativă de alunecare, pentru cupla din figura 1 și materialele indicate, este ilustrată în diagramele din figura 15, pentru sarcini cuprinse între 1 ÷ 4 daN. Se observă că la creșterea vitezei relative, coeficientul de uzură scade. Se remarcă, de asemenea, că prelungind curbele de variație a coeficientului de uzură (K și K^*), avînd în vedere caracterul cvasiliniar al acestora, se pot obține valorile coeficientului de uzură și la viteze relative foarte mici.

Planșa IV prezintă cîteva imagini ale amprentelor de uzură produse de poliamida NORYL, pe suprafața semicuplei din oțel C 120 și Rp3, în diferite condiții de încercare. Poate fi observată creșterea uzurii cu sarcina, viteza relativă și durata încercării.

Rezultatele încercărilor de laborator pentru cupla NORYL/oțel, sînt sintetizate în diagramele din figurile 16 ÷ 19. Din figura 16, se poate remarca creșterea uzurii cu sarcina, mai lentă la sarcini mici, mai pronunțată la presiuni mari. Se poate observa, că din punct de vedere al uzurii, oțelul Rp3 se comportă cel mai bine, urmat îndeaproape de oțelul C 120. Oțelul 33MoC11 se comportă mult mai slab, uzura sa fiind ridicată. Aceeași remarcă se poate face pentru diagramele din figura 17, privitor la variația uzurii în timp. În figura 18 este indicată variația uzurii suprafeței metalice, funcție de viteza relativă și lungimea drumului de frecare. Se poate observa creșterea uzurii, cu viteza relativă și cu lungimea drumului de frecare, creșterea fiind însă destul de lentă. Curbele trasate cu linie întreruptă prezintă variația uzurii raportată la același drum de frecare (294 m). Se remarcă scăderea uzurii cu creșterea vitezei relative, la aceeași lungime a drumului de frecare.

Rezultatele experimentale pentru cupla NORYL/oțel sînt sintetizate în curbele din figura 19, curbe care indică variația coeficientului de uzură, K și K^*, funcție de viteza relativă. Se remarcă variația destul de lentă a coeficientului de uzură, acesta scăzînd cu creșterea vitezei relative. Comparînd curbele din figurile 15 și 19, se poate observa că valorile coeficientului de uzură sînt de aproximativ de două ori mai mici la cupla NORYL/oțel, față de cupla NYLONPLAST AVE/oțel.

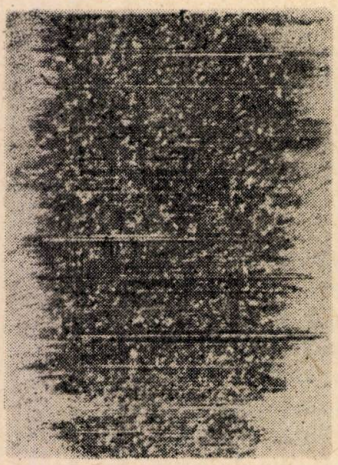
Încercările de laborator, efectuate pe cuple policarbonat LEXAN 3412/oțel, au scos în evidență aceeași variație a uzurii, cu sarcina (presiunea), viteza relativă de alunecare, lungimea drumului de frecare și în timp. Planșa V prezintă cîteva imagini ale amprentelor de uzură produse oțelului, de acest material termoplastic nearmat cu fibre din sticlă.

Rezultatele încercărilor de laborator, pentru cupla LEXAN 3412/C 120 sînt prezentate în diagramele din figurile 20 ÷ 23. Figura 20

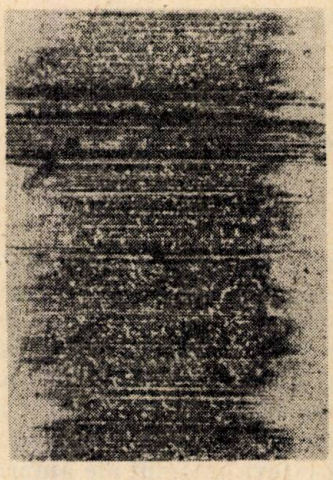
NORYL / C120
(×50)

v = 8,2 cm / s.

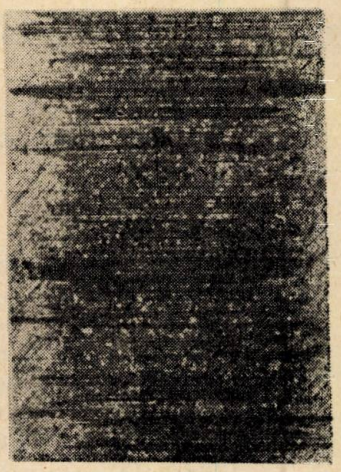
t = 60 min.



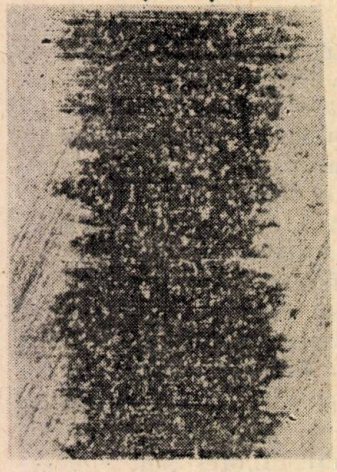
N = 2 daN.
v = 13,6 cm/s.



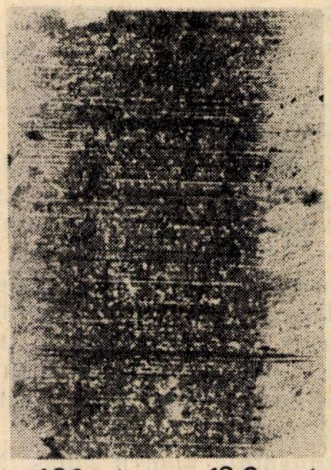
N = 3daN.



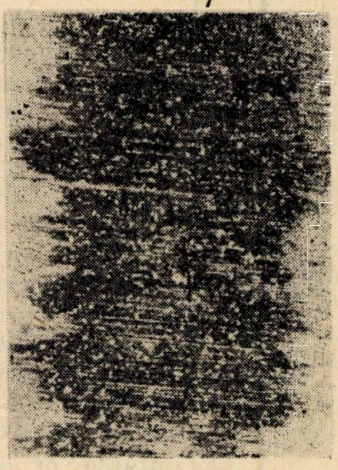
N = 4daN.
v = 19 cm / s.



t = 60min.

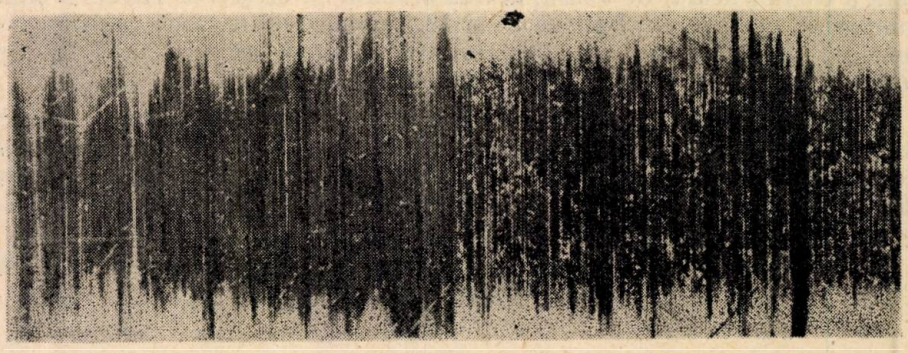


t = 120min. v = 13,6cm/s.



t = 60 min.

NORYL / Rp3 (×50)



N = 2 daN. v = 8,2 cm / s. t = 60min. N = 4daN.

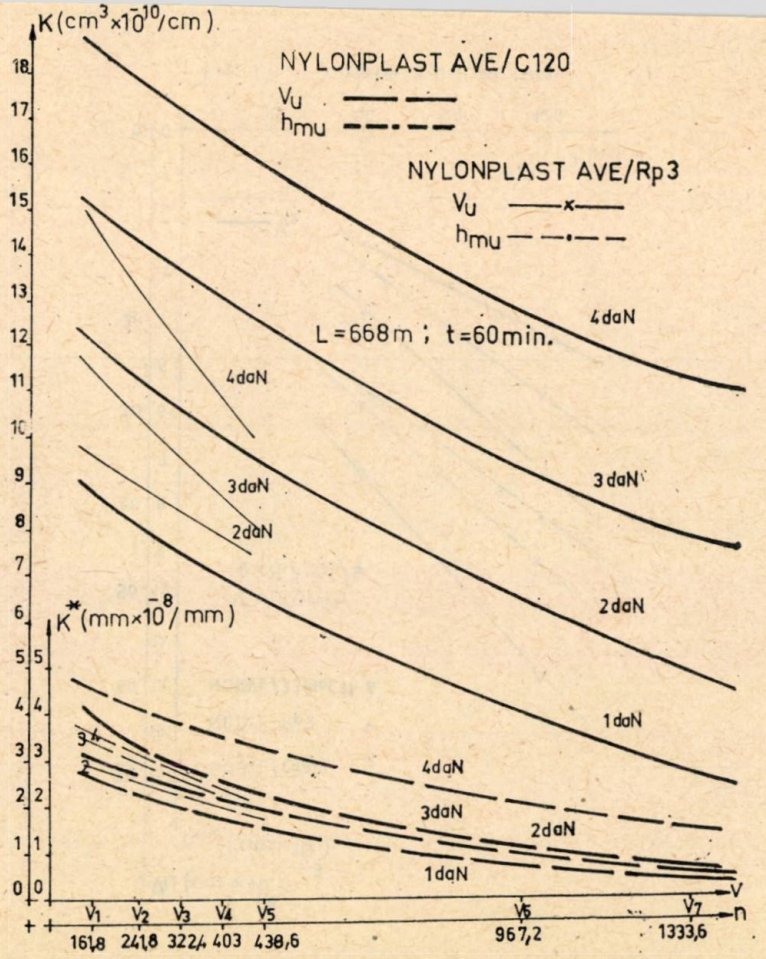


Fig. 15. — Variația coeficienților de uzură pentru cupla din figura 1 și materialele indicate, funcție de viteza relativă.

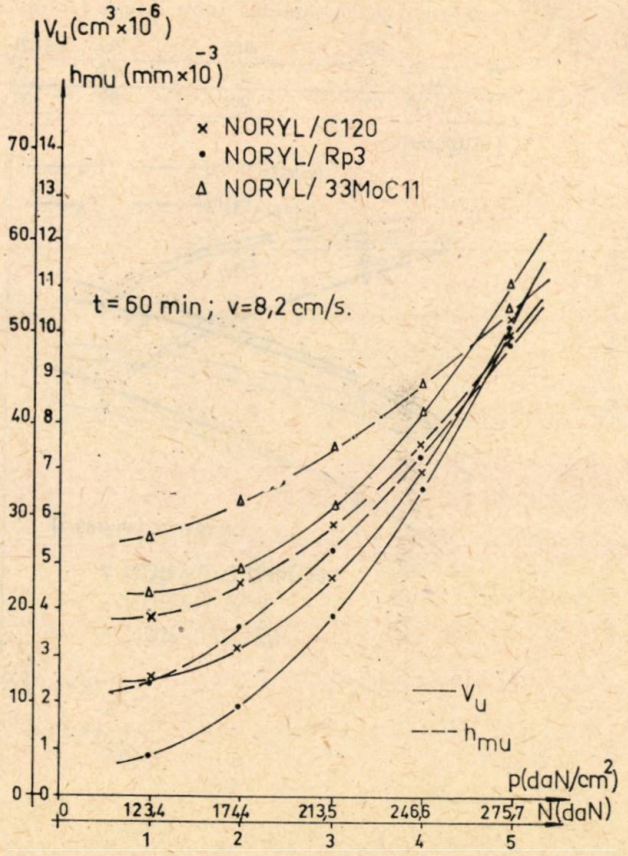


Fig. 16. — Variația uzurii oțelului, pentru cupla din figura 1 și materialele indicate, funcție de încărcare.

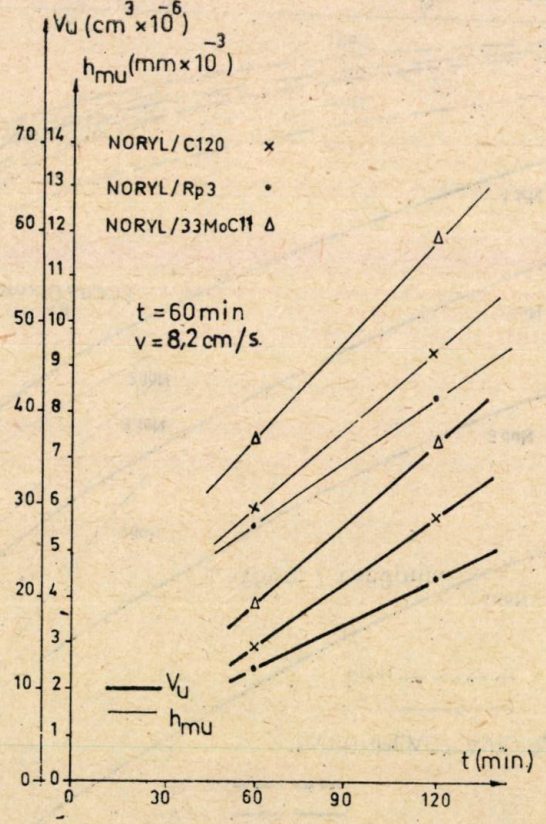


Fig. 17. – Variația uzurii în timp.

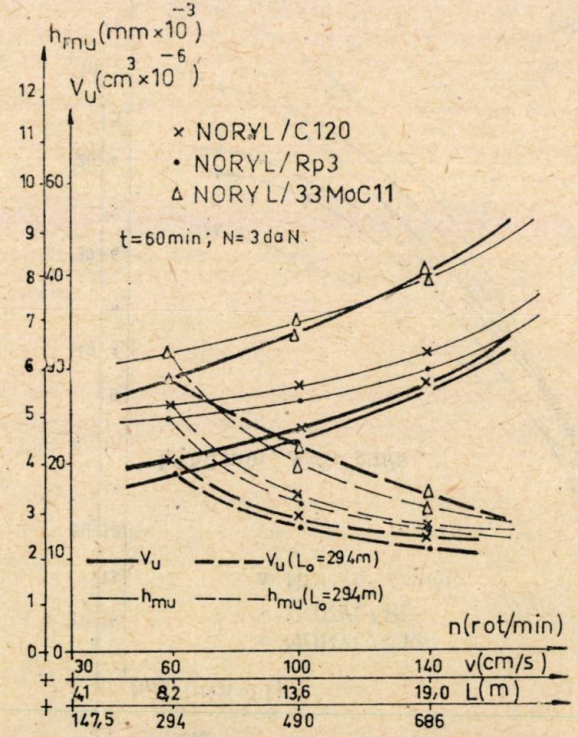


Fig. 18. — Variația uzurii suprafețelor metalice, funcție de viteza relativă, turație și lungimea drumului de frecare, pentru materialele indicate.

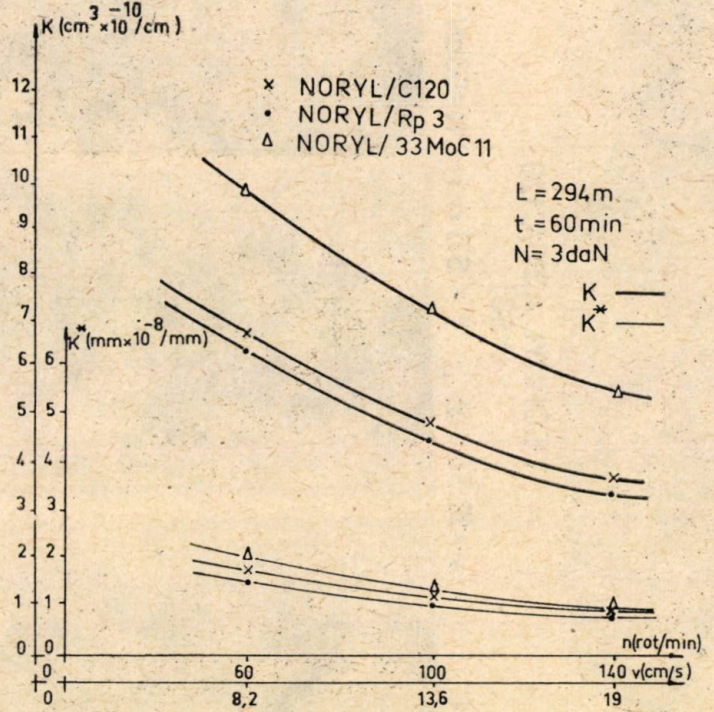


Fig. 19. — Variația coeficienților de uzură, pentru materialele și condițiile indicate, funcție de viteza relativă de alunecare.

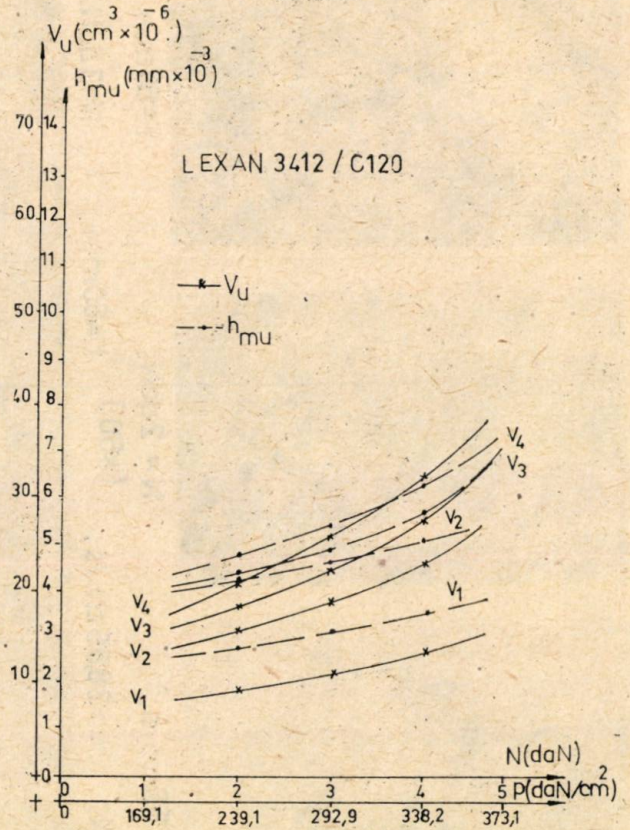
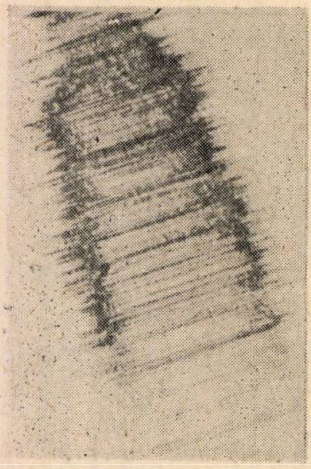
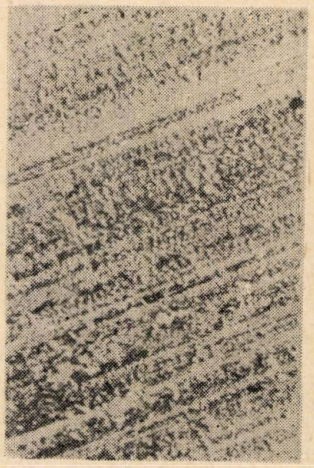


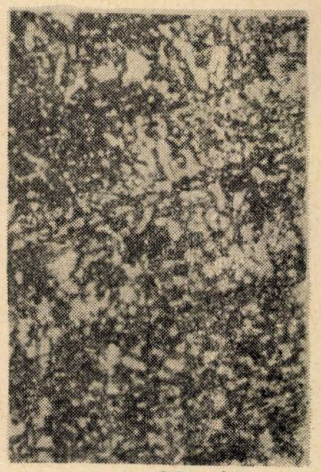
Fig. 20. — Variația uzurii metalului, funcție de sarcină și presiunea de contact.

LEXAN 3412 / C120

(×50) (×200) (×500)





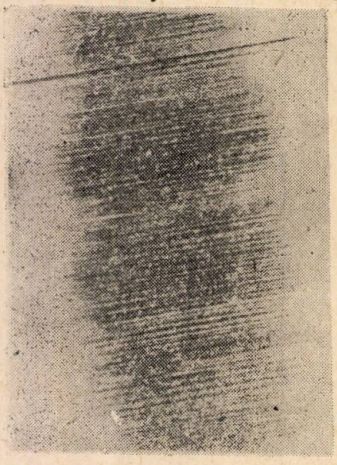


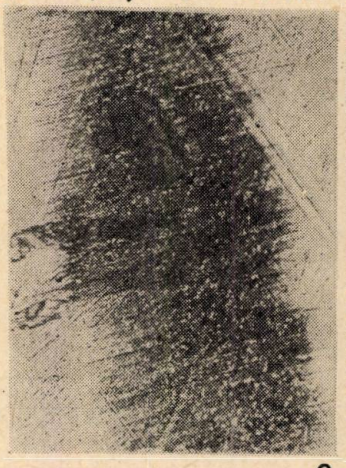
v =18,56 cm/s; N = 2 daN; t=60 min.

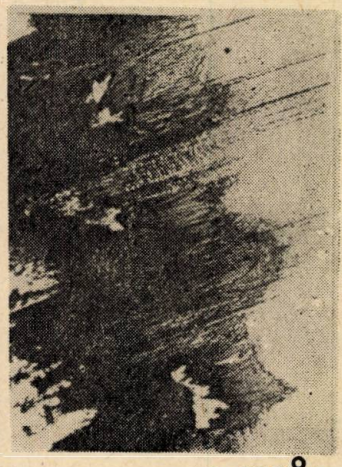
N=2 daN; v=28,85 cm/s; (×50) t=60 min; N=3 daN.

TECHNYL A216/C120
(×50)

N=3daN; v=18,56cm/s; t = 60 min; N=5daN; 27,85 cm/s







T=105°C. N=4 daN ; T=150°C. T=180°C.

ilustrează variația uzurii oțelului C 120, cu sarcina normală. Uzura este comparabilă cu cea produsă de poliamidele armate cu fibre din sticlă NYLONPLAS AVE și NORYL, dar variația ei cu sarcina este mai lentă. Figura 21 indică creșterea uzurii oțelului, cu durata încercării, la fel ca la poliamidele armate. În figura 22 este redată variația uzurii suprafeței oțelului C 120, cu viteza relativă de alunecare. Ca și la poliamidele armate, se remarcă creșterea uzurii cu viteza relativă, creștere care este însă foarte lentă. Acest lucru face ca la aceeași lungime a drumului de frecare (668 m), uzura suprafeței metalice să fie mai mică, comparabilă însă ca ordin de mărime, la viteze relativ ridicate, cu uzura produsă de poliamidele armate.

Comportarea la uzură a cuplei LEXAN 3412/C 120 călit, este sintetizată în figura 23, prin variația coeficientului de uzură. Se poate observa scăderea acestuia cu creșterea vitezei relative.

Comparînd curbele din figura 23 cu cele din figurile 15 și 19,putem remarca faptul că valorile coeficientului de uzură sînt comparabile pentru poliamida NYLONPLAST AVE/oțel și policarbonatul LEXAN 3412/oțel și de aproximativ două ori mai mici față de poliamida NORYL/oțel, valori însă de același ordin de mărime.

Încercările de laborator efectuate cu cuple poliamidă nearmată/oțel și policarbonat nearmat/oțel, încercări ilustrate de imaginile prezentate în planșa V, au scos în evidență creșterea uzurii cu sarcina, presiunea, viteza relativă, lungimea drumului de frecare parcurs și în timp. Această uzură este foarte mică și neuniformă. Determinările de laborator au scos în evidență faptul că volumele de material al contrapiesei metalice, îndepărtate prin uzare, sînt de ordinul de mărime $(10^{-10} \div 10^{-12})$ cm^3, ceea ce face inutilă reprezentarea grafică a variației uzurii. Diagramele prezentate în figurile 15, 19 și 23 permit calcularea uzurii contrapiesei metalice, în diferite condiții de încercare. Aceasta conferă diagramelor o deosebită valoare practică, cu ajutorul lor putîndu-se determina uzura apărută în diferite situații reale.

După cum s-a arătat în § 2.3, se pot calcula valorile vitezelor de alunecare, utilizîndu-se relațiile practice de calcul al gradienților de viteză.

Considerînd cazul real, al injecției într-o matriță, a unei piese din poliamidă NORYL cu 20 % fibre din sticlă, cu volumul de 460 cm^3, umplerea matriței durînd 15 s, iar diametrul mediu al duzei fiind de 5 mm, rezultă $dv_c/dr = 2499$ s^{-1} și $v_c = (dv_c/dr)r = 625$ cm/s.

În conformitate cu relația (15), viteza de alunecare la perete, v, va fi de $(0{,}6 \div 6{,}25)$ cm/s.

Se poate calcula valoarea uzurii peretelui de oțel C 120 al canalului duzei, plecînd de la lungimea L_0 parcursă de curentul de fluid la interfața de contact cu peretele canalului. Această lungime va fi

$$L_0 = (0{,}001 \div 0{,}01)\, L,$$

unde L este lungimea parcursă de fibra medie a curentului de fluid,

$$L = v_c \cdot t = 625 \cdot 15 = 9375 \text{ [cm/piesă injectată]}.$$

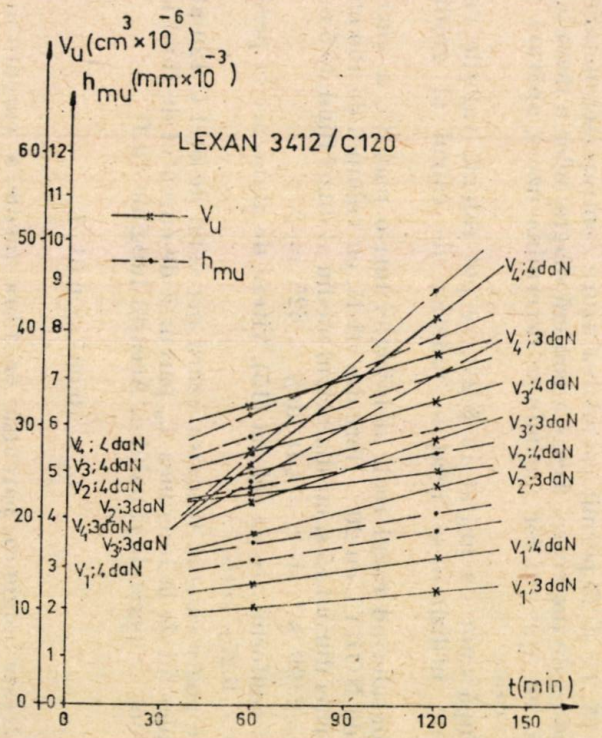


Fig. 21. — Variația în timp a uzurii contrapiesei metalice a cuplei din figura 1, și materialele indicate.

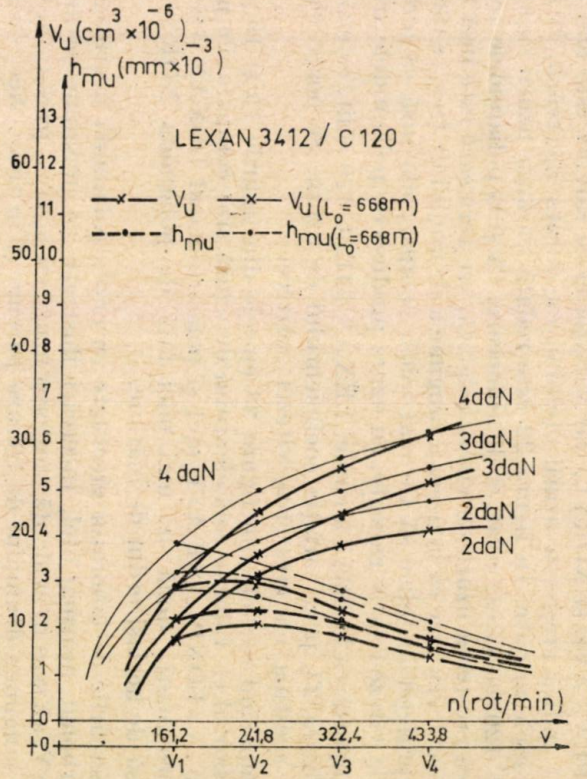


Fig. 22. — Variația uzurii metalului, funcție de viteza relativă.

Rezultă $L_0 = (9{,}375 \div 93{,}75)$ cm.
Conform relației (31), avem

$$V_u = (9{,}375 \div 93{,}75) \cdot K \ [\text{cm}^3/\text{piesă injectată}].$$

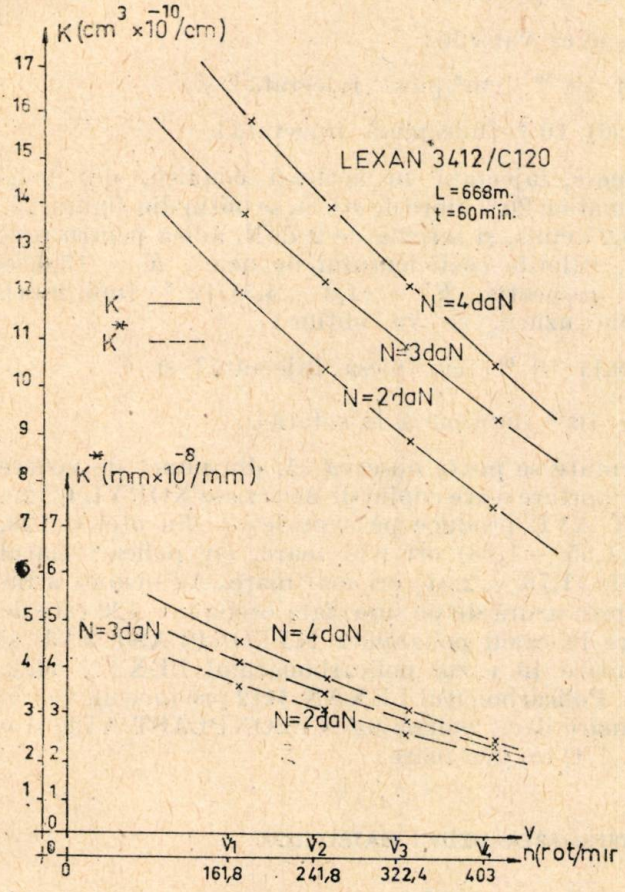


Fig. 23. — Variația coeficientului de uzură pentru materialele indicate, funcție de viteza relativă.

Din figura 19, pentru o sarcină de 3 daN, adică pentru o presiune de 213,7 daN/cm², se obțin pentru vitezele de 0,6 și 6,25 cm/s, valorile coeficienților de uzură $K = 8{,}7 \cdot 10^{-10}$ cm³/cm și, respectiv, $7{,}2 \cdot 10^{-10}$ cm³/cm. Rezultă că volumul de material îndepărtat prin uzură, este

$$V_u = (81{,}56 \div 675) \cdot 10^{-10} \ [\text{cm}^3/\text{piesă injectată}].$$

Similar, pentru calculul adîncimii medii uzate, se obțin din figura 19, pentru vitezele de 0,6 și 6,25 cm/s, valorile coeficientului de uzură K^*, de $2{,}4 \cdot 10^{-8}$ și, respectiv, $1{,}8 \cdot 10^{-8}$ mm/mm. Rezultă $h_{mu} = (22{,}5 \div 168{,}75) \cdot 10^{-8}$ [mm/piesă injectată].

Considerînd aceeași piesă, injectată în aceleași condiții, din poliamida NYLONPLAST AVE cu 20% fibre de sticlă, rezultă din figura 15, pentru

vitezele de 0,6 și 6,25 cm/s și sarcină de 2 daN, adică pentru o presiune de 230,7 daN/cm², valorile coeficienților de uzură :

$$K = (13{,}5 \div 12{,}8) \cdot 10^{-10} \text{ [cm}^3\text{/cm]} \text{ și respectiv,}$$

$$K^* = (3{,}40 \div 3{,}75) \cdot 10^{-8} \text{ [mm/mm].}$$

Rezultă că uzura va avea valorile :

$$V_u = (126{,}6 \div 1200) \cdot 10^{-10} \text{ [cm}^3\text{/piesă injectată] și}$$

$$h_{mu} = (31{,}87 \div 315{,}56) \cdot 10^{-8} \text{ [mm/piesă injectată].}$$

În cazul aceleeași piese, injectată în aceleași condiții, din policarbonat LEXAN 3412 armat cu 20 % fibre de sticlă, se obțin din figura 23, pentru vitezele de 0,6 și 6,25 cm/s, și sarcina de 2 daN, adică pentru presiunea de 239,1 daN/cm², valorile coeficientului de uzură $K = (15{,}6 \div 14{,}7) \cdot 10^{-10}$ [cm³/cm], respectiv $K^* = (4{,}8 \div 4{,}5) \cdot 10^{-8}$ [mm/mm]. Calculîndu-se valorile uzurii, se va obține :

$$V_u = (146{,}25 \div 1378{,}1) \cdot 10^{-10} \text{ [cm}^3\text{/piesă injectată] și}$$

$$h_{mu} = (45{,}0 \div 421{,}9) \cdot 10^{-8} \text{ [mm/piesă injectată].}$$

Din exemplele prezentate se poate observa că, din punct de vedere al uzurii, cea mai bună comportare o are cuplul de materiale NORYL/C 120. Poliamida NYLONPLAST AVE produce pe suprafețele din oțel C 120, un volum de uzură de (1,55 ÷ 1,78) ori mai mare, iar policarbonatul LEXAN 3412 un volum de (1,79 ÷ 2,04) ori mai mare. Adîncimea stratului de metal îndepărtat prin uzură de pe suprafața oțelului C 120 este de (1,42 ÷ 1,87) ori mai mare în cazul poliamidei NYLONPLAST AVE și de (2,25 ÷ 2,5) ori mai mare în cazul policarbonatului LEXAN 3412, față de poliamida NORYL. Policarbonatul LEXAN 3412 produce un volum de uzură de 1,15 ori mai mare decît poliamida NYLONPLAST AVE și o adîncime uzată de (1,34 ÷ 1,4) ori mai mare.

6. DETERMINAREA UZURII MATRIȚELOR

Cercetările prezentate în paragrafele anterioare, executate pe un model de laborator, au arătat faptul că în general uzura depinde atît de parametrii tribologici, cît și de natura materialului termoplastic și a armăturii acestuia.

Modelul de laborator a furnizat date comparative privind uzura produsă oțelului de matriță de diferite materiale termoplastice, rezultînd că policarbonatul LEXAN 3412, armat cu 20 % fibre de sticlă, conduce la o uzură mai mare a suprafețelor metalice. Plecînd de la considerentul că fibrele de sticlă intensifică procesul de uzură, modelul de laborator a făcut abstracție de starea topită a materialului plastic la contactul cu matrița.

Cea de-a doua fază a avut ca scop, verificarea rezultatelor obținute pe modelul de laborator, în condiții normale de funcționare a cuplei, deci sub influența stării topite a polimerului. A fost realizat un model uzinal destinat studierii uzurii matrițelor utilizate la prelucrarea prin injecție a

materialelor termoplastice. Datorită faptului că parametrii tribologici: presiune, temperatură, viteză relativă, scad ca valoare pe măsura înaintării materialului topit în matriță, s-a ales pentru studiu duza acesteia, întrucît materialul plastic topit cu care vine în contact, are cea mai mare viteză, presiune și temperatură.

Modelul uzinal constă dintr-o duză din oțel C 120, călit 59 HRC, în care au fost montate epruvetele de studiu. Schema acestui model este prezentată în figura 24. Epruvetele de studiu constau din două pastile semicilindrice și o rondea cilindrică, montate la mijlocul și, respectiv, începutul canalului duzei. Pastilele au fost montate în duză înainte de prelucrarea canalului acesteia, apoi călite împreună cu duza, în stare montată. După călire pastilele au fost demontate, perfect curățate, cîntărite și montate din nou în duză. Duza astfel confecționată a fost introdusă în cadrul procesului tehnologic de injecție, într-o matriță cu două cuiburi în care s-a injectat o poliamidă armată cu 20% fibre de sticlă. Durata injecției a fost de 7 s. După 10 000 de cicluri de injecție, adică 20 000 piese injectate, duza a fost demontată, iar pastilele recîntărite.

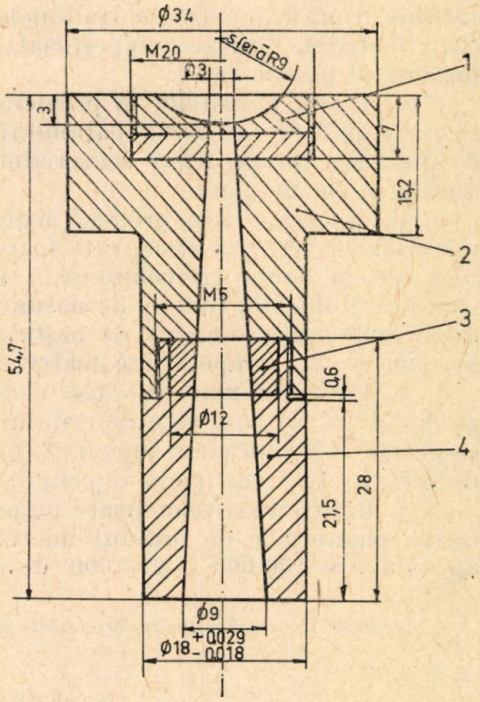


Fig. 24. — Modelul uzinal pentru determinarea uzurii matrițelor; *1* — rondea cilindrică; *2* — cap duză; *3* — pastile; *4* — corp duză.

A rezultat o uzură a rondelei cilindrice, de 0,63 mg și a pastilelor, de 0,59 mg. Convertind aceste date în volume, se obțin valorile:

$$V_{u\ \text{rondea}} = 76 \cdot 10^{-6}\ [\text{cm}^3] \text{ și}$$

$$V_{u\ \text{pastilă}} = 71{,}1 \cdot 10^{-6}\ [\text{cm}^3].$$

Aceste valori sînt situate în domeniul de variație a uzurilor produse de poliamidele armate cu 20% fibre de sticlă, pe modelul de laborator.

Rezultatele obținute pe modelul uzinal confirmă ipotezele de lucru și de calcul, enunțate anterior, privitoare la modelarea fenomenului de contact și a parametrilor tehnologici.

7. CONCLUZII

Din analiza rezultatelor experimentale, pot fi trase o serie de concluzii privitoare la uzura matrițelor utilizate la prelucrarea prin injecție a materialelor termoplastice.

a. Matriţele se pot uza, în urma contactului lor cu materialele termoplastice topite, armate sau nearmate cu fibre de sticlă.

b. Uzura matriţelor este influenţată de o serie de factori dependenţi de natura materialului injectat, armătura acestuia, caracteristicile mecanice ale armăturii, natura şi tratamentul termic aplicat oţelului de construcţie a matriţei, duritatea superficială a interfeţei de contact a acesteia cu materialul plastic topit.

c. Uzura matriţelor la prelucrarea prin injecţie a materialelor plastice, depinde de valoarea parametrilor tehnologici de injecţie: presiune de injecţie, temperatura materialului plastic, temperatura matriţei şi durata ei de umplere.

d. Natura uzurii produsă matriţelor la prelucrarea prin injecţie a materialelor termoplastice, este foarte complexă, apărînd atît uzura adezivă, cît şi uzura tribochimică şi abrazivă. Ponderea acestor tipuri de uzare este diferită, funcţie de natura şi conţinutul de armătură, de capacitatea polimerului de a nu da naştere, în stare topită, la compuşi agresivi, precum şi de temperatura materialului topit.

e. Uzura maximă produsă matriţelor, la prelucrarea prin injecţie a poliamidelor armate, este de ordinul de mărime 10^{-8} cm^3/piesă injectată, respectiv 10^{-6} mm/piesă injectată, în timp ce policarbonaţii produc uzuri de ordinul 10^{-7} cm^3/piesă injectată şi respectiv 10^{-5} mm/piesă injectată.

f. Uzura matriţelor poate pune probleme în ceea ce priveşte respectarea toleranţelor de ordinul micronilor, pentru piesele injectate, după aproximativ 150 000 $\div$ 200 000 de cicluri de injecţie.

Primită la redacţie la 26 septembrie 1977

BIBLIOGRAFIE

12. D. Pavelescu, *Stadiul actual al cercetărilor în domeniul uzurii. Evoluţia concepţiilor asupra frecării*, Studii şi Cercetări Metalurgice, **11**, *1* (1966).
13. E. Rabinowicz, *Friction and wear of materials*, John Wiley and Sons. Inc. New York, 1966.

APLICAREA METODEI DEPLASĂRILOR LA CALCULUL STATIC AL SISTEMELOR DE CONDUCTE

de M. NICOLESCU

Institutul de inginerie tehnologică și proiectări pentru rafinării — Ploiești

Este prezentată o metodă de calcul a matricelor de rigiditate și a forțelor echivalente în noduri pentru elementele drepte și curbe ce alcătuiesc sistemele de conducte. Rezultatele obținute sînt folosite pentru calculul static al sistemelor de conducte sub efectul forțelor concentrate, forțelor uniform distribuite și al deformațiilor inițiale prin metoda deplasărilor.

1. INTRODUCERE

Calculul sistemelor de conducte constînd dintr-un număr mare de elemente drepte și curbe orientate arbitrar în spațiu reprezintă o problemă dificilă. Sisteme de acest tip se întîlnesc în rafinăriile de petrol, instalațiile chimice, centralele termice și, desigur, oriunde se utilizează structuri confecționate din țevi. Natura problemelor ce trebuie rezolvate a suferit în timp unele modificări, ca urmare a îmbunătățirii continue a proceselor tehnologice de prelucrare. În cazul sistemelor de conducte, temperaturile de exploatare au crescut în mod constant. În același timp, considerarea efectului de relaxare a deformațiilor termice a condus la creșterea eforturilor unitare admisibile de proiectare. Ca urmare, efectul greutății proprii nu mai poate fi neglijat în calculul sistemelor de conducte importante.

În prezent, există o vastă bibliografie asupra proiectării sistemelor de conducte. Acum ne interesează însă în primul rînd studiile orientate spre analiza prin metode matriceale, potrivite pentru aplicațiile pe calculatoarele electronice. Una din cele mai complete lucrări de acest tip este aceea a lui D.H.Cheng [1]. Acesta determină matricele de flexibilitate pentru elemente drepte și curbe supuse la forțe concentrate și forțe uniform distribuite. În calculul efectului forțelor uniform distribuite au fost neglijați termenii asociați cu efectele directe ale deformațiilor (deformațiile produse de forțele axiale și tăietoare). Aplicarea metodei eforturilor în realizarea unui program de calcul static al sistemelor de conducte, și determinarea matricelor de flexibilitate este prezentată de S. Poley [2]. E.L.Wilson și alții în lucrarea [4] descriu o metodă de calcul a sistemelor de conducte prin metoda deplasărilor în care forțele echivalente în noduri produse de încărcările uniform distribuite sînt calculate prin integrare numerică, așa cum se arată în lucrarea [5]. I.W.Dingwell și E.T.Bradshaw în [3] prezintă programul ADLPIPE bazat pe metoda matricelor de transfer.

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 2, 1978, P. 281–293

În acest articol sînt stabilite matricele de flexibilitate pentru elementele drepte și curbe, și expresiile complete ale forțelor echivalente în noduri produse de încărcări uniform distribuite și deformații inițiale, aplicînd metodele matriceale de calcul al structurilor (se va vedea de exemplu lucrarea lui Livesley [6]).

2. PROPRIETĂȚILE ELASTICE ALE ELEMENTELOR SISTEMELOR DE CONDUCTE

Proprietățile elastice ale elementelor structurilor pot fi descrise prin relații de tipul

$$r = Ke, \quad e = Fr, \tag{1}$$

unde r, vectorul eforturilor, definește starea de eforturi în element, iar e, vectorul deformațiilor, definește deformațiile corespunzătoare; K este matricea de rigiditate, F matricea de flexibilitate, iar $K = F^{-1}$.
Ecuațiile de echilibru

$$p = Hr \text{ sau } p_i = H_i r_i \text{ pentru elementul } i, \tag{2}$$

exprimă forțele p_i în noduri, funcție de eforturile r_i din element. Ecuațiile de compatibilitate

$$e = H^t d \text{ sau } e_j = H_j^t d_j \tag{3}$$

exprimă deformațiile e_j, funcție de deplasările d_j ale nodurilor. Matricea H depinde de forma geometrică a elementului dar nu și de proprietățile elastice ale acestuia. Ecuațiile (1), (2) și (3) conduc la ecuațiile ce corelează forțele și deplasările în nodurile unui element

$$\begin{aligned} p &= Hr = HKe = HKH^t d \\ \text{sau} \quad p_i &= H_i K H_j^t d_j = K_{ij} d_j. \end{aligned} \tag{4}$$

Vom examina mai întîi problema determinării matricei K pentru un element de tip bară de formă arbitrară și cu secțiunea transversală variabilă (fig. 1). Presupunem că axa neutră a elementului este definită parametric prin ecuațiile $x = x(s)$, $y = y(s)$, $z = z(s)$. Vom determina contribuția pe care o aduce elementul ds la deformația totală a barei. Este convenabil să alegem originea sistemului de coordonate $O_s x'y'z'$ la mijlocul elementului de bară ds și să facem să coincidă axa x' cu axa neutră nedeformată. Adoptăm convenția că direcția capătul *1* către capătul *2* definește

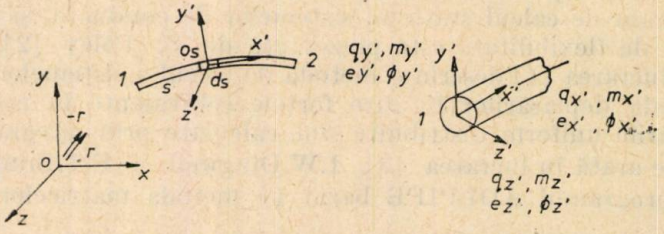


Fig. 1

sensul pozitiv al axei x'. Matricea de flexibilitate a segmentului ds în sistemul de coordonate $O_s x'y'z'$ este definită prin ecuaţia (1)

$$\mathrm{d}\begin{bmatrix} e_{x'} \\ e_{y'} \\ e_{z'} \\ \Phi_{x'} \\ \Phi_{y'} \\ \Phi_{z'} \end{bmatrix} = \frac{1}{EI}\begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_3 \end{bmatrix} \mathrm{d}s \begin{bmatrix} q_{x'} \\ q_{y'} \\ q_{z'} \\ m_{x'} \\ m_{y'} \\ m_{z'} \end{bmatrix}; \quad \mathrm{d}\bar{e}_s = \bar{F}_s \mathrm{d}s \bar{r}_s, \tag{5}$$

unde E este modulul de elasticitate, $I(s)$ momentul de inerţie maxim al secţiunii transversale, iar α_i şi β_i sînt coeficienţi definiţi astfel,

$$\begin{aligned} &\alpha_1 = I(s)/A(s), && \alpha_2 = \alpha_3 = EI(s)/GA(s), \\ &\beta_1 = EI(s)/GJ(s), && \beta_2 = \beta_3 I(s)/I_{\min}(s), \ \beta_3 = k, \end{aligned} \tag{6}$$

în care $A(s)$ este aria secţiunii transversale, G modulul de forfecare, $J(s)$ momentul de inerţie polar, iar k este coeficientul de flexibilitate la încovoiere care depinde de forma elementului; k este unitar pentru un element de ţeavă drept. Pentru coturi, ovalizarea secţiunii datorită încovoierii este de obicei importantă, deci k va fi sensibil mai mare decît unu.
Perechea de eforturi în echilibru $-r$, r aplicate în originea O este static echivalentă cu eforturile $-r_s$, r_s aplicate în originea segmentului O_s. Cei doi vectori ai eforturilor sînt corelaţi prin ecuaţia

$$r_s = H_s r. \tag{7}$$

Deşi vectorul r_s acţionează în O_s el este exprimat în sistemul de coordonate xyz al elementului întreg. Vectorul corespunzător în sistemul de coordonate $x'y'z'$ este $\bar{r}_s$, obţinut prin transformarea

$$r_s = T_s \bar{r}_s, \tag{7a}$$

T_s este o matrice de transformare ortogonală $T_s^{-1} = T_s^t$, astfel că $\bar{r}_s = T_s^t r_s$. Din ecuaţia (7) rezultă

$$\bar{r}_s = T_s^t H_s r. \tag{8}$$

Corespunzător relaţiei (8), putem obţine relaţia

$$\mathrm{d}e = H_s' T_s \mathrm{d}\bar{e}_s \tag{9}$$

între vectorul deformaţiilor $\mathrm{d}\bar{e}_s$ raportate la originea O_s şi vectorul corespunzător $\mathrm{d}e$, raportat la originea O.
Combinînd (8) şi (9) cu expresia (5) a flexibilităţii segmentului de bară, obţinem

$$\mathrm{d}e = (H_s^t T_s \bar{F}_s T_s^t H_s \mathrm{d}s) r = F_{se} \mathrm{d}s\, r, \tag{10}$$

unde $F_{so}ds$ reprezintă matricea de flexibilitate a segmentului, măsurată în O în sistemul de coordonate x, y, z.
Relaţia (10) determină deformaţia în punctul O datorită deformaţiei segmentului ds. Însumînd contribuţiile tuturor segmentelor, obţinem

$$e = \left[\int_0^L H_s^t T_s \bar{F}_s T_s^t H_s ds\right] r = \int_0^L F_{so} ds\, r = Fr, \tag{11}$$

unde F este matricea de flexibilitate a elementului. Prin inversarea acestei matrice se obţine matricea K.
Stabilirea proprietăţilor elastice pentru elementele constitutive ale sistemelor de conducte este prezentată în continuare ca o aplicaţie a relaţiilor cu caracter general de mai sus.

2.1. ELEMENTUL DE ŢEAVĂ DREAPTĂ

Un astfel de element este reprezentat în figura 2. Alegem originea O la mijlocul elementului.
Pentru elementul drept, matricea T_s este o matrice unitară, iar ecuaţia de echilibru

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -s & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}; \quad r_s = H_s r \tag{12}$$

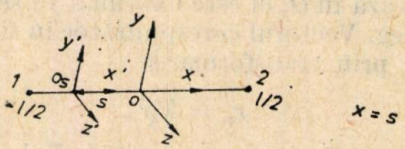


Fig. 2

defineşte matricea H_s. Din relaţia (11) rezultă

$$F_{so} = H_s^t T_s \bar{F}_s T_s H_s = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2+\beta_3 s^2 & 0 & 0 & 0 & -\beta_3 s \\ 0 & 0 & \alpha_3+\beta_2 s^2 & 0 & \beta_2 s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_2 & \beta_3 \\ 0 & -\beta_3 s & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{13}$$

$$F = \int_{-l/2}^{l/2} F_{s_0} ds = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} \alpha_1 l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\alpha_2 + \frac{1}{12}\beta_3 l^2\right) l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\alpha_3 + \frac{1}{12}\beta_2 l^2\right) l & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_1 l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_2 l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_3 l \end{bmatrix}.$$

Forțele p_1 și p_2 aplicate la capătul elementului sînt

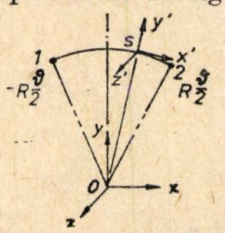
$$\begin{bmatrix} p_{x_1} \\ p_{y_1} \\ p_{z_1} \\ m_{x_1} \\ m_{y_1} \\ m_{z_1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{l}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{l}{2} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} p_{x_2} \\ p_{y_2} \\ p_{z_2} \\ m_{x_2} \\ m_{y_2} \\ m_{z_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{l}{2} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}. \qquad (14)$$

Aceste relații definesc matricele H_1 și H_2 din ecuația (2).

2.2. ELEMENTUL DE COT

Acest element este reprezentat în figura 3.



$x = R \sin \frac{s}{R} = Rs$

$y = R \cos \frac{s}{R} = Rc$

Fig. 3

Matricea T_s este definită prin relaţia (7a) ca

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{x'} \\ q_{y'} \\ q_{z'} \\ m_{x'} \\ m_{y'} \\ m_{z'} \end{bmatrix} ; \quad r_s = T_s \bar{r}_s, \tag{15}$$

iar ecuaţia de echilibru

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -y & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_\tau \\ q_y \\ q_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} ; \quad r_s = H_s r, \tag{16}$$

defineşte matricea H_s. Din relaţia (11) rezultă

unde $\psi_1 = \vartheta + \sin\vartheta$, $\psi_2 = \vartheta - \sin\vartheta$.

$$F_{so}=H_s^t T_s \bar{F}_s T_s^t H_s=\frac{1}{EI}\begin{bmatrix}
\alpha_1 c^2+\alpha_2 s^2+\beta_4 R^2 c^2 & [(\alpha_2-\alpha_1)-\beta_3 R^2]sc & 0 & 0 & 0 & \beta_3 Rc \\
[(\alpha_2-\alpha_1)-\beta_3 R^2]sc & \alpha_1 s^2+\alpha_2 c^2+\beta_3 R^2 s^2 & 0 & 0 & 0 & -\beta_3 Rs \\
0 & 0 & \alpha+{}_3\beta_1 R^2 & -\beta_1 Rc & \beta_1 Rs & 0 \\
0 & 0 & -\beta_1 Rc & \beta_1 c^2+\beta_2 s^2 & (\beta_2-\beta_1)sc & 0 \\
0 & 0 & \beta_1 Rs & (\beta_2-\beta_1)sc & \beta_1 s^2+\beta_2 c^2 & 0 \\
\beta_3 Rc & -\beta_3 Rs & 0 & 0 & 0 & \beta_3
\end{bmatrix}, \tag{17}$$

$$F=\int_{R\vartheta/2}^{R\vartheta/2} F_{so} R\mathrm{d}\vartheta=\frac{1}{EI}\begin{bmatrix}
\frac{R}{2}(\alpha_1\psi_1+\alpha_2\psi_2+\beta_3 R^2\psi_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\beta_3 R^2\sin\frac{\vartheta}{2} \\
0 & \frac{R}{2}(\alpha_1\psi_2+\alpha_2\psi_1+\beta_3 R^2\psi_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & R\vartheta(\alpha_3+\beta_1 R^2) & -2\beta_1 R^2\sin\frac{\vartheta}{2} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -2\beta_1 R^2\sin\frac{\vartheta}{2} & \frac{R}{2}(\beta_1\psi_1+\beta_2\psi_2) & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{R}{2}(\beta_1\psi_2+\beta_2\psi_1) & 0 \\
2\beta_3 R^2\sin\frac{\vartheta}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_3 R\vartheta
\end{bmatrix}, \tag{18}$$

Forțele p_1 și p_2 aplicate la capătul elementului sînt

$$\begin{bmatrix} p_{x_1} \\ p_{y_1} \\ p_{z_1} \\ m_{x_1} \\ m_{y_1} \\ m_{z_1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -y & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x & 0 & 1 & 0 \\ y & x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}; \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} p_{x_2} \\ p_{y_2} \\ p_{z_2} \\ m_{x_2} \\ m_{y_2} \\ m_{z_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -y & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}.$$

Aceste relații definesc matricele H_1 și H_2 din ecuația (2).

3. CALCULUL FORȚELOR ECHIVALENTE ÎN NODURI

În metoda deplasărilor este necesar să se determine forțele echivalente în nodurile elementelor ca urmare a efectului încărcărilor sau al deformațiilor inițiale ale elementelor.

Vom determina mai întîi forțele echivalente produse de o forță concentrată w_s aplicată în punctul s al unui element de bară oarecare (fig. 4). Elementul rămîne în echilibru datorită forțelor $-q_1$, q_2 aplicate în punc-punctul O.

Dacă partea elementului de la punctul s la capătul 2 ar fi rigidă, deplasarea relativă a capetelor brațelor forțelor q_1 și q_2 ar fi

$$e^{(1)} = F_{1s} q_1, \text{ unde } F_{1s} = \int_0^s H_s^t T_s \bar{F}_s T_s^t H_s ds, \quad (19a)$$

unde F_{1s} este matricea de flexibilitate a elementului de la capătul 1 la punctul s. La fel, dacă secțiunea de la capătul 1 la punctul s ar fi rigidă, deplasarea relativă ar fi

$$e^{(2)} = F_{s2} q_2, \text{ unde } F_{s2} = \int_s^l H_s^t T_s \bar{F}_s T_s^t H_s ds. \quad (19b)$$

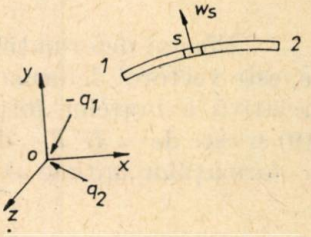


Fig. 4

Condiția de încastrare a capetelor elementului implică deplasarea relativă nulă a celor două capete ale brațelor de forță, adică $e^{(1)} + e^{(2)} = 0$. Se obține astfel condiția de compatibilitate

$$F_{1s}q_1 + F_{s2}q_2 = 0.$$

Condiția de echilibru a elementului sub acțiunea încărcărilor w_s, $-q_1$, q_2 produce cea de-a doua ecuație

$$H_s(q_2 - q_1) + w_s = 0.$$

Rezolvînd aceste ecuații obținem

$$q_1 = KF_{s2}H_s^{-1}w_s,$$

$$q_2 = -KF_{1s}H_s^{-1}w_s.$$

Forțele corespunzătoare în noduri se obțin din relațiile $p_1 = H_1q_1$, $p_2 = H_2q_2$. Forțele echivalente vor fi deci

$$\begin{aligned}(p_{\text{echiv}})_1 &= -p_1 = -H_1KF_{s2}H_s^{-1}w_s,\\ (p_{\text{echiv}})_2 &= -p_2 = \quad H_2KF_{1s}H_s^{-1}w_s.\end{aligned} \tag{20a}$$

Forțele echivalente unei încărcări uniform distribuite vor fi obținute prin integrarea ecuațiilor (19). Dacă w_s este o încărcare pe unitatea de lungime, obținem

$$(p_{\text{echiv}})_1 = -H_1K\int_0^l F_{s2}H_s^{-1}w_s\,\mathrm{d}s = -H_1KS_1w_s,$$

unde $S_1 = \int_0^l F_{s2}H_s^{-1}\,\mathrm{d}s$, (20b)

$$(p_{\text{echiv}})_2 = H_2K\int_0^l F_{1s}H_s^{-1}w_s\,\mathrm{d}s = H_2KS_2w_s,$$

unde $S_2 = \int_0^l F_{1s}H_s^{-1}\,\mathrm{d}s$.

Efectul deformațiilor inițiale se determină în mod asemănător. Dacă $\bar{e}_s$ este vectorul deformațiilor inițiale ale segmentului $\mathrm{d}s$, atunci deplasarea relativă a brațelor forțelor corespunzătoare în O se obține din ecuația (9) și este $\mathrm{d}e = H_s^tT_s\bar{e}_s\,\mathrm{d}s$. Deplasarea relativă totală în punctul O datorită deformațiilor inițiale ale elementului eliberat de legături va fi deci

$$e = \int_0^l H_s^t\,T_s\,\bar{e}_s\,\mathrm{d}s. \tag{21}$$

Deplasarea relativă e este anulată de o pereche de forțe în echilibru $-r$, r aplicată în punctul O, unde $r = -Ke$. Forțele echivalente în noduri vor fi deci

$$(p_{\text{echiv}})_1 = -p_1 = H_1 K \int_0^l H_s^t T_s \bar{e}_s \, ds = H_1 K S^0,$$

$$(p_{\text{echiv}})_2 = -p_2 = H_2 K \int_0^l H_s^t T_s \bar{e}_s \, ds = H_2 K S^0. \tag{22}$$

3.1. ELEMENTUL DE ȚEAVĂ DREAPTĂ

Pentru elementul din figura 2, din ecuațiile (19a), (19b) și (13) se obține

$$S_1 = \int_{-l/2}^{l/2} \left(\int_s^{l/2} F_{s0} \, ds \right) H_s^{-1} \, ds, \tag{23}$$

$$S_2 = \int_{-l/2}^{l/2} \left(\int_{-l/2}^{s} F_{s0} \, ds \right) H_s^{-1} \, ds. \tag{24}$$

Integralele (23) și (24) pot fi evaluate, iar rezultatele sînt indicate în tabela 1.

Tabela 1
(Termenii care nu apar sînt zero)

$EI \times S_{ij}$	Capătul 1	Capătul 2
1,1	$\frac{1}{2}\alpha_1 l^2$	$[S_{11}]_1$
2,2	$\frac{1}{2}\left(\alpha_2 + \frac{1}{12}\beta_3 l^2\right) l^2$	$[S_{22}]_1$
2,6	$-\frac{1}{12}\beta_3 l^3$	$-[S_{26}]_1$
3,3	$\frac{1}{2}\left(\alpha_3 + \frac{1}{12}\beta_2 l^2\right) l^2$	$[S_{33}]_1$
3,5	$\frac{1}{12}\beta_2 l^3$	$-[S_{35}]_1$
4,4	$\frac{1}{2}\beta_1 l^2$	$[S_{44}]_1$
5,3	$\frac{1}{6}\beta_2 l^3$	$-[S_{53}]_1$
5,5	$\frac{1}{2}\beta_2 l^2$	$[S_{55}]_1$
6,2	$-\frac{1}{6}\beta_3 l^3$	$-[S_{62}]_1$

În cazul dilatării termice uniforme matricea. S^0 ia forma

$$S_0 = \int_{-l/2}^{l/2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -s \\ 0 & 0 & 1 & 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ds = \begin{bmatrix} \alpha l \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{25}$$

unde α este coeficientul de dilatare termică al materialului.

3.2 ELEMENTUL DE COT

Pentru elementul din figura 3, din ecuațiile (19a), (19b) și (17) se obține

$$S_1 = \int_{-R\,\vartheta/2}^{R\,\vartheta/2} \left(\int_{R\varphi}^{R\,\vartheta/2} F_{s0} R \, d\varphi \right) H_s^{-1} \, R d\varphi, \tag{26}$$

$$S_2 = \int_{-R\,\vartheta/2}^{R\,\vartheta/2} \left(\int_{-R\vartheta/2}^{R\varphi} F_{s0} R \, d\varphi \right) H_s^{-1} R \, d\varphi \tag{27}$$

Integralele (26) și (27) pot fi evaluate, iar rezultatele sînt indicate în tabela 2.

4. CALCULUL STATIC AL SISTEMELOR DE CONDUCTE

Rezultatele analizei din paragrafele precedente îl constituie determinarea, pentru fiecare element, a relațiilor între forțele și deplasările din noduri

$$p_i = H_i \, KH_j^t \, d_j - (p_{echiv})_i = K_{ij} \, d_j - (p_{echiv})_i. \tag{28}$$

După transformarea acestor relații în sistemul de coordonate global

$$K'_{ij} = TK_{ij} \, T^t, \; p' = Tp \; , \; d' = T^t \, d, \tag{29}$$

$$p'_i = K'_{ij} \, d'_j - (p'_{echiv})_i \, ,$$

aplicarea condițiilor de echilibru și compatibilitate nu mai necesită vreo referire la caracteristicile specifice ale elementelor și poate fi efectuată formal. Se obțin astfel ecuațiile de echilibru ale întregii structuri

$$p = Kd, \tag{30}$$

care pot fi rezolvate în raport cu d pentru anumite condiții de contur în deplasări.

Tabela 2

(Termenii care nu apar sînt zero)

$EI \times S_{ij}$	Capătul 1	Capătul 2
1,1	$0{,}25\ R^2\vartheta(\alpha_1\psi_1 + \alpha_2\psi_2)$ $+ 0{,}25\ \beta_3 R^4 \left(\vartheta\psi_1 - 8\sin^2\frac{1}{2}\vartheta\right)$	$[S_{11}]_1$
1,2	$-0{,}25\ R^2(\alpha_1 - \alpha_2)(\sin\vartheta - \vartheta\cos\vartheta)$ $-0{,}5\ \beta_3 R^4 \left(\vartheta - \frac{1}{2}\vartheta\cos\vartheta - \frac{1}{2}\sin\vartheta\right)$	$-0{,}25 R^2(\alpha_1 - \alpha_2)(\sin\vartheta - \vartheta\cos\vartheta)$ $+0{,}5\beta_3 R^4\left(\vartheta - \frac{1}{2}\vartheta\cos\vartheta - \frac{1}{2}\sin\vartheta\right)$
1,6	$\beta_3 R^3\vartheta \sin\frac{1}{2}\vartheta$	$[S_{16}]_1$
2,1	$-0{,}25\ R^2(\alpha_1 - \alpha_2)(\sin\vartheta - \vartheta\cos\vartheta)$ $+ 0{,}5\ \beta_3\ R^4\left(\vartheta + \frac{1}{2}\vartheta\cos\vartheta - \frac{3}{2}\sin\vartheta\right)$	$-0{,}25 R^2(\alpha_1 - \alpha_2)(\sin\vartheta - \vartheta\cos\vartheta)$ $-0{,}5\ \beta_3\ R^4\left(\vartheta + \frac{1}{2}\vartheta\cos\vartheta - \frac{3}{2}\sin\vartheta\right)$
2,2	$0{,}25\ R^2\vartheta(\alpha_1\psi_2 + \alpha_2\psi_1)$ $+ 0{,}25\ \beta_3 R^4\vartheta\psi_2$	$[S_{22}]_1$
2,6	$2\ \beta_3 R^3 \left(\frac{1}{2}\vartheta\cos\frac{1}{2}\vartheta - \sin\frac{1}{2}\vartheta\right)$	$-[S_{26}]_1$
3,3	$0{,}5\ \alpha_3 R^2\vartheta^2 + 0{,}5\ \beta_1 R^4 \left(\vartheta^2 - 4\sin\frac{21}{2}\vartheta\right)$	$[S_{33}]_1$
3,4	$-\beta_1 R^3\vartheta\sin\frac{1}{2}\vartheta$	$[S_{34}]_1$
3,5	$2\beta_1 R^3 \left(\sin\frac{1}{2}\vartheta - \frac{1}{2}\vartheta\cos\frac{1}{2}\vartheta\right)$	$-[S_{35}]_1$
4,3	$-0{,}5\ R^3\ \left(\beta_1 - \beta_2\right)\sin\frac{1}{2}\vartheta\psi_2$	$[S_{43}]_1$
4,4	$0{,}25\ R^2\vartheta[(\beta_1 + \beta_2)\vartheta + (\beta_1 - \beta_2)\sin\vartheta]$	$[S_{44}]_1$
4,5	$-0{,}25\ R^2(\beta_1 - \beta_2)(\sin\vartheta - \vartheta\cos\vartheta)$	$-[S_{45}]_1$
5,3	$-R^3\{(\beta_1 + \beta_2)\left[\frac{1}{2}\vartheta\cos\frac{1}{2}\vartheta -$ $-\sin\frac{1}{2}\vartheta\left(1 + \sin^2\frac{1}{2}\vartheta\right)\right] + \beta_1\cos\frac{1}{2}\vartheta\psi_2\Big]$	$-[S_{53}]_1$
5,4	$-0{,}25 R^2(\beta_1 - \beta_2)(\sin\vartheta - \vartheta\cos\vartheta)$	$-[S_{54}]_1$
5,5	$0{,}25\ R^2\vartheta[(\beta_1 + \beta_2)\vartheta - (\beta_1 - \beta_2)\sin\vartheta]$	$[S_{55}]_1$
6,2	$4\ \beta_3 R^2 \left(\frac{1}{2}\vartheta\cos\frac{1}{2}\vartheta - \sin\frac{1}{2}\vartheta\right)$	$-[S_{62}]_1$
6,6	$0{,}5\ \beta_3 R^2\vartheta^2$	$[S_{66}]_1$

După evaluarea deplasărilor nodurilor, cu ajutorul ecuației (29), se calculează eforturile din nodurile fiecărui element.

Sistemul de conducte reprezentat în figura 5 corespunde unui exemplu de calcul prezentat în manualul de utilizare a progarmului ADLPIPE

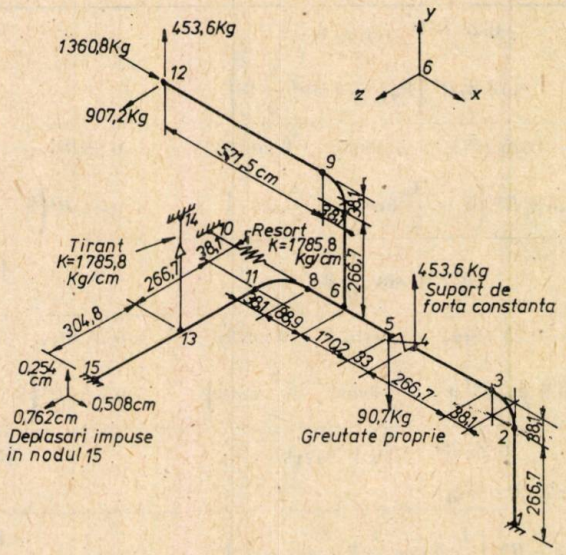


Fig. 5

[3] pentru calculul sistemelor de conducte. Scopul acestui calcul este acela de a determina eforturile și deplasările produse într-un sistem de conducte sub efectul combinat al (1) forțelor concentrate, (2) forțelor verticale (pe direcția y) din greutatea proprie, (3) variațiilor uniforme de temperatură și (4) deplasărilor diferite de zero în anumite puncte de rezemare.

Tabela 3 compară reacțiunile obținute cu programul întocmit pe baza metodei descrisă mai sus și acelea determinate cu programul ADLPIPE. Concordanța rezultatelor este evidentă.

Tabela 3

Rezultatele obținute aplicînd metoda descrisă la exemplul din manualul de utilizare a programului ADLPIPE [3]

A. Reacțiuni

Nodul	F_x	F_y	F_z	F_x	F_y	F_z
15	1075	1823	−2260	1071	1826	−2252
14	0	−1837	0	0	−1838	0
10	2571	0	0	2566	0	0
1	−5006	2047	1352	−4099	2047	1345
Total	−1360	2033	− 908	−1361	2033	−907
					ADLPIPE	

B. Încărcări

Tipul încărcării	Direcția		
Forțe concentrate	X	Y	Z
în nodul 4	0	453,6	0
în nodul 5	0	−90,7	0
în nodul 12	1360,8	453,6	907,2
Forțe distribuite		−2849,5	
Total	1360,8	−2033,0	907,2

5. CONCLUZII

Scopul acestui articol a fost acela de a prezenta pe scurt metoda de calcul ce a stat la baza elaborării programului de calcul static al sistemelor de conducte utilizat în prezent la IITPR-Ploiești. Acest program s-a dovedit un instrument ideal pentru calculul sistemelor de conducte din ce în ce mai solicitate ce apar în proiectarea rafinăriilor de petrol. În ceea ce privește viitorul, subliniem faptul că programul este îmbunătățit continuu. Deși foarte eficient în procesul de rezolvare propriu-zisă a problemei, posibilitățile oferite de program în fazele de pregătire a datelor și de interpretare a rezultatelor sînt limitate de echipamentul de calcul disponibil și în special de absența unor echipamente periferice de mare viteză.

Primită la redacție la 20 aprilie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. D. H. Cheng, *Space frame analysis by flexibility matrix*, Int. J. Mech. Sci., **349**, *6* (1964).
2. S. Poley, *Mesh analysis of piping syetems*, IBM New York Scientific Center Technical Report, No. 320–2939 (1968).
3. Adlpipe *Static, Thermal, Dynamic pipe stress analysis*, Arthur D. Little, Inc., Cambridge, Massachusetts, 1971.
4. E. L. Wilson, K. J. Bathe, F. E. Peterson și H. H. Dovey, *SAP-A structural analysis program for linear systems*, Nuclear Eng. and Design, **257**, *25* (1973).
5. A. S. Hall, S. S. Tezcan, și D. Bulent, *Discussion of paper Curved beam stiffness coeffcients*, Amer. Soc. Civ. Eng. J. Struct. Div., 1969.
6. R. K. Livesley, *Matrix methods of structural analysis*, ediția a 2-a, Pergamon Press, Oxford, 1975.

APARAT DE MĂSURARE A TEMPERATURII SUPRAFEȚELOR

de G. M. GIUROVICI, V. I. GHIU
Institutul de fizică și tehnologia materialelor

Pentru măsurarea temperaturii suprafețelor unor piese, mecanisme sau mașini în regim de lucru, se cunosc mai multe metode specifice gamei de temperaturi și locului de măsurare.
În cadrul cercetărilor aplicative efectuate în Laboratorul de mecanisme și mașini din C.M.S. — Centrul de mecanică a solidelor, s-a conceput, realizat și experimentat un aparat portativ miniatural în vederea măsurării temperaturii suprafețelor.

1. *Principiul* sistemului de măsură se bazează pe un traductor de tip termocuplu, format marcă tensometrică, care generează o tensiune de c.c. proporțională cu temperatura de măsurat; semnalul primit este amplificat și afișat pe un instrument de c.c. care se poate etalona pentru diverse plaje de temperaturi.

2. *Construcția aparatului.* În cazul de față, pentru măsurarea unei plaje mici de temperaturi (0—100°C), s-a folosit un traductor termocuplu de tip Fe-Const, cu dimensiuni miniaturale ($5 \times 5 \times 0{,}5$ mm) format marcă tensometrică, cu suport rezistent la temperaturi ridicate.

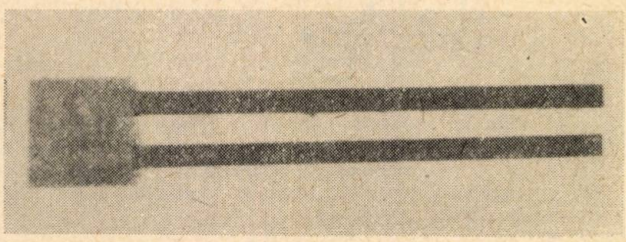


Fig. 1. — Traductor tip termocuplu (Fe-Const).

În figura 2 se prezintă o vedere de ansamblu a aparatului portabil cu termocuplu pentru măsurarea temperaturii suprafețelor, care este format din trei părți principale:

a — blocul de măsurare (poz. 1) în care este montat și instrumentul de măsură;

b — tija cu termocuplu (poz. 9);

c — blocul de alimentare (poz. 7) amplasat în mînerul aparatului.

În capătul exterior al tijei (9), care are un diametru mic (circa 12 mm) este montat traductorul tip termocuplu, care, prin intermediul unui adeziv adecvat gamei de temperaturi, este fixat pe o foiță de cupru

(circa 0,2 mm) prin care se face un contact termic bun cu piesa de măsurat. Întrucît semnalul generat de traductorul termocuplu este de nivel scăzut (circa 5 mV), acesta se amplifică (de circa 50 ori) pentru a putea fi afișat pe instrumentul de măsură de c.c. (în cazul de față un microampermetru), care se poate etalona pentru diverse plaje de temperaturi.

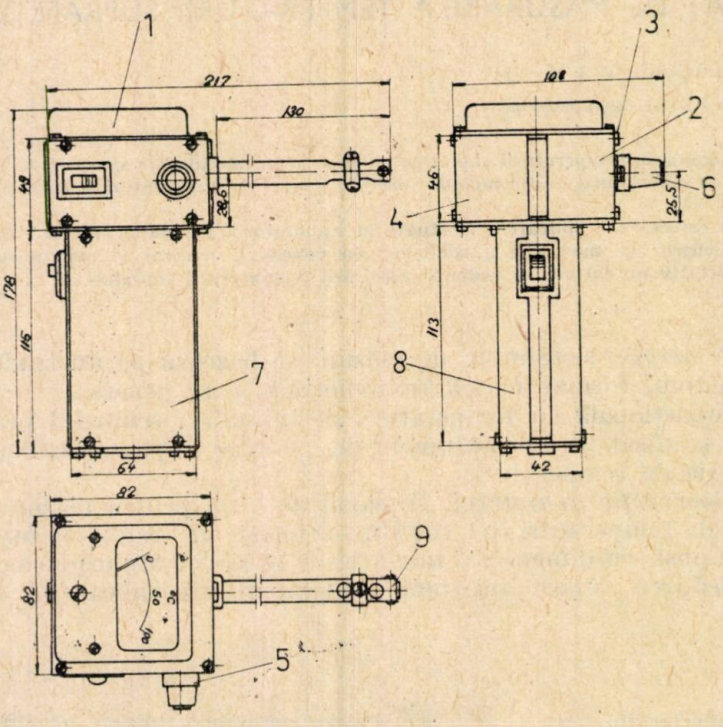


Fig. 2. — Aparat portabil cu termocuplu, pentru măsurarea temperaturii suprafețelor (vedere de ansamblu):
1 — carcasă bloc măsurare și instrument indicator; *6* — buton potențiometru; *7* — carcasă bloc alimentare; *9* — tijă cu termocuplu.

În figura 3 se prezintă schema sistemului electronic de măsurare a temperaturii suprafețelor, în componența căruia intră următoarele elemente:

a — traductorul, format din termocuplul prezentat în figura 1 și montat în capătul tijei metalice (fig. 2, poz. 9);

b — blocul de alimentare (A) prezentat în figura 4 și realizat pe o plăcuță cu cablaj imprimat de gabarit redus (50 × 90 mm), care furnizează două tensiuni stabilizate de ± 9 V c.c. și care se montează chiar în mînerul aparatului (fig. 2, poz. 7); alimentarea se face direct de la rețea (220 V~) printr-un cablu obișnuit;

c — blocul de măsurare (B) prezentat în figura 5 și realizat pe o plăcuță cu cablaj imprimat, de care este fixat și instrumentul de măsură (I_m), totul introdus în carcasa blocului de măsurare (fig. 2, poz. 1);

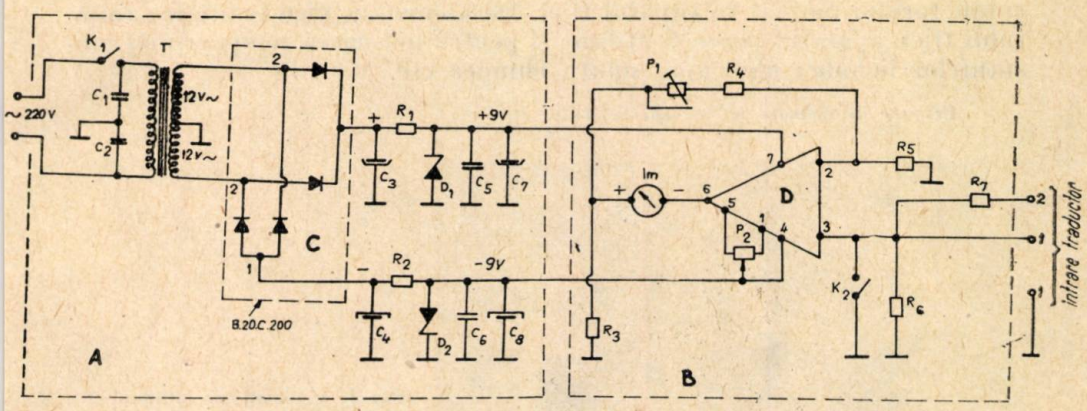


Fig. 3. — Sistem electronic de măsurare a temperaturii cu termocuplu: *A* — bloc de alimentare; *B* — bloc de măsurare; *C* — punte redresoare; *D* — amplificator operațional; *T* — transformator de rețea; I_m — instrument de măsură; K_1 — comutator rețea; K_2 — comutator pentru reglaj zero; D_1 — D_2 — diode Zenner; P_1 — potențiometru semireglabil; P_2 — potențiometru reglare zero.

d — puntea redresoare (*C*) cu seleniu, tip (B. 20.C.200);

e — amplificatorul operațional (*D*), realizat cu circuit integrat liniar, tip (μA.741 C);

f — transformatorul de rețea (*Tr*) de 2×12 V.c.a.;

g — instrumentul de măsură (I_m) pentru care s-a folosit un microampermetru (0—100 μA);

h — potențiometrul (P_2) de reglare a zeroului instrumentului indicator;

i — diodele Zenner (D_1 și D_2) tip (Dz. 309);

j — potențiometrul semireglabil (P_1) de circa 100 k.

3. *Caracteristicile tehnice* ale aparatului sînt:

— domeniu de măsurare 0—100°C;

— timp de măsurare circa 1 s;

— echipat cu un traductor termocuplu (Fe-Const) miniatural, format marcă tensometrică;

— tensiunea de alimentare 220 V c.a., printr-un cablu obișnuit;

— greutate circa 0,5 kg;

— gabarit 100×100×200 mm;

— instrument portabil.

4. *Concluzii.* Aparatul realizat permite măsurarea practic instantanee a temperaturii suprafețelor în construcția de mașini, prin contact direct al tijei în punctul de măsurare.

Etalonarea s-a făcut la o scară între 0—100°C. Aparatul poate fi folosit și pentru alte domenii de temperaturi, în funcție de caracteristicile

traductorului montat în capătul tijei. De asemenea, prin etanșarea capătului tijei, aparatul poate fi utilizat și pentru măsuarea temperaturii substanțelor lichide : ulei, apă, soluții chimice etc.

Primită la redacție la 20 aprilie 1977

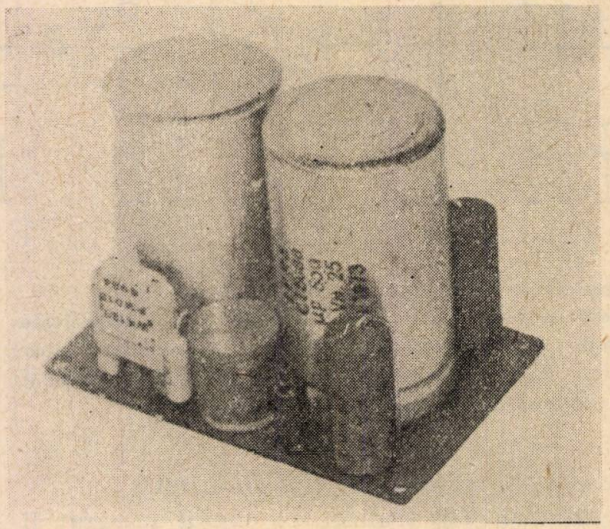


Fig. 4. — Blocul de alimentare; vedere de ansamblu.

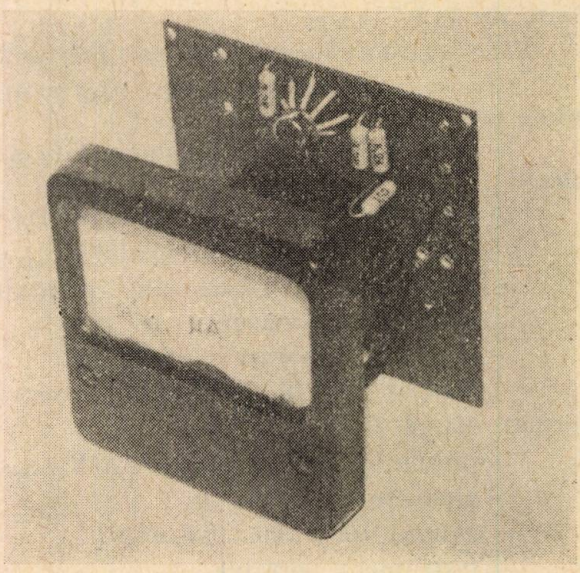


Fig. 5. — Blocul de măsurare: vedere de ansamblu, cu instrumentul de măsură.

BIBLIOGRAFIE

1. C. J. Burkitt, *Design benefits of two-wire temperature transmitters*, Electrical Enginear, **49**, *12*, 9—10 (1972), Australia.
2. K. Kraus, *Temperaturmessung mit Operationsverstärker-Schaltungen*, Elektronik, *2*, 61—64 (1973), RFG.
3. * * * *Stick-on Thermocouples PR. 6442A, PR. 6462B*, Prospect Philips, 1971.

STUDIUL UNOR MATERIALE ANTIFRICȚIUNE CU AJUTORUL UNDELOR ELASTICE ȘI ELECTROMAGNETICE *

de VETURIA RASZILLIER

Institutul Național pentru Creație Științifică și Tehnică, București

Se prezintă unele rezultate obținute în studiul naturii, conținutului de fază, a caracterizării microgeometriei specifice și stării de tensiune în cazul unor suprafețe active din structuri antifricțiune prin folosirea difracției și spectrometriei de radiații X, a microscopiei optice și electronice și a undelor Rayleigh.
În lucrare se aduc astfel argumente în caracterizarea straturilor rugoase, ca straturi cu proprietăți fizice diferite de cele ale masei materialului. Totodată, se obțin rezultate asupra comportării undelor Rayleigh la propagarea pe medii cu geometrie, natură și structură diferită.

1. INTRODUCERE

Studiul unor materiale antifricțiune cu ajutorul undelor elastice și electromagnetice a fost determinat de tematica tribologiei și anume, de aspectele complexe care apar în procesele de lubrificație, frecare și uzură și de necesitatea de a explica fenomenele prezente la nivelul ariei reale de contact pe pereții cuplurilor de frecare [1]—[12].

Lucrarea de față și-a propus să analizeze anumite probleme, pe care le-am denumit de „tribologie fizică", cu scopul de a continua aprofundarea studiului acestor fenomene.

Bowden și Tabor [1] menționează, iar mai recent (1970) Quinn [8] face o sinteză a tehnicilor fizice folosite în tribologie și a domeniilor lor de utilizare. Vom prezenta după Quinn o schemă a metodelor fizice de examinare a suprafețelor cu aplicații specifice pentru tribologie planșa 1, care țin seama de faptul că informațiile trebuie obținute de pe suprafețele care au lucrat în diferite condiții de exploatare, fără a se modifica însă straturile superficiale în vederea studiului. În planșa 2 se prezintă o clasificare a cuplurilor de frecare [3], cu tipurile de contacte care apar în mod curent la modelele naturale sau schematice și a căror suprafață și medii de lubrefiere, în cele mai variate condiții de funcționare, constituie obiecte de investigare.

* Lucrarea a fost prezentată la „Sesiunea de Comunicări Științifice — Mecanică Aplicată" a Academiei R.S.România, București, România, 13—14 decembrie 1976.

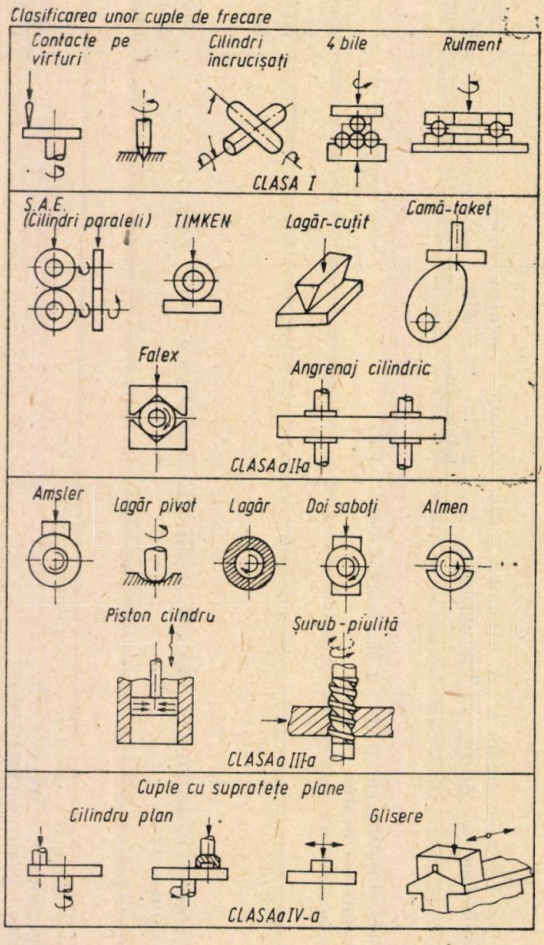
Sinteza metodelor fizice utilizate cel mai frecvent în tribologie

Tehnica de bază	Informațiile ce pot fi obținute	Metodele care stau la dispoziție	Aparatura suplimentară necesară	Condiții speciale	Caracteristici speciale ale metodei
1	2	3	4	5	6
Microscopie electronică convențională de transmisie.	Topografia suprafețelor uzate (mecanismele de uzură, analiza ruperii, etc.).	Replice ale suprafețelor de uzură.	Evaporator în vid.	Prepararea probelor.	Poate fi folosită pentru condiții de control (tehnică nedistructivă).
		Examinarea directă a suprafețelor uzate.	Aparatură pentru microscopie electronică prin reflexie.	Fără.	Poate fi folosită pentru măsurarea denivelărilor superficiale maxime și examinarea directă a uzurii așa cum are loc.
	Structurile și orientările preferențiale ale filmelor superficiale (Mecanismele lubrificației solide, structurile produse în timpul alunecării, etc.).	1. Difracție electronică pe suprafață selectată.	Fără.	Manipulare obișnuită.	Se poate deduce structura suprafețelor probelor selecționate anterior prin microscopie electronica de transmisie.
		1. Difracție electronică prin transmisie pe suprafață în general. 2. Difracție electronică prin reflexie pe suprafață în general.	Aparatură de înaltă rezoluție pentru difracție electronică.		Informație mai reprezentativă decît cea obținută în difracție electronică pe suprafață selecționată.
	Structura produselor de uzură (efectele chimice și metalurgice ale alunecării).	Difracție electronică pe suprafețe selectate.	Fără.	Manipulare obișnuită.	Dă informații asupra structurii straturilor superficiale ale produselor de uzură (tehnică nedistructivă).

Microscopie electronică de scanning.	Topografia suprafeţelor de uzură.	Examinare directă.	Fără.	Fără.	Prepararea foarte simplă a probelor. Foarte uşor adaptabilă. Domenii mari de mărire.
Difracţie de radiaţii X.	Modificările structurale care se produc în timpul procesului de uzură în stratul superficial. Starea de tensiuni.	Tehnică de unghi Bragg (de la suprafaţă).	Difractometru.	Mod complicat de lucru.	Dă informaţii foarte precise asupra structurilor pînă la adîncimi de 10 μm de la suprafaţă.
		1. Tehnică de unghi Bragg (de la pulbere presată).	Difractometru.	Mod complicat de lucru.	Dă informaţii foarte precise asupra produselor de uzură.
	Analiza proporţională a produselor de uzură.	2. Tehnică de transmisie.	Cameră pentru pulberi şi microfotometru.	Fără.	Tehnica economică şi foarte uşor adaptabilă (nedistructivă).
Micro-analiză electronică.	Distribuţia elementelor în suprafeţele uzate.	Examinare directă.	Fără.	Mod complicat de lucru.	Foarte indicată pentru analiza elementelor în suprafaţă (nedistructiv) şi în secţiune prin suprafaţă (tehnică distructivă).
Trasori radioactivi.	Transferul de material în timpul uzurii.	Examinare directă.	Aparatură de contori.	Fără.	Foarte indicat pentru urmărirea uzurii în procesul real (tehnic).
Interferometrie optică.	Determinarea grosimii filmului de ulei lubrifiant între suprafeţele epruvetelor.	Examinare directă.	Fără.	Fără.	Dă contururi de grosimi ale filmului de ulei în regiunea de contact.

Studiile fizice asupra unor structuri cu proprietăţi antifricţiune sînt completate cu o tratare a rugozităţii microgeometriei specifice ca o mărime aleatoare ce poate fi caracterizată cantitativ prin metode statistice [6], [13].

Folosind difracţia şi spectrometria de radiaţii X, microscopia optică şi electronică, s-a studiat natura, structura, starea de tensiune a suprafeţelor, conţinutul cantitativ de fază din straturile superficiale, cît şi formaţiile produse ca rezultat al uzurii în cazul diferitelor combinaţii de structuri, efectul unor medii de ungere şi al prezenţei impurităţilor. Unele din datele obţinute au fost corelate cu studii ale undelor elastice de volum, superficiale, cît şi cu aplicaţii în defectoscopie.



PLANŞA 2

Descrierea suprafeţei rugoase, pe care am propus-o [14]—[16], ca un strat superficial neted de grosime egală cu rugozitatea maximă ($R_{max.}$) a suprafeţei şi cu constante elastice diferite de cele ale masei materialului, am investigat-o prin măsurători de dispersie a undelor Rayleigh.

Măsurătorile efectuate pe suprafeţele rugoase ale unor structuri feroase [17], [18] şi neferoase cu proprietăţi diferenţiate de constituenţi de fază sînt în concordanţă cu rezultatele aşteptate de la un astfel de strat şi aduc în acest fel argumente în favoarea descrierii mecanice globale propuse pentru suprafaţa rugoasă [19]—[22].

Se studiază corelate cu natura, structura şi starea de rugozitate a suprafeţelor de propagare, comportarea vitezei, atenuării şi ecourilor undelor Rayleigh.

2. REZULTATE OBŢINUTE

Vom prezenta ca exemplificare, numai unele din rezultatele obţinute, într-o manieră care urmăreşte clasificarea tribologică a materialelor cu proprietăţi antifricţiune, folosită în literatura de specialitate [2].

a) STRUCTURA CU MATRICE MOALE ȘI INCLUZIUNI DURE DE TIPUL Sn—SnSb

Un astfel de material este aliajul Y-Sn83, care posedă o structură tip Charpy [2], [13], incluziunile dure constînd din fazele Cu_6Sn_5 și SnSb.

Structura studiată a fost pusă în evidență în figura 1 și s-au identificat fazele dure SnSb (cuburi) și Cu_6Sn_5 (ace).

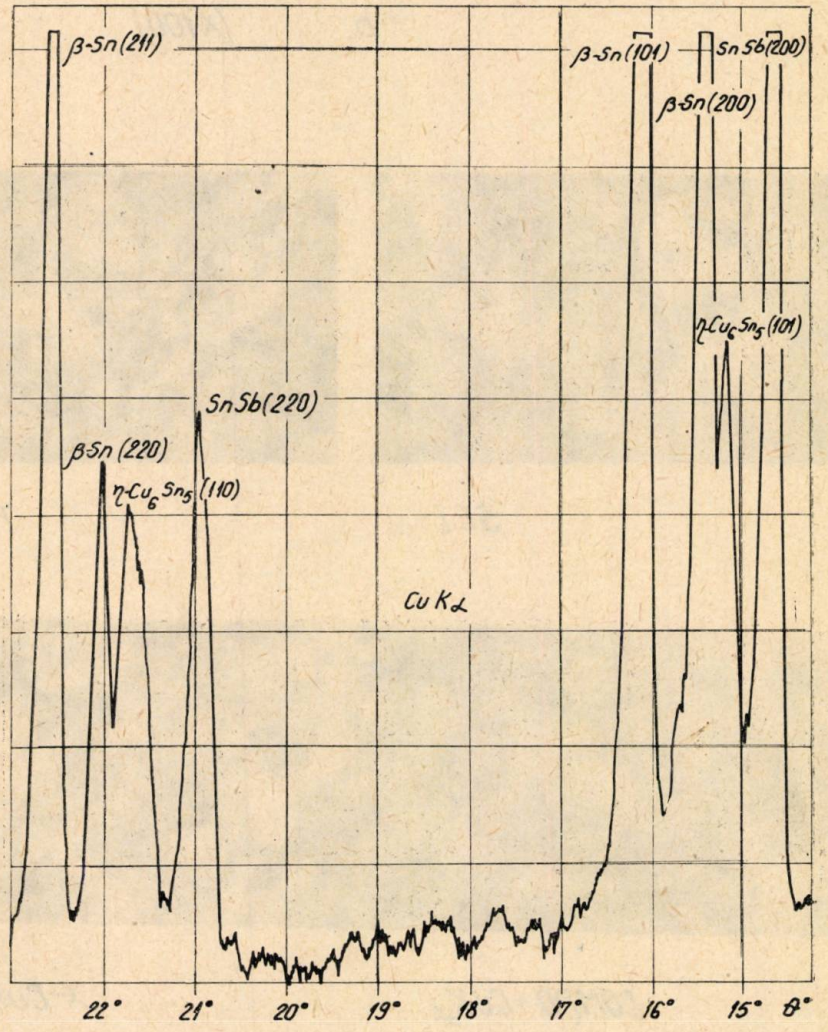
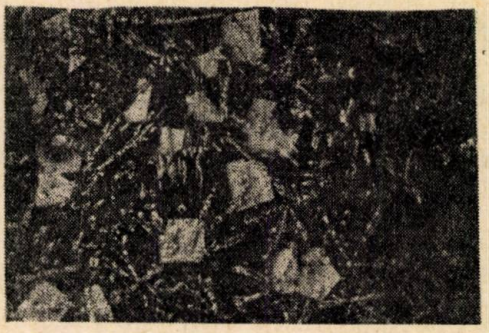
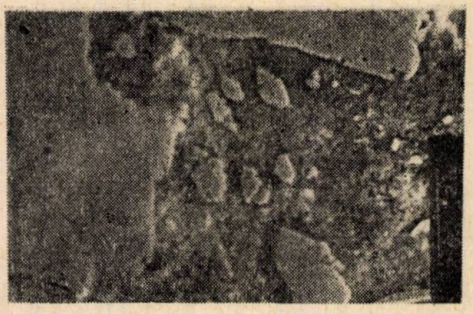


Fig. 1 *a*



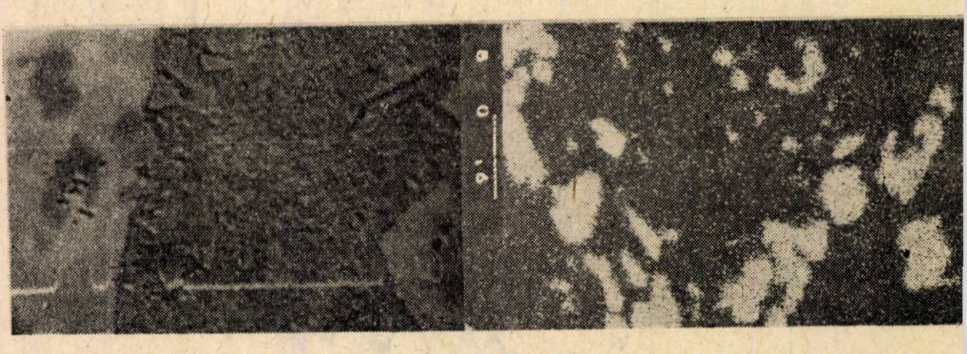
b. (X100)

(X1000)



10μm

SEI TOPO



COMPO+CuK$_\alpha$ X-CuK$_\alpha$

c.

Fig. 1. — Structura aliajului Y—Sn83 : *a*. — Difractograma ; *b*—*c*. — imagini de microscopie.

În figura 2 se dă numai aspectul microgeometriilor de prelucrare și specifică caracterizate statistic [13].

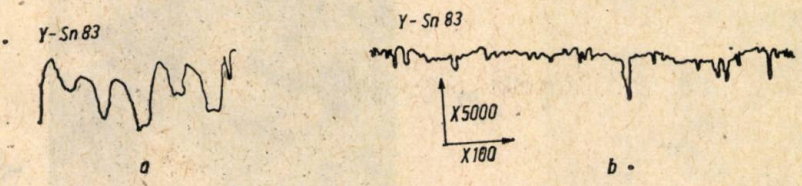


Fig. 2. — Microgeometriile caracterizate statistic : *a*. — De prelucrare ; *b*. — Microgeometrie specifică.

Studiile prin microscopie electronică, spectrometrie și difracție X [23]—[26] corelate cu studii de unde elastice, ale unei structuri pe bază de staniu — tip Charpy, depusă ca strat antifricțiune (1,5 mm) pe carcasă de oțel, cu calitățile antifricțiune și de aderență dorite, epruvetă notată ci S_{3-1}, sînt date în figura 3.

Difractogramele unor structuri modificate, dar similare depuse pe carcase de oțel, sînt conținute în figura 4 (S_{2-3} și S_{4-1}).

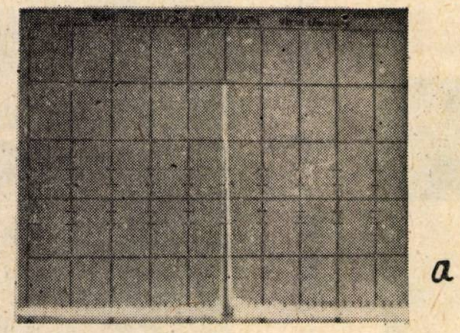


Fig. 3. — *a*. Impuls ultrasonor de volum cu valoare mare.

În figura 5 se prezintă ecourile de unde Rayleigh, obținute la frecvența de 2 MHz pe structurile antifricțiune studiate (notate S_{2-3}, S_{3-1} și S_{4-1}), depuse pe carcase de oțel. Acestea se prezintă comparativ și cu ecourile obținute pe carcase.

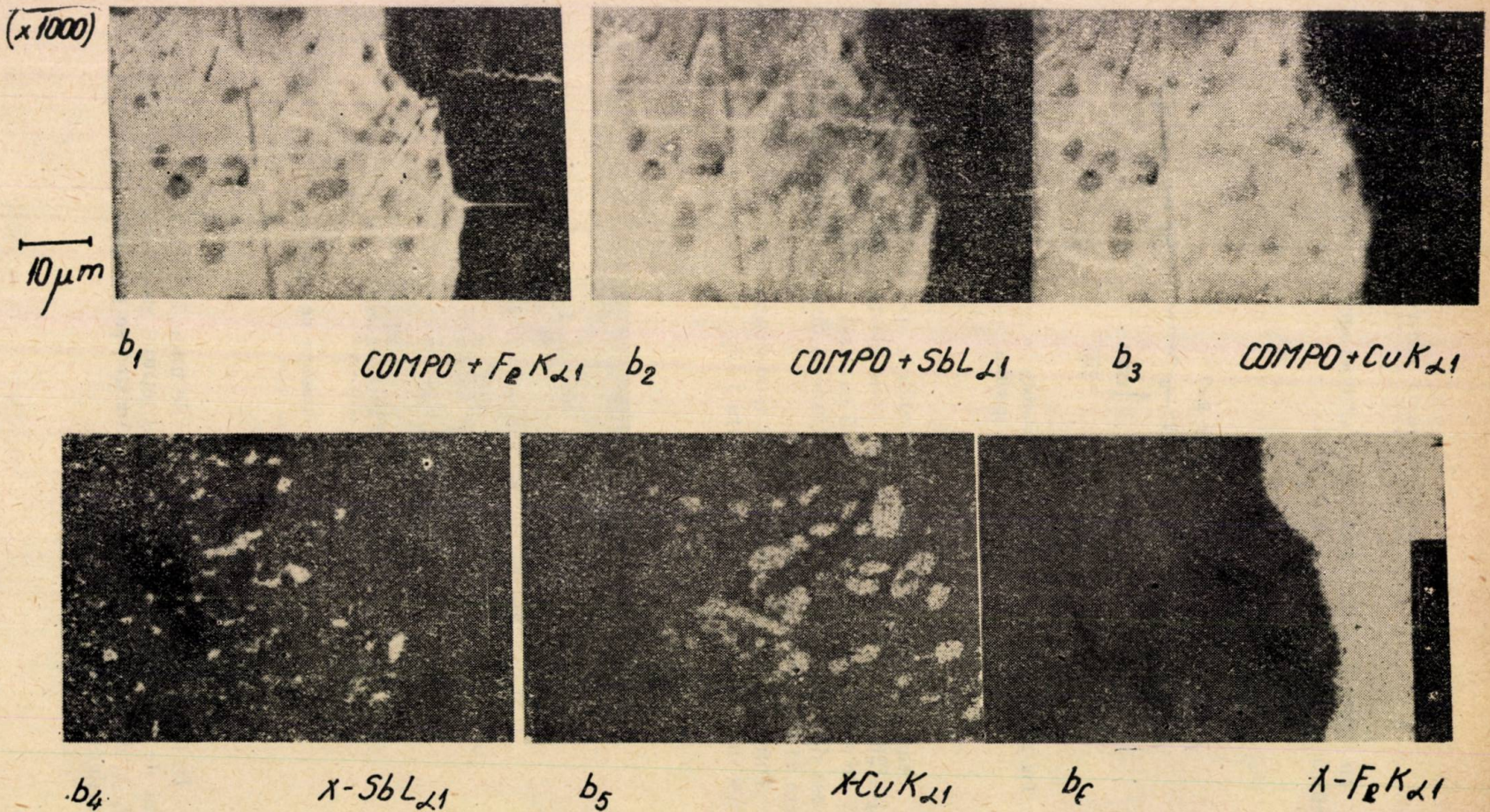


Fig. 3 *b*. 1—6. Imagini de compoziție, raze X și distribuția liniei spectrale pentru aliaj și zona de aderență.

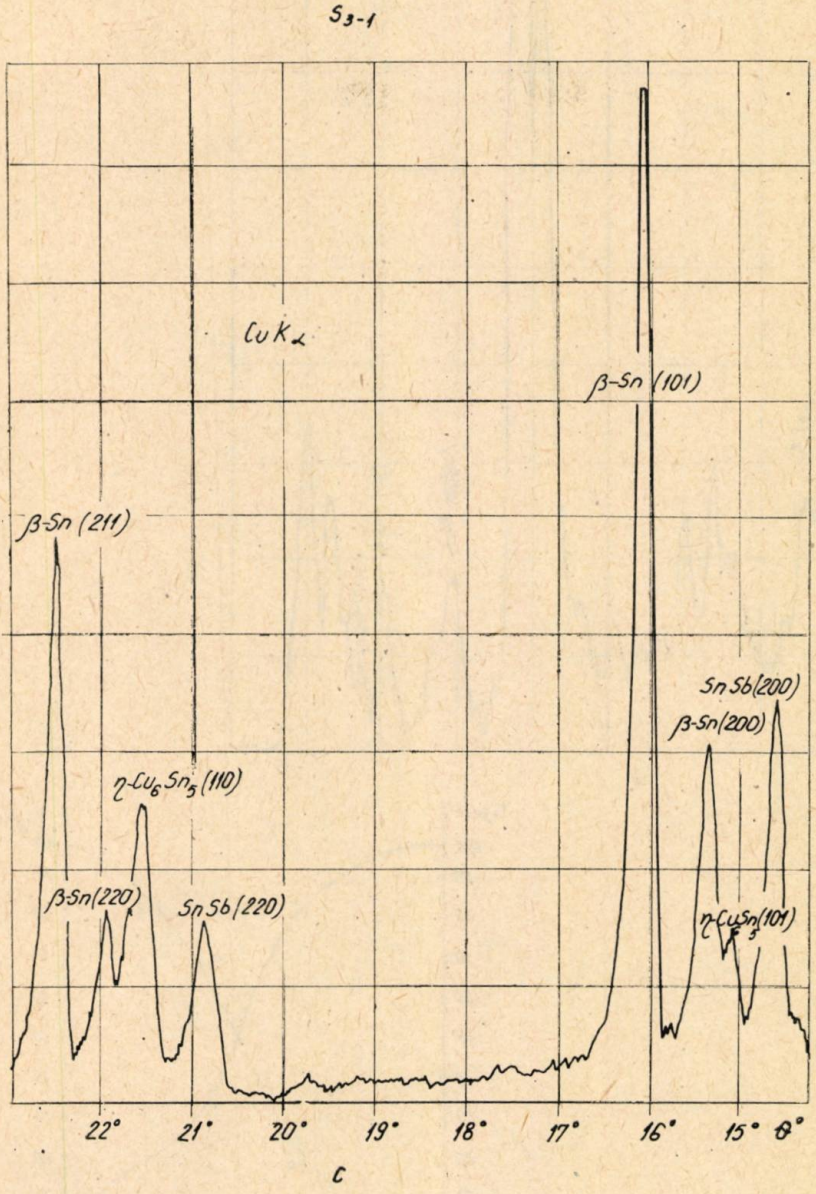


Fig. 3 *c*. Difractograma de identificare a structurii aliajului.

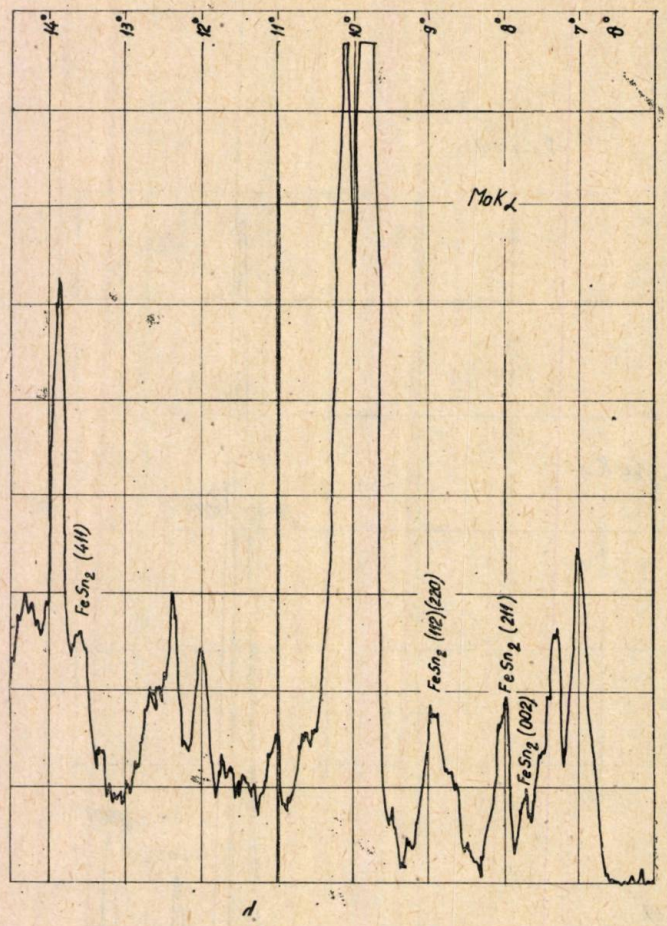


Fig. 3 *d*. Difractograma stratului de aderență cu formația $FeSn_2$.

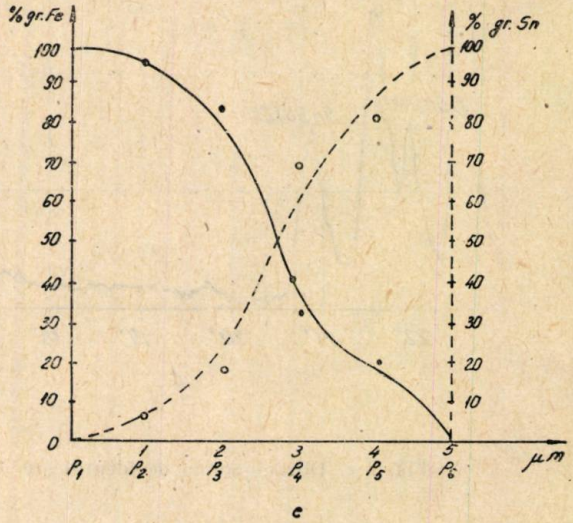


Fig. 3 *e*. Determinarea cantitativă a Fe—Sn în zona de aderență.

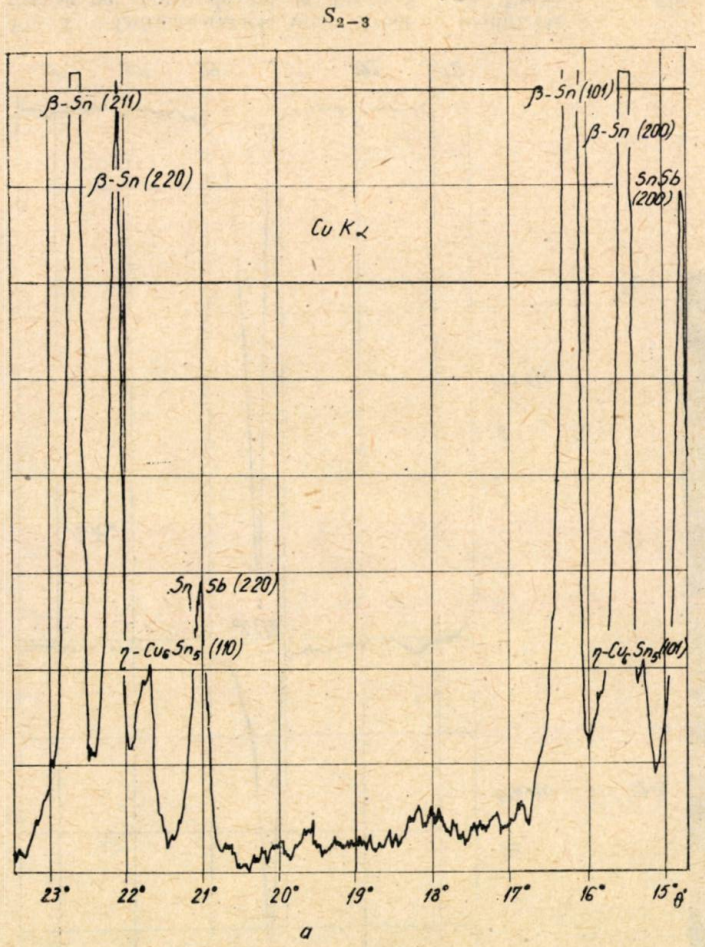

S2-3
β-Sn (211)
β-Sn (220)
Cu Kα
β-Sn (101)
β-Sn (200)
Sn Sb (200)
Sn Sb (220)
η-Cu6Sn5 (110)
η-Cu4Sn5 (101)
23°
22°
21°
20°
19°
18°
17°
16°
15°
θ
a

Fig. 4a

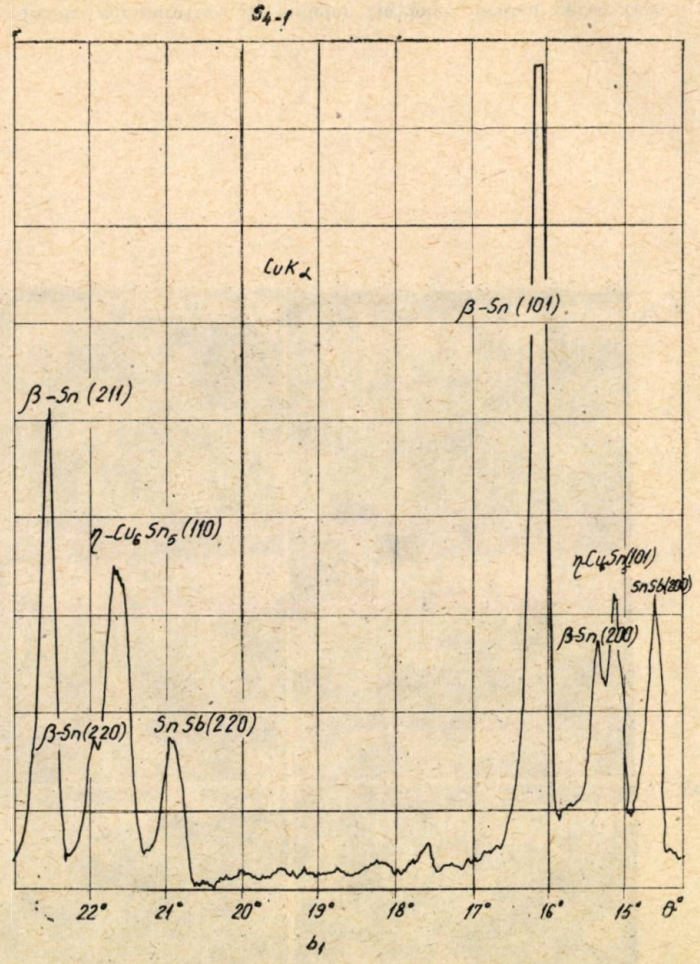

S4-1
Cu Kα
β-Sn (101)
β-Sn (211)
η-Cu6Sn5 (110)
η-Cu4Sn5 (101)
Sn Sb (200)
β-Sn (200)
β-Sn (220)
Sn Sb (220)
22°
21°
20°
19°
18°
17°
16°
15°
θ°
b1

Fig. 4b

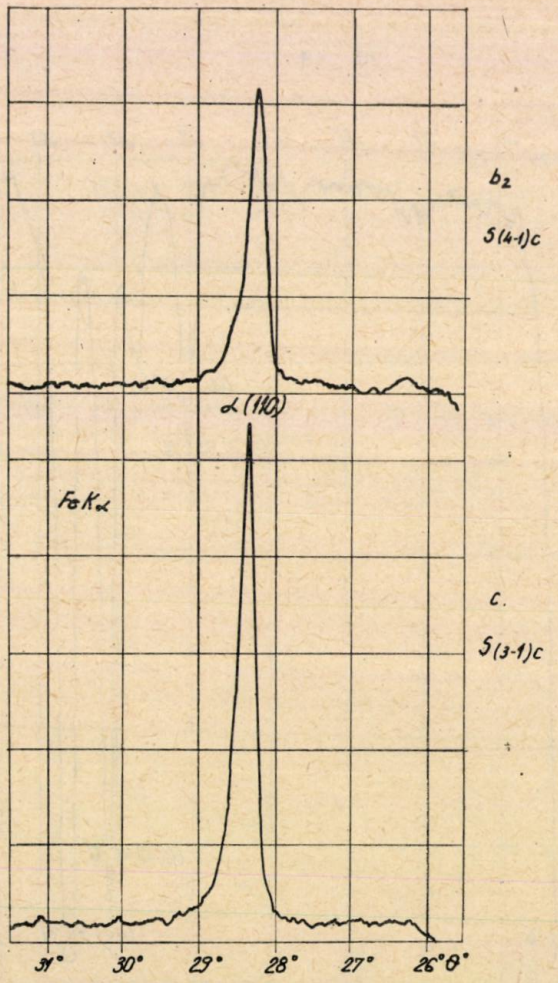


Fig. 4. — Difractogramele unor structuri modificate depuse pe carcase de oțel: *a*. Proba S_{2-1}; b_1. Proba S_{4-1}, b_2. Carcasa (S(4—1)c), *c*. Carcasa (S(3—1)c).

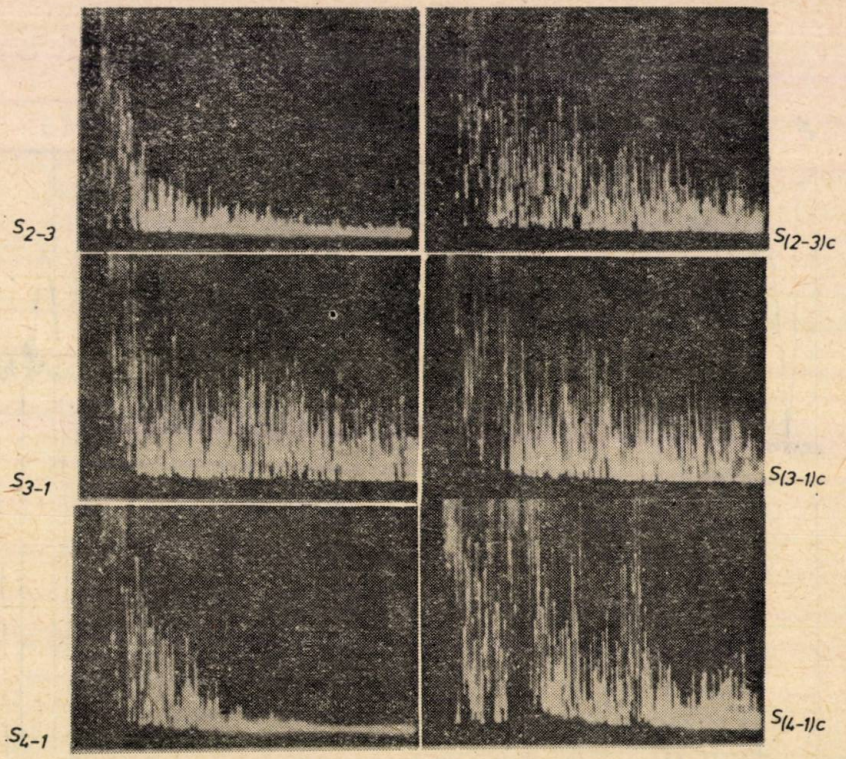
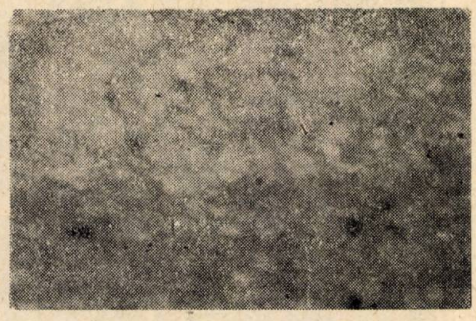


Fig. 5. — Ecouri comparative ale undelor Rayleigh, pentru epruvetele S_{2-3}, S_{3-1} și S_{4-1}.

b) STRUCTURA CVASIEUTECTICĂ

Aliajul ATSi12 face parte din această categorie [2] și structura obținută difractometric și optic este dată în figura 6, iar în figura 7, ecourile undelor Rayleigh comparativ cu cele obținute pentru structura Y-Sn83.



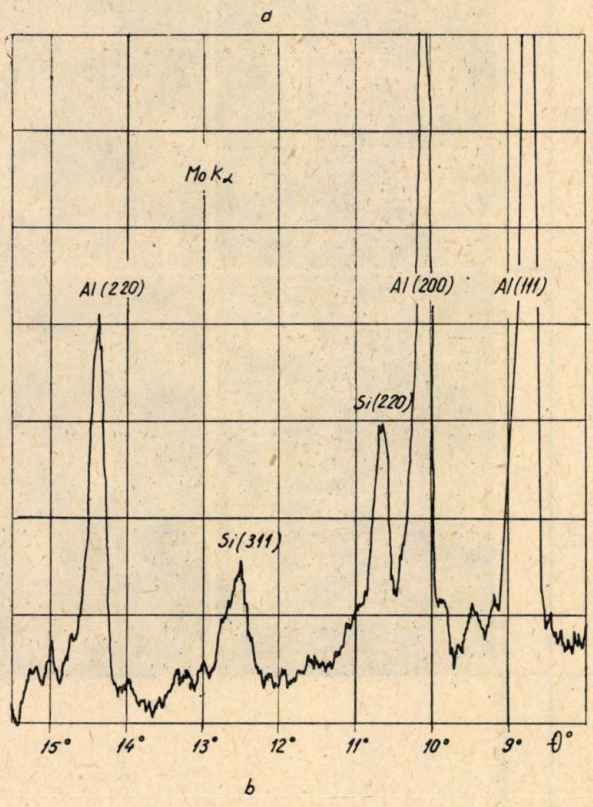


Fig. 6. — Structura aliajului ATSi 12 : *a*. Imagini de microscopie ; *b*. Difractograma.

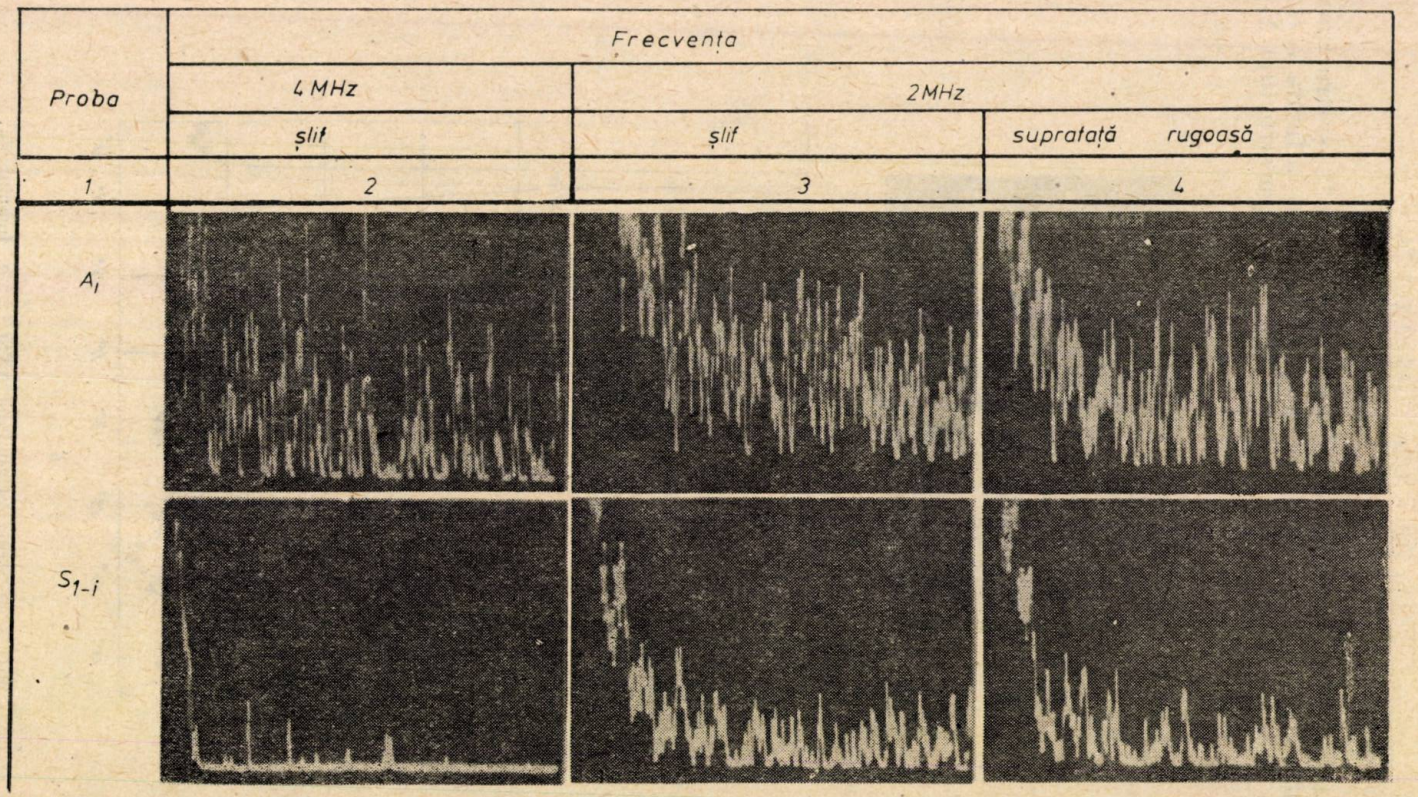


Fig. 7. — Ecouri comparative ale undelor Rayleigh pentru structurile ATSi 12 și Y—Sn83.

c) STRUCTURI CU FAZĂ DURĂ ÎN REȚEA DE TIPUL Fe—Fe_3C

În studiile efectuate asupra elementelor de rulmenți [11], [27] — [29] s-au urmărit diverse aspecte legate de natura și structura acestora; în mod deosebit s-a studiat comportarea oțelului de tip Rul. Urmărind modificările structurale, denumite în literatura de specialitate DEA (dark etching areas) și WEA (white etching areas) [27] lucrările noastre au pus în evidență prezența modificării DEA și absența celei WEA la mișcarea tip rulment cu bile (tip 6208).

Una dintre problemele pe care ni le-am pus, a fost aceea de a corela poziția secerii DEA cu conținutul structural al inelului de rulment. Pentru a putea determina gradul de omogenitate din punct de vedere structural s-a urmărit distribuția conținutului de austenită reziduală la inele de rulmenți atît pe circumferință, cît și în secțiune.

Pentru aceasta am folosit, după Taylor, Birwirth, Fuchs și Warga, Głowachi și alții radiația Mo Kα, care permite punerea în evidență și a unei linii de carburi complexe între liniile de lucru γ (220)/α(200). Determinarea cantitativă s-a făcut pentru cazul bifazic austenită-martensită, linia de carbură s-a folosit ca o informație calitativă. În figura 8 se poate urmări evoluția celor trei faze : α-martensită, γ-austenită reziduală și carburi și s-a reprezentat grafic variația conținutului de austenită reziduală, localizarea straturilor succesive investigate și a formației DEA. Aceasta a permis o corelare între distribuția conținutului de austenită reziduală și parametrii *b*, *c* și *d* (adîncime și grosime) ai poziției secerii DEA.

În completarea studiilor fizice ale comportării rulmenților am efectuat determinarea tensiunilor de ordinul 1 prezente după prelucrarea finală în calea de rulare. Tensiunile au fost măsurate cu radiații X prin metoda sin ψ^2 [10], [30] și exemplificări ale valorilor găsite s-au dat în tabela 1.

În lucrările referitoare la bilele de rulmenți am urmărit conținutul de fază al masei bilei, rugozitatea inițială și finală, aspectul zonei lucrate și distribuția unor elemente în amprentele de uzură [31].

Tabela 1

Valorile tensiunilor de ordinul 1 obținute pe cale de rulare a inelelor tip 6208–2

Nr. crt.	Nr. inelului	$\sigma_{\varphi=0^\circ}=\sigma_1^*$ Kgf/mm²	$\sigma_{\varphi=90^\circ}=\sigma^*$ Kgf/mm²	Conținutul de austenită reziduală %	Ra final pe calea de rulare (μm)	Tehnologia de elaborare
1	2	3	4	5	6	7
1	U_{10}	+ 40,27	— 42,336	8	0,02	specială
2	15	+123,48	—133,27	10,4	0,02	curentă
3	43	+ 31,70	—137,90	12,54	0,02	
4	75	—129,38	—100,90	16,1	0,02	prelucrare forțată
5	32	— 34,03	—134,32	16,1	0,02	

* σ_1 este valoarea tensiunii în lungul căii de rulare, iar σ_2 valoarea tensiunii perpendiculară pe ea.

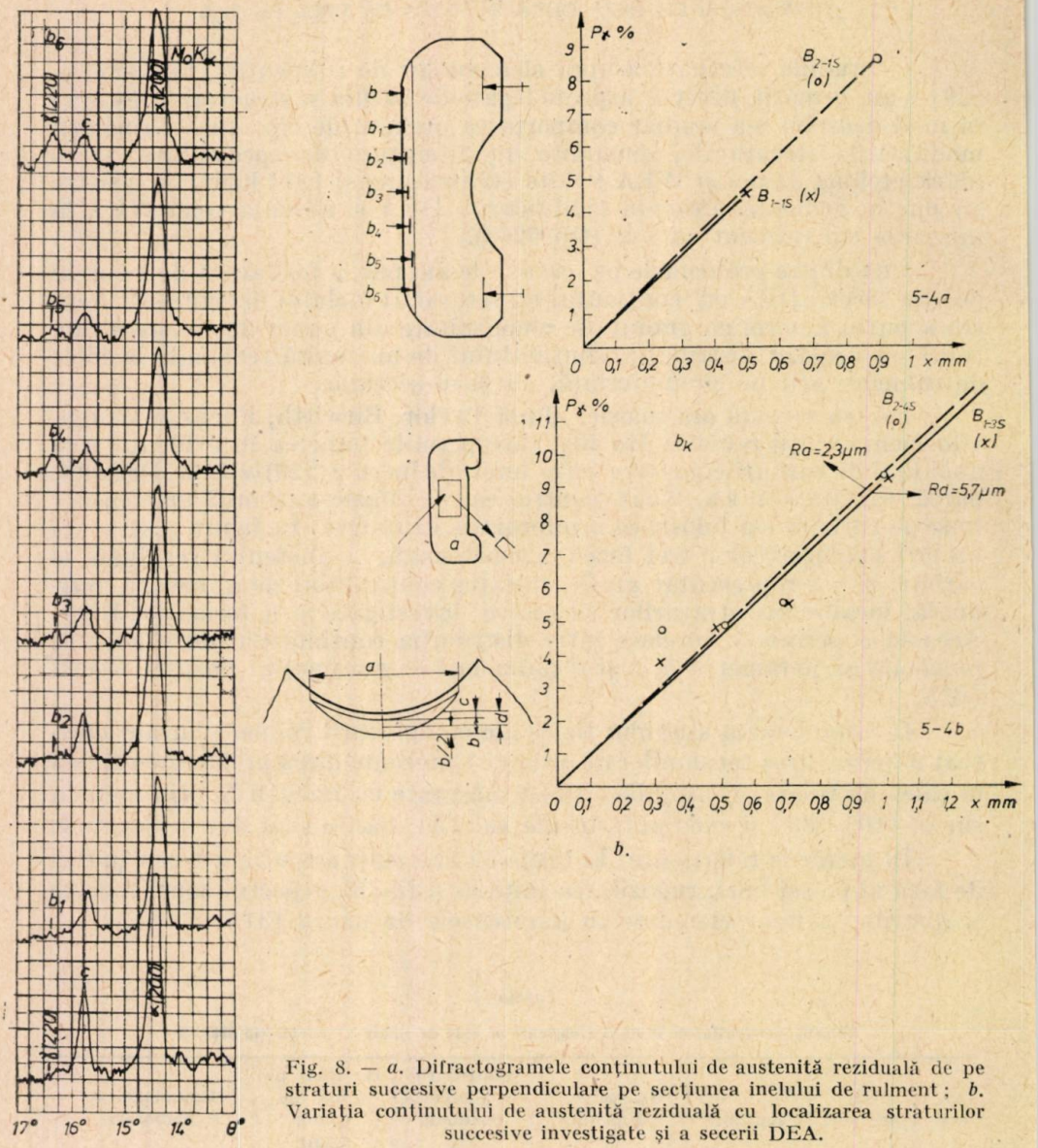


Fig. 8. — *a*. Difractogramele conținutului de austenită reziduală de pe straturi succesive perpendiculare pe secțiunea inelului de rulment ; *b*. Variația conținutului de austenită reziduală cu localizarea straturilor succesive investigate și a secerii DEA.

Materialele antifricțiune studiate cu unde Rayleigh sînt prezentate în tabelele 2 și 3, iar aspectul rugozităților suprafețelor s-a dat în figura 9.

Structura epruvetelor din oțel Rul 1 (notate R_{1-0} și R_{2-0}) cu tratamente diferite, pe care se studiază propagarea undelor Rayleigh se dă comparativ cu oțelul OL_{37} (O_i) în figura 10, urmărindu-se fazele prezente și ecourile comparative ale undelor Rayleigh la $\nu = 4$MHz pentru straturile Beilby.

Tabela 2

Nr. crt.	Natura epruvetelor	STAS	Duritatea Brinell HB	Notația folosită	Dimeniunile epruvetelor mm	Observații
1	2	3	4	5	6	7
1	Oțel nealiat OL_{37}	R 4400—68	120	O_i	$250 \times 25 \times 10$	$i = 0, 1, 2, 3$ diferite rugozități; notația este folosită pentru toate epruvetele
2	Oțel aliat Rul 1 Rul-1 recopt Rul-1 călit	1456—67	 211 637	 R_{1-i} R_{2-i}	$250 \times 45 \times 45$	
3	Aliaj pe bază de aluminiu ATSi12	201/1—71	55	A_i		
4	Aliaje pe bază de staniu Y—Sn 83 Compoziția nr. 1 Compoziția nr. 2 Compoziția nr. 3	202—464	 28 — — —	 S_{1-i} S_{2-i} S_{3-i} S_{4-i}		

Tabela 3

Nr. crt.	Proba	Metoda de obținere a rugozității	Rugozitatea maximă a suprafeței R_{max}, μm	Profilogramele** din fig. 9
1	2	3	4	5
1	O_0	polizare și lustruire*	1	1
2	O_1	rectificare	4,4	2
3	O_2	rabotare	30	3
4	O_3	rabotare	97	4
5	R_{1-0}	polizare și lustruire	1	5
6	R_{1-1}	rectificare	8,5	6
7	R_{2-0}	polizare și lustruire	1	7
8	R_{2-1}	rectificare	10	8
9	R_{2-2}	rectificare	11,5	9
10	A_0	polizare și lustruire	5	10
11	A_1	frezare	30	11
12	A_2	frezare	36	12
13	A_3	frezare	40	13
14	A_4	frezare	50	14
15	S_{1-0}	polizare și lustruire	3	15
16	S_{1-1}***	rabotare	100	16

* Lustruirea s-a făcut la toate probele pe hîrtie de șmirghel granulație 900 în aceleași condiții de șlif metalografic.

** Profilogramele au fost înregistrate la un aparat Talysurf 4 sau măsurate microscopic.

*** Rugozitatea este în lungul epruvetei, adică în direcția de propagare a undelor Rayleigh.

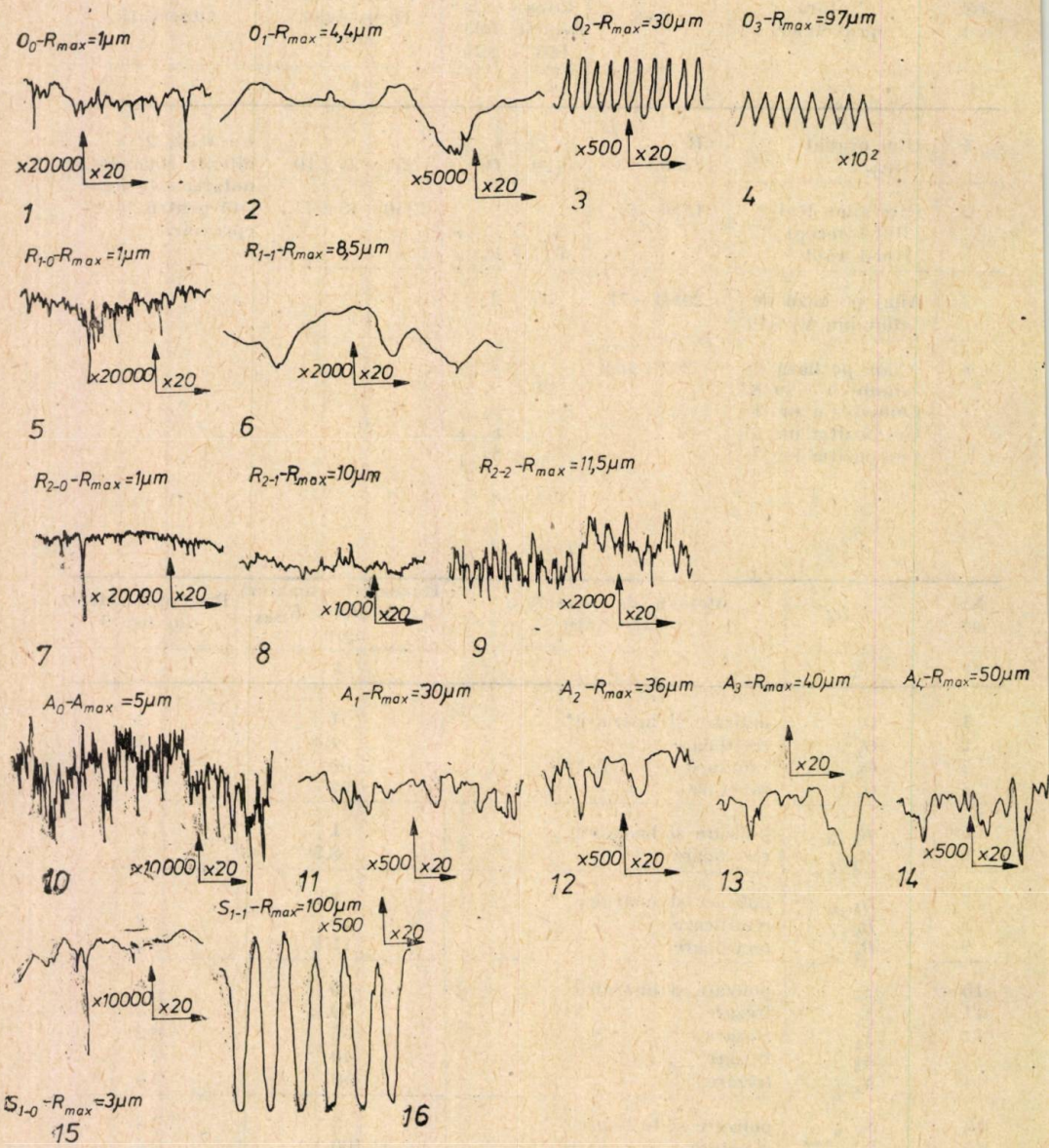
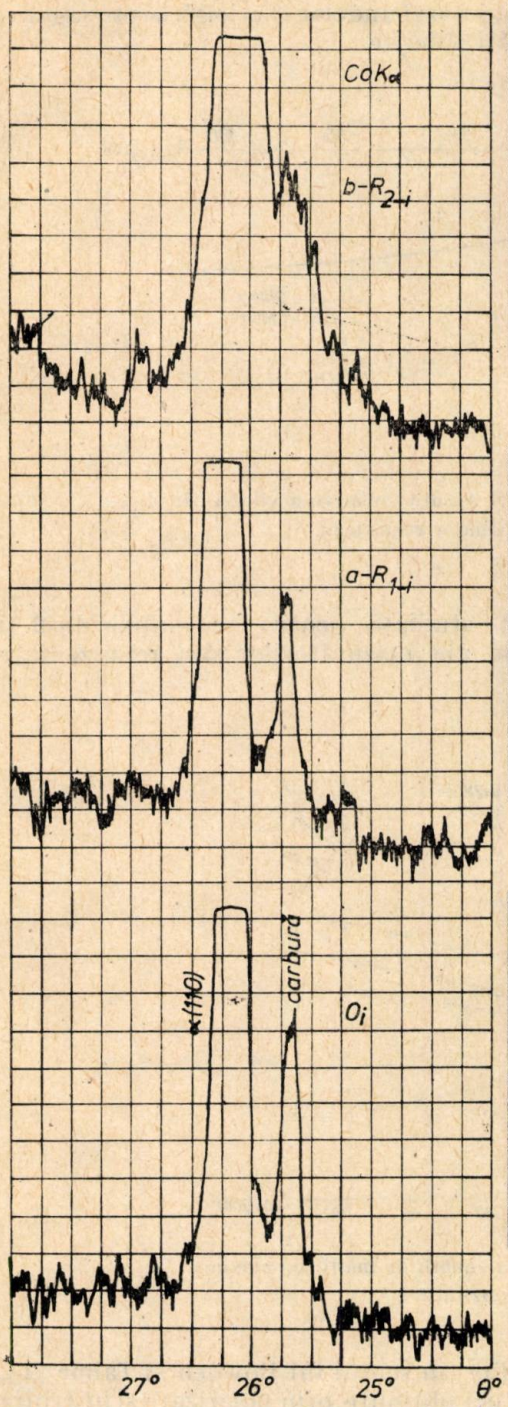
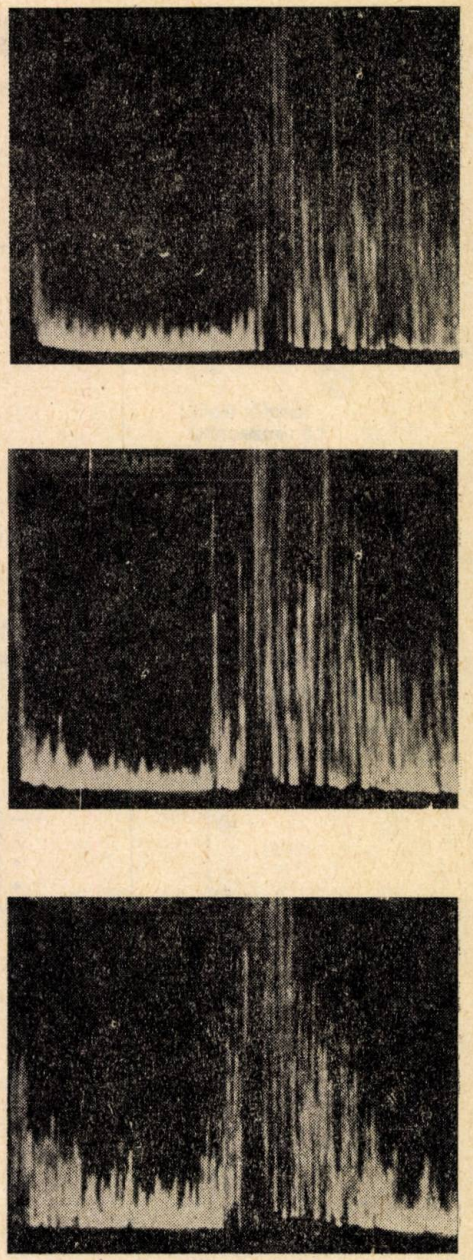


Fig. 9. — Rugozitățile suprafețelor studiate cu unde Rayleigh.



a



b.

Fig. 10. — Caracteristici structurale ale epruvetelor pe care se studiază propagarea undelor Rayleigh: *a*. Difractogramele structurilor; *b*. Ecourile comparative ale undelor Rayleigh la frecvența de 4 MHz.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

În figura 11 se dă comportarea vitezei undelor Rayleigh la propagarea pe suprafețe de naturi și rugozități diferite.

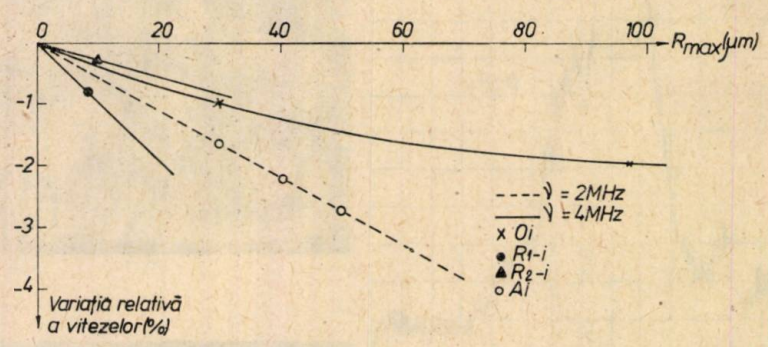


Fig. 11. — Reprezentarea grafică a variației relative a vitezei (în %) cu înălțimea maximă a rugozității.

Comportarea atenuării a fost studiată pentru frecvențele de 2 și 4 MHz. Rezultatele experimentale ale măsurătorilor sînt reprezentate grafic în figurile 12, 13 și 14.

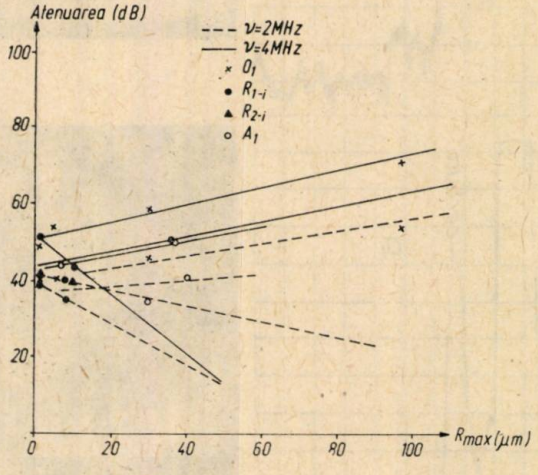


Fig. 12. — Dependența atenuării de înălțimea maximă a rugozității.

Am denumit aici straturi Beilby în sensul lui Bowden și Tabor [1], suprafețele probelor de diferite naturi obținute prin polarizare și lustruire și sînt suprafețele cu cele mai mici valori ale lui R_{max}. (notate cu „0")

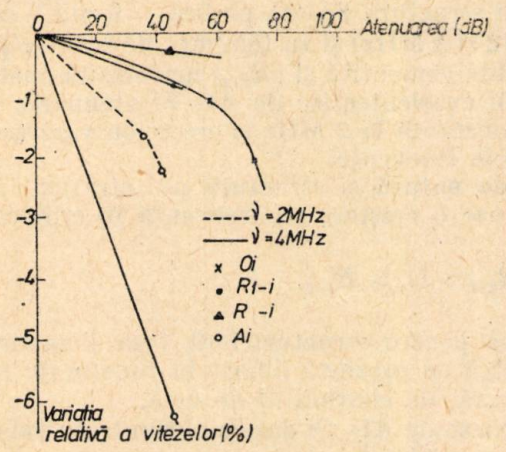


Fig. 13. — Corelația între variația relativă a vitezei și atenuare.

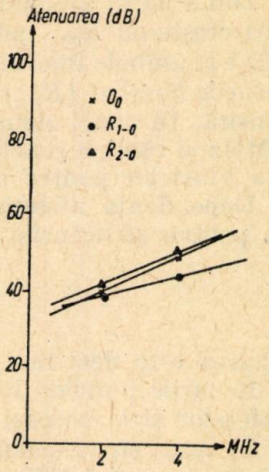


Fig. 14. — Variația atenuării cu frecvența pentru straturi Beilby de oțel.

3. CONCLUZII

Din studiile de tribologie fizică ale structurilor cu proprietăți antifricțiune prezentate, se obțin următoarele concluzii:

Sinteza metodelor fizice utilizate cel mai frecvent în tribologie, planșa 1, se poate completa cu un nou domeniu „Unde elastice de volum și superficiale".

Rugozitatea microgeometriei specifice cît și a straturilor Beilby depinde de natura și structura materialului și prezintă un caracter aleator care permite o caracterizare statistică cantitativă prin parametrii unei distribuții normale (Gauss).

Din studiul conținutului de fază al inelelor de rulmenți s-a găsit că există o neuniformitate circulară și o creștere radială a conținutului austenitei de la suprafața inelului și că secera DEA se găsește în zona cu conținut mai scăzut în austenită, baza ei situîndu-se în majoritatea cazurilor pînă la adîncimea de 5% conținut de austenită.

Natura și efectul modificărilor structurale DEA și WEA nu sînt încă complet clarificate, constituind în continuare o preocupare, deoarece prezența formației DEA produce o mărire a durabilității structurii.

Studiul nedistructiv cu radiații a macrotensiunilor, a pus în evidență starea fizică diferită la aceeași valoare finală R_a (0,02 μm) a căilor de rulare.

Rezultatele măsurătorilor experimentale au adus argumente în favoarea descrierii globale propusă pentru comportarea mecanică a suprafeței rugoase a unui solid elastic, ca un strat superficial elastic omogen de grosime egală cu înălțimea maximă a rugozității și cu constante diferite de cele ale masei materialului.

Din studiul atenuării undelor Rayleigh s-a pus în evidenţă că atenuarea creşte cu $R_{max.}$ pentru structura Fe—C, perlită — ferită —cementită (O_t) la ambele frecvenţe (2 şi 4 MHz) şi au tendinţa de scădere pentru structurile Fe-aliat (R_{1-t}) perlită-cementită şi (R_{2-t}) martensită-austenită-cementită. În cazul structurii evasieutectice de Al—Si atenuarea creşte la 4 MHz şi rămîne practic constantă la 2 MHz şi creşte cu variaţia relativă a vitezelor pentru ambele frecvenţe.

Dependenţa atenuării de natură şi structură pe straturi Beilby arată pentru structurile feroase o creştere cu frecvenţa în ordinea:

$$R_{2-0} > O_0 > R_{1-0}.$$

Atenuarea este deci mai mică pentru structuri fără faza γ austenitică.

Ecourile undelor Rayleigh se prezintă diferit în funcţie de natura suprafeţelor şi la aceeaşi natură, de conţinutul de fază.

În cazul structurilor feroase de Al—Si datele obţinute cu cele două frevcenţe de 2 şi 4 MHz s-au completat.

Studiile asupra structurilor pe bază de staniu, tip Charpy, au fost posibile numai cu frecvenţa de 2 MHz.

Pentru structurile Charpy depuse ca strat antifricţiune pe suporţi de oţel, s-a evidenţiat o diferenţă a ecourilor în funcţie de natura şi structura stratului antifricţiune, a aderenţei şi suportului de oţel.

Din investigarea stării fizice a stratului superficial rugos se poate face afirmaţia, că din punct de vedere al caracteristicilor fizice acesta se prezintă în raportul:

strat rugos de grosime egală cu rugozitatea maximă ($R_{max.}$)/masa materialului $\simeq$ strat antifricţiune/suport.

Primită al redacţie la 11 mai 1977

BIBLIOGRAFIE

1. F. P. Bowden, D. Tabor, *The Friction and Lubrication of Solids*, Oxford, Univ. Press, London, 1954.
2. Gh. Vasilca, Olga Biţă, *Procese de lubrificaţie, frecare şi uzură la suprafeţele metalice*, Edit. Academiei R. S. România, Bucureşti, 1967.
3. D. Pavelescu, *Concepţii noi, calcul şi aplicaţii în frecarea şi uzarea solidelor deformabile*, Edit. Academiei R. S. România, Bucureşti, 1971.
4. I. Iliuc, *Tribologia straturilor subţire*, Edit. Academiei R. S. România, Bucureşti, 1974.
5. * * * *Properties and Metrology of Surfaces*, International Conference, Oxford-London, 1968.
6. J. B. P. Williamson, *Microtopography of surfaces*, Intern. Conf., Oxford-London, 1968.
7. K. Nakajima, J. Kawamoto, Wear, **11**, 21 (1968); Wear, **11**, 223(1968).
8. T. F. J. Quinn, Tribology, **9**, 198(1970).
9. M. C. Inman, E. M. Kohn, Wear, **17**, 33(1971).
10. Veturia Raszillier, *Măsurători cantitative ale vibraţiilor mecanice la pelicule portante şi interpretarea lor; Efectele solicitărilor mecanice periodice la suprafaţa de contact a peliculei portante* (1971); *Studiul cu raze X al tensiunilor interne în suprafeţele metalice de frecare* (1972), Lucrări nepublicate.
11. Veturia Raszillier, V. Manoliu, Gh. Ionescu, *Investigarea cu radiaţii a stării straturilor superficiale rezultate din procesele de frecare şi uzură*, Comunicare la Sesiunea Ştiinţifică Măgurele—Bucureşti, 26—28 sept., 1974.
12. T. S. Eyre, K. Dutta, Lubrication Engineering, **31**, 521 (1975).

13. Gh. Vasilca, Veturia Raszillier, Com. 9. Int. Symp. „Schmierstoffe, Schmierungs- und Lagertechnik", Leipzig, D.D.R., 1967; Schmierungstechnik, *1*, 293(1970); Rev. Roum. Sci. Techn.—Mec. Appl., **13**, 305 (1968); Comunicare, a III-a Conferință Națională de mecanică, București, iunie 1969, St. Cerc. Mec. Apl., **28**, 1493 (1969).
14. Veturia Raszillier, Rev. Roum. Sci. Techn.—Mec. appl., **21**, 251(1976).
15. Veturia Raszillier, *Studiul propagării undelor Rayleigh pe suprafața rugoasă a unor materiale antifricțiune*, Comunicare la a IV-a Conferință de mecanică, București, dec., 1975 (în curs de publicare).
16. Veturia Raszillier, *On the behaviour of Rayleigh waves along the roug surface of a type of ball bearing steel*, Comunicare la a II-a Conferință de Tribologie, Israel, sept., 1976.
17. Veturia Raszillier, M. Vlădescu, St. cerc. Mec. Apl., **35**, 299(1976).
18. V. P. Mihu, Veturia Raszillier, *Atenuarea și viteza undelor Rayleigh pe suprafața unor structuri feroase* (în curs de publicare).
19. Lord Rayleigh, *The Theory of Sound, vol. I, II*, Mac Millan and Co. London, 1894.
20. W. M. Ewing, W. S. Jardetzky, F. Press, *Elastic Waves in Layered-Media*, McGraw-Hill, New York, 1957.
21. I. A. Viktorov, *Fiziceskie osnovi primenenia ultrazvukovih voln Rayleigh-a i Lemb-a v tehnike*, Izd. Nauka, Moskva, 1966.
22. J. Klerk, *Elastic surface waves*, Physics Today, **11**, 32(1972).
23. Gh. Vasilca, Gh. Vasiu, V. Manoliu, V. Raszillier, Gh. Ionescu, I. Bulie, A. Luțescu, V. Frangopol, *Lagăre pentru laminoare cu aliaje pe bază de staniu având structura mărunțită*, Comunicare, Ses. Jubiliară „90 de ani de Siderurgie Hunedoreană", 1974, publicată în volumul omagial.
24. Veturia Raszillier, V. Manoliu, Gh. Ionescu, I. Pătru, *Studiul unor aliaje antifricțiune pe bază de staniu folosind microsonda electronică JXA—50A*, Comunicare, al II-lea Simpozion Național de Micr. Electronică, București, 1974.
25. Gh. Ionescu, P. Lucuța, V. Manoliu, I. Pătru, Veturia Raszillier, *Studiul formațiilor din zona de aderență a carcasei de oțel pentru aliaje antifricțiune pe bază de staniu, folosind microsonda electronică JXA—50A*, Comunicare, al III-lea Simpozion Național de Micr. Electr., oct., București, 1975 (în curs de publicare).
26. V. Manoliu, Veturia Raszillier, Gh. Ionescu, P. Lucuța, I. Pătru, *Asupra unor aspecte de aderență la aliajele pe bază de staniu turnate pe suport de oțel*, Comunicare, a IV-a Conferință de mecanică, București, dec. 1975 (în curs de publicare).
27. Gh. Vasilca, Veturia Raszillier, Comunicare, a III-a Conferință de mecanică, București, iunie 1969, Rev. Roum. Sci. Techn.—Mec. Appl. **15**, 225 (1970).; Wear **19**, 1972.
28. Gh. Vasilca, Veturia Raszillier, S. Moldovan, V. Manoliu, Brevet INCREST/1971.
29. Gh. Vasilca, S. Moldovan, V. Raszillier, N. Duca, St. Cerc. Mec. Apl., **30**, 1001(1971).
30. Veturia Raszillier, *Studiul nedistructiv cu radiații al stării stratului superficial al suprafeței active de la elementele de rulmenți după prelucrarea finală*, Memoriu INCREST Faza 1, 61/1975.
31. Olga Biță, I. Pătru, Vasilca Radu, Veturia Raszillier, *Studiul cu microsonda electronică a fenomenelor tribologice la contactul punctiform cu lubrifiant lichid*, Comunicare, al III-lea Simpozion de Micr. Electr., București, oct. 1975 (în curs de publicare).

RECENZII

N. BOICU : Contactul elastic liniar. Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1977, 128 p., 6,50 lei.

Cercetarea problemei contactului elastic liniar este realizată în monografia lui N. Boicu pe o cale originală, care porneşte de la aspecte teoretice şi generale, şi prin particularizări succesive găseşte o metodă de rezolvare a situaţiilor speciale, indicînd şi exemplificări numerice efective. Lucrarea lui N. Boicu are următoarele capitole : I. Starea plană de deformaţii şi starea plană de tensiuni, două situaţii aproape identice din punct de vedere al contactului elastic liniar ; II. Soluţia ecuaţiei integrale a problemei de contact elastic liniar ; III. Condiţiile fizice ale problemei de contact elastic liniar ; IV. Întinderea transversală a zonei de contact ; V. Aplicaţii la flancurile evolventice.

În primul capitol autorul precizează noţiunea de contact elastic liniar, iar în al doilea capitol deduce ecuaţia integrală a cărei rezolvare permite determinarea stării de tensiune şi de deformaţie în problema contactului elastic liniar. În al treilea capitol sînt analizate condiţiile fizice ce permit determinarea efectivă a întinderii zonei de contact şi sînt prezentate variate expresii matematice ale acestor condiţii fizice. Penultimul capitol este consacrat cercetării detaliate a unor cazuri patriculare ce prezintă mare interes în aplicaţii practice (relaţiile lui Hertz, soluţia lui Staerman, contactul asimetric etc.). Numeroasele tabele numerice şi reprezentări grafice expuse în acest capitol ilustrează convingător eficacitatea metodei generale de studiu, prezentat de autor în capitolul al doilea al monografiei. Ultimul capitol este consacrat aplicării teoriei generale la cazul particular al flancurilor evolventice. Cu această ocazie importanţa şi utilitatea metodologiei generale elaborată de N. Boicu iese din nou convingător în evidenţă.

Menţionăm că fiecare capitol al lucrării se încheie cu o prezentare rezumativă a principalelor rezultate expuse în cadrul capitolului respectiv. Acest fapt face ca expunerea teoriei generale, a tehnicii de rezolvare şi a rezultatelor numerice obţinute să fie deosebit de clară.

Consider că apariţia lucrării lui N. Boicu, bazată în mare parte pe cercetări originale, este deosebit de oportună şi reprezintă o contribuţie esenţială la elucidarea unor întrebări legate de fundamentala şi importanta problemă a contactului elastic a două corpuri solide deformabile. Rolul acestei probleme în aplicaţii practice este atît de evident, încît nu trebuie accentuat special, iar parcurgerea monografiei lui N. Boicu arată convingător că autorul a reuşit să clarifice multe aspecte esenţiale privind acest domeniu de maximă importanţă a elasticităţii teoretice şi aplicate.

E. Scós

C. TEODOSIU : Modele elastice ale defectelor cristaline. Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1977, 332 p., 12 lei.

Monografia lui C. Teodosiu reprezintă al doilea volum al colecţiei „Probleme actuale în mecanica solidelor". Apariţia acestei lucrări constituie un moment important al dezvoltării mecanicii corpurilor solide deformabile şi reflectă nivelul ştiinţific înalt atins în ţara noastră de această ramură fundamentală a ştiinţelor naturii, cu aplicaţii practice deosebit de importante. Monografia cuprinde următoarele capitole : I. Elemente de teoria elasticităţii ; II. Cîmpul liniar elastic al dislocaţiilor izolate ; III. Efecte neliniare în cîmpul elastic al dislocaţiilor izolate ; IV. Distribuţii continue de dislocaţii ; V. Cîmpul elastic al defectelor punctuale. Simpla prezentare a titlurilor de capitole arată limpede că organizarea materialului extrem de vast este judicios realizată de autorul lucrării, care este concepută în aşa fel încît constituie o expunere autonomă, a cărei înţelegere este posibilă pe baza pregătirii de matematică, mecanică şi fizică însuşită în cadrul institutelor de învăţămînt superior de specialitate.

În prima parte a primului capitol sînt expuse fundamentalele noțiuni și rezultate ale matematicii, mecanicii și termodinamicii, necesare înțelegerii capitolelor consacrate teoriei elastice a defectelor cristaline. Prezentarea acestor rezultate fundamentale se face extrem de riguros și avînd în vedere ultimele rezultate obținute în cadrul teoriilor moderne neliniare ale mecanicii și termodinamicii corpurilor solide deformabile. Ultima parte a primului capitol reprezintă o expunere sistematică a rezultatelor privind natura soluțiilor singulare ale problemelor la limită specifice teoriei elasticității. O astfel de expunere apare pentru prima oară în literatura de specialitate publicată în limba română.

Capitolul al doilea este consacrat prezentării problemelor fundamentale ale teoriei elastice liniare a dislocațiilor izolate, a efectelor produse de astfel de defecte ale rețelei cristaline și a metodelor matematice ce permit determinarea efectivă a acestor efecte. Dintre principalele probleme, concepte și rezultate ce apar în acest capitol menționăm : modelul elastic al unei dislocații izolate, vectorul Burgers, dislocația rectilină în medii anizotrope (dislocații treaptă, dislocații șurub), dislocații curbilinii în medii izotrope, dislocații rectilinii și curbilinii în medii anizotrope, interacțiunea dislocațiilor izolate, lunecarea și cățărarea dislocațiilor. În timp ce primele teme amintite constituie deja probleme „clasice" ale teoriei dislocațiilor, cele referitoare la efectele acestor defecte cristaline în solide elastice anizotrope reprezintă probleme fundamentale, actuale, încă parțial cercetate în cadrul teoriei dislocațiilor. Multe din rezultate expuse de C. Teodosiu în legătură cu determinarea stării de deformație și de tensiune produse de dislocații în medii cu variate tipuri de anizotropie au la bază cercetări originale efectuate de autor și de colaboratorii săi în acest domeniu de maximă importanță pentru înțelegerea comportării mecanice, termice și electrice a cristalelor reale. Menționăm de asemenea importantul paragraf consacrat expunerii teoriei interacțiunii dislocațiilor izolate și facem acest lucru din două motive : paginile prezentate de C. Teodosiu reprezintă prima expunere clară, riguroasă, sistematică și generală consacrată acestei probleme, atît în literatura mondială, cît și în cea română de specialitate ; rezultatele expuse de autor joacă un rol esențial în înțelegerea modului în care dislocațiile, interacțiunile și mișcările lor participă la producerea deformațiilor plastice ale solidelor policristaline, deci în particular ale celor mai multe metale. Or, înțelegerea mecanismului de producere și de dezvoltare a deformațiilor plastice constituie una din problemele centrale, încă parțial rezolvate, ale mecanicii teoretice și aplicate în zilele noastre. Observăm, de asemenea, faptul că autorul precizează necontenit froniterele domeniului de valabilitate a rezultatelor expuse și obținute în cadrul teoriei liniare a elasticității fapt din care urmează necesitatea adîncirii cercetării stării de tensiune și de deformație produse de dislocații prin luarea în considerație a efectelor neliniare, a structurii atomice discrete a oricărui cristal real sau a ambelor fapte aici menționate.

Capitolul al treilea al monografiei este consacrat tocmai prezentării rezultatelor obținute în ultimii ani în cadrul acestor metode de îmbunătățire a soluțiilor bazate pe teorii liniare și pe modele continue. Majoritatea rezultatelor prezentate de C. Teodosiu în acest capitol au la bază cercetări originale ale autorului și ale colaboratorilor săi români sau străini, în această ramură foarte importantă a mecanicii moderne. Dintre principalele teme tratate menționăm pe cele care se referă la rezolvarea problemelor la limită neliniare prin metoda aproximațiilor succesive și la studiul inimii dislocațiilor liniare prin combinarea modelului atomic discret al cristalului (în vecinătatea liniei dislocației) cu modelul continuu, fenomenologic al aceluiași cristal (în zona îndepărtată de linia dislocației).

Mergînd de la simplu la complex autorul abordează în capitolul al patrulea unele probleme privind teoria dislocațiilor continuu distribuite. Expunerea rezultatelor este făcută în spiritul modern al teoriilor continue de cîmp și este bazată pe introducerea fundamentalului concept al distorsiunii elastice. Consider că prezentarea consistentă a acestei noțiuni cheie necesită o precizare mai exactă a conceptului de stare relaxată deoarece acest fapt poate fi coerent realizat numai prin introducerea anterioară a ecuațiilor constitutive ce precizează materialul din care este format cristalul analizat. Pe lîngă prezentarea metodelor lui J. D. Eshelby, E. Kröner și T. Mura, privind determinarea efectivă a cîmpului de tensiuni și de deformații produse de o distribuție continuă de dislocații, autorul expune, avînd la bază rezultate originale fundamentale, metodele ce permit determinarea efectelor elastice de ordinul al doilea, datorate prezenței dislocațiilor în corpul analizat. Tot în cadrul acestui capitol și tot pe baza unor rezultate originale sînt prezentate problemele specifice ce apar în acele situații fizice în care sînt prezente mici mișcări suprapuse peste marile deformații produse de distribuții continue ale dislocațiilor.

În al cincilea capitol și ultimul al monografiei sînt prezentate cîteva rezultate fundamentale referitoare la cîmpul elastic ce corespunde defectelor punctuale (absența unui atom al rețelei cristaline, înlocuirea unui atom al rețelei cu un atom străin sau prezența unui atom suplimentar între nodurile rețelei). Dintre temele tratate în acest capitol menționăm : mode-

larea defectelor punctuale ca incluziuni sferice în medii elastice, descrierea defectelor punctuale prin forțe multipolare, intercațiunea elastică a defectelor punctuale, interacțiunea dintre dislocații și defecte punctuale. Din nou, rezultatele privind efectele legate de interacțiunea diverselor defecte cristaline, sînt expuse extrem de clar, sistematic și riguros, fapt ce distinge net expunerea lui C. Teodosiu de alte prezentări ale aceluiași subiect fundamental pentru înțelegerea rolului jucat de aceste defecte în diversele procese de deformație (elastică, plastică, viscoplastică etc.), cu mare importanță în prelucrarea pe scară industrială a metalelor.

Desigur, scurta expunere de mai sus nu poate cuprinde bogăția și actualitatea problematicii abordate de C. Teodosiu în monografia sa, care este deosebit de importantă pentru mecanicieni, fizicieni, ingineri, studenți, pentru toți care se ocupă teoretic și aplicativ cu proprietățile corpurilor reale. O astfel de cuprindere devine posibilă numai după studiul atent al monografiei însăși, după cum se poate convinge singur cititorul dacă ascultă de acest îndemn.

Pe lîngă cele cinci capitole monografia autorului cuprinde o bibliografie extrem de bogată ce cuprinde 391 titluri, printre care sînt menționate atît lucrările clasice, cît și cele publicate în ultimii ani în legătură cu modelele elastice ale defectelor cristaline. În cadrul capitolelor, autorul face dese referiri la lucrările menționate în bibliografie, ceea ce face posibil ca cititorul să se informeze aproape exhaustiv în legătură cu o anumită problemă privind această teorie relativ nouă a mecanicii solidelor deformabile. Consider că publicarea monografiei lui C. Teodosiu într-o limbă străină, de largă circulație, ar constitui o dovadă grăitoare a nivelului atins de mecanica teoretică și aplicativă în țara noastră în cursul ultimilor 20 de ani.

Consider, de asemenea, că publicarea unei a doua părți a acestei monografii în care autorul să prezinte legătura profundă ce există între teoria dislocațiilor și teoria plasticității este de asemenea necesară, atît din punct de vedere teoretic, cît și aplicativ. Monografia lui C. Teodosiu, reprezintă o pledoarie convingătoare în favoarea necesității, utilității și importanței acestei continuări, care, ca și lucrarea deja publicată, va marca un pas nou important pe calea progresului mecanicii românești, cît și pe drumul dezvoltării mecanicii pe plan mondial.

E. Soós

A. RIPIANU, I. CRĂCIUN: *Osii, arbori drepți și arbori cotiți*. București, Editura tehnică, 1977, 288 p., 235 fig., 44 tab.

Lucrarea, apărută în seria „proiectarea construcțiilor de mașini" a Editurii tehnice, pune la îndemîna proiectanților, cercetătorilor și studenților un material documentar bogat și modern referitor la calculul și proiectarea osiilor, arborilor drepți și arborilor cotiți, material în cadrul căruia calculul dinamic se bucură de o deosebită atenție. Prioritatea acordată de autori acestui aspect, în special vibrațiilor, este pe deplin justificată în condițiile în care produselor industriei constructoare de mașini li se cer performanțe din ce în ce mai ridicate.

Primul capitol conține prezentarea tipurilor constructive, bazele teoretice ale calculului de rezistență precum și noțiuni fundamentale referitoare la alegerea materialului și proiectarea formei arborilor și osiilor în vederea unor tehnologii moderne de fabricație. Verificarea la oboseală reprezintă preocuparea centrală a acestui capitol, extinsă și în capitolul următor, care cuprinde un mare număr de exemple numerice de verificare la oboseală, complet tratate.

Celelalte patru capitole ale lucrării sînt dedicate în întregime calculului dinamic al arborilor drepți și arborilor cotiți. Unele dintre metodele prezentate în cadrul acestor capitole constituie contribuții originale ale autorilor, aplicate în soluționarea unor probleme ridicate de industria noastră constructoare de mașini.

Capitolul al treilea prezintă calculul vibrațiilor de torsiune libere și forțate ale arborilor prin procedeele clasice (inclusiv procedeul Holzer-Tolle) precum și prin metoda matricelor de transfer, ușor de programat pentru calculatoare electronice. Se iau în considerare atît sistemele vibrante „în lanț", cît și cele „ramificate". Capitolul tratează în partea sa inițială reducerea lungimilor și maselor pentru obținerea sistemului vibrant redus, iar în partea finală, calculul eforturilor unitare tangențiale suplimentare ce apar datorită vibrațiilor forțate de torsiune la rezonanță. Un paragraf se ocupă în special de aspecte legate de cazul important al motoarelor cu ardere internă.

Capitolul al patrulea tratează vibrațiile de încovoiere ale arborilor. Metoda de bază prezentată pentru calculul pulsațiilor proprii ale vibrațiilor de încovoiere este metoda matricelor de transfer. În finalul capitolului se studiază influența efectului giroscopic asupra vitezelor unghiulare critice corespunzătoare vibrațiilor de încovoiere.

Capitolul al cincilea intitulat „Studiul pe modele al comportării dinamice a arborilor" se ocupă de o problemă deosebit de importantă, care, pînă în prezent, a fost tratată mai ales în lucrări cu circulație mai restrînsă : aceea a verificării experimentale, pe modele, a rezultatelor prezentate în cele două capitole imediat precedente și în special problema condițiilor pe care trebuie să le îndeplinească modelele pentru ca valorile experimentale obținute să fie concludente. Se consideră separat vibrațiile de torsiune și cele de încovoiere și se dau rezultate originale, deduse în cazuri generale, precum și particularizări pentru cazuri frecvent întîlnite în practică.

Capitolul al șaselea prezintă o metodă originală și eficientă de calcul al vibrațiilor de torsiune ale arborilor : metoda grafelor de fluență. În prima parte a capitolului se deduc ecuațiile de bază și se construesc grafele de fluență ale vibrațiilor de torsiune pentru sistemele „în lanț", „ramificate" și „închise", după care se studiază unele proprietăți ale acestor grafe. Concluziile deduse sînt, în continuare, aplicate la calculul vibrațiilor de torsiune. În finalul capitolului se stabilește o metodă de sinteză aplicată sistemelor ce execută vibrații de torsiune avînd ca scop evitarea fenomenului de rezonanță, în condițiile efectuării unor modificări minime ale sistemului sau prin modificări afectînd numai anumite elemente ale acestuia.

Parcurgerea lucrării pune în evidență preocuparea permanentă a autorilor de a realiza un instrument de lucru eficient pentru proiectanți.

Acest deziderat a fost realizat pe mai multe căi. În primul rînd prin alegerea judicioasă a problemelor prezentate în cadrul spațiului editorial redus rezervat lucrării. În al doilea rînd, prin continua ilustrare cu ajutorul unor exemple de calcul bine alese și complet tratate a metodelor complexe utilizate în acest domeniu, precum și prin prezentarea unor scheme logice și algoritmi de calcul aplicabili la calculatoarele electronice.

În fine, prin logica și claritatea deosebită a expunerii.

În modul acesta, Editura tehnică completează literatura noastră de specialitate cu o nouă lucrare de valoare.

Gheorghe Silaș

Revista

STUDII ŞI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ

publică:

- Studii originale de înalt nivel cu caracter fundamental de interes general ştiinţific şi reflectare în practică.
- Note (lucrări mai scurte cu caracter original sau constituind o punere la punct a unei anumite chestiuni).
- Referate ştiinţifice şi tehnice, la care se expune stadiul actual al unei anumite probleme subliniindu-se aspectul nou, observaţii şi discuţii asupra unor lucrări de mecanică aplicată.
- Recenzii asupra cărţilor şi studiilor române şi străine.

Domeniile de specialitate ale revistei sînt:

- Astrodinamica (optimizarea traiectoriilor, calculul orbitelor sau al segmentelor de orbite, optimizarea transferului interorbital, impactul vehiculelor spaţiale cu meteoriţii, orbite sincrone, astrorelativitate, zborul în atmosferă rarefiată, în atmosferă densă, frînarea şi captarea aerodinamică a unui vehicul cosmic).
- Aerodinamica (mecanica fluidelor, aerodinamica, dinamica gazelor, mecanica avionului, aeroelasticitatea, aerodinamica motoarelor cu ardere internă, termo-aerodinamica motoarelor cu reacţie, ventilaţie, aeromotori).
- Hidrodinamica (hidraulică, construcţii hidrotehnice, irigaţie, turbine şi pompe, amenajări hidraulice).
- Construcţii de maşini (cinematica şi dinamica mecanismelor, frecare, ungere, uzură, metode moderne de calculul maşinilor, automatizare, studiul suprafeţelor, tehnologia mediilor solide continue).
- Mecanica generală (rezistenţa materialelor, elasticitate, plasticitate, vibraţii şi şocuri, stabilitate, analogii electrice şi hidraulice).
- Statica şi dinamica construcţiilor (metode pentru calculul static şi dinamic al construcţiilor, studiul materialelor neomogene, stabilitatea terenurilor, metode de executare a lucrărilor, de construcţii).
- Tehnica măsurătorilor (aparate electrice pentru măsurarea mărimilor mecanice utilizarea ultrasunetului şi izotopilor radioactivi în tehnică).

Revista urmăreşte stimularea activităţii ştiinţifice şi difuzarea lucrărilor valoroase, primind în acest scop spre publicare articole de la toţi specialiştii din ţară şi de la colaboratorii din străinătate.

Manuscrisele se vor trimite la sediul Comitetului de redacţie, Bucureşti, str. Const. Mille, nr. 15, sectorul 7.

ȘT. N. SĂVULESCU, V. TOMA. GH. GH. GHEORGHIU

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PENTRU OPTIMIZAREA CURGERII ÎN SUFLERII DE VITEZE MICI

Autorii prezintă sintetic cercetările experimentale efectuate pentru determinarea geometriei optime, a cîmpului de viteze și presiuni statice, precum și a efectelor perturbatoarelor în suflerii de viteze mici, la 3—15 m/s., a căror curgere trebuie controlată prin elemente specifice de reglaj. Rezultatele obținute pot servi pentru concepția si proiectarea sufleriilor subsonice.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 2, 1 78, p. 159—176
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

I. SETEANU

REGIMUL INFILTRAȚIILOR ÎNTR-O INCINTĂ PROTEJATĂ ÎN CAZUL UNUI MEDIU ANIZOTROP

În lucrare se prezintă un procedeu de analiză a regimului infiltrațiilor într-o incintă protejată printr-un perete de palplanșe, într-un mediu omogen anizotrop. Se indică un procedeu de căutare a parametrilor prin optimizarea necondiționată (Hooke și Jeeves), folosind calculatorul electronic.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 2, 1978, p. 177—190
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

T. OROVEANU, AL. D. STAN

EXPLOATAREA UNUI ZĂCĂMÎNT FISURAT LA PRESIUNI DIFERENȚIALE MARI

Deobicei, la exploatarea unui strat petrolifer, elementele mișcării (viteza de filtrare, căderea de presiune, debitul de extracție) sînt obținute cu ajutorul binecunoscutei legi a lui Darcy. La numere Reynolds mari, s-a constatat că mișcarea nu mai corespunde acestei legi, iar între viteza de filtrare a fluidului și gradientul de presiune există o relație neliniară.
La exploatarea unui zăcămînt fisurat, dependența debitului Q de presiunea diferențială ΔP este asemănătoare cu cea de la un zăcămînt nefisurat și această situație se poate explica prin efectul reducerii permeabilității fisurii echivalente prin care produce sonda la creșterea debitului de extracție. În scopul urmărit de lucrare, s-a analizat, în prima parte a acesteia, mișcarea turbulentă prin fisuri. Experimentele efectuate în laborator pentru determinarea coeficientului de rezistență la mișcarea turbulentă prin fisuri au condus la obținerea unor corelații comparabile cu cele din literatura de specialitate.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 2, 1 78, p. 191—198
Redacția: București, str. Const. Mille nr, 15

ALEXANDRU SOARE

FOLOSIREA TEORIEI INTERFERENȚEI ȘI ANALIZEI CURBELOR DE RESTABILIRE A PRESIUNII PENTRU EVALUAREA VALORII PRESIUNII INIȚIALE A ZĂCĂMINTELOR DE HIDROCARBURI

Lucrarea prezintă o metodă pentru determinarea presiunii statice inițiale a zăcămintelor de hidrocarburi atunci cînd această valoare nu a fost determinată odată cu punerea în producție a stratului productiv. Metoda folosește teoria interferenței dintre sonde și analiza curbelor de restabilire a presiunii. Cele două exemple prezentate la finele lucrării arată o concordanță foarte bună cu datele reale de comportare ale celor două zăcăminte.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 2, 1978, p. 199 —209
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

ST. GYÉRESI, E. SOÓS

TENSORUL ENERGIE-IMPULS AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC. II. DIFICULTĂȚI SPECIFICE ÎN MICRO- ȘI MACROELECTRODINAMICĂ

Pe baza confruntării unor afirmații expuse în 11 lucrări (monografii, manuale sau articole) consacrate bazelor electrodinamicii teoretice se arată că atît fundamentarea cît și interpretarea teoriei sînt astăzi contradictorii, fapt ce arată că electrodinamica actuală, ca teorie științifică, se află într-o situație nesatisfăcătoare din punct de vedere logic, matematic și semantic.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 2, 1978, p. 211—220
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

ALECSANDRU VAICUM

MODEL DE CALCUL PENTRU DETERMINAREA TASĂRII CONSTRUCȚIILOR, LUÎND ÎN CONSIDERARE PROPRIETĂȚILE REOLOGICE ȘI EREDITARE ALE MASIVELOR DE PĂMÎNT

În lucrare, se prezintă un model nou de calcul al tasărilor probabile a construcțiilor, considerînd masivul de pămînt ca un mediu vîscoelastic liniar cu importante efecte ereditare și solicitat în perioada de execuție de o încărcare liniar variabilă (sarcinile gravitaționale), iar în timpul exploatării de o încărcare constantă (încărcări gravitaționale și cele utile). În acest mod, modelul de calcul simulează mai corect modul de încărcare și de deformare a masivului de pămînt ceea ce se va concretiza în diminuarea diferențelor de calcul care există în etapa actuală între rezultatele teoretice și cele experimentale.
Pentru exemplificare, s-a aplicat modelul elaborat, la determinarea valorii tasărilor unei construcții amplasate pe un masiv de pămînt deformabil nesaturat al cărui model mecanic și relațiile fundamentale corespunzătoare au fost elaborate anterior, de autor, pe baza unor considerente microreologice.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 2, 1978, p. 221—228
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

ECATERINA BORCIA

DETERMINAREA MATRICEI DE DEFORMABILITATE PENTRU ARGILA ELASTOPLASTICĂ

Lucrarea are ca obiect analiza stării de tensiune și de deformație din masivele de pămînt, considerate medii elastoplastice. Bazat pe rezultatele fundamentale obținute de școala de mecanică a pămînturilor de la Cambridge, se determină matricea de deformabilitate, care permite utilizarea metodei elementului finit la calculul stării de tensiune și de deformație a masivelor de pămînt considerate medii elastoplastice. Sînt prezentate rezultatele obținute în cazul unei probe supuse la compresiune axialsimetrică.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 2, 1978, p. 229—239
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

F. DINCĂ, O. GÜNDISCH, H. PAVEN. G. DRUȚĂ, G. STĂNESCU

OPTIMIZAREA CONFORTULUI ȘI ADERENȚEI ROATĂ-SOL PENTRU AUTOMOBILE

Lucrarea conține o analiză teoretică și experimentală a confortului și siguranței în exploatare a unui autovehicul, care parcurge cu viteză constantă, un drum modelat printr-un proces aleator staționar. Măsura confortului este dată de media pătratică a accelerației masei suspendate, iar cea a siguranței în exploatare de către dispersia forței de contact dintre roată și sol.
Se urmărește efectul parametrilor care controlează vibrațiile sistemului decuplat, asupra caracteristicilor menționate. Se analizează unele contradicții care apar și se propun metode de atenuare a lor.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 2, 1978, p. 241—248
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

MĂRMUREANU GHEORGHE

BIFURCAREA ECHILIBRULUI ȘI REZISTENȚA POSTCRITICĂ A STÎLPILOR

Instabilitatea inelastică poate fi deseori precedată de un fenomen denumit flambaj sau bifurcarea echilibrului. Pe măsură ce sarcina exterioară crește, structura se deformează și în anumite condiții este posibil ca la o anumită sarcină, numită sarcină critică, configurația de deformație să-și schimbe brusc forma trecînd într-o nouă configurație de echilibru. Curba reală sarcină-deformație va fi atunci compusă din două ramuri; o ramură inițială, numită ramură precritică, stabilă,și o ramură postcritică, care poate fi stabilă sau nestabilă. Această ramură secundară, denumită stare adiacentă din vecinătatea punctului de bifurcație sau de ramificație, în cazul unor structuri este totdeauna stabilă, în timp ce în alte cazuri poate fi stabilă sau nestabilă în funcție de faptul dacă sarcina crește sau descrește după apariția bifurcației.

În cazul sistemelor structurilor simetrice, numărul de traiectorii postcritice este $1/2(3^M-1)$, unde M este ordinul de multiplicitate al punctelor de ramificație. În final, prin experiențe de precizie făcute de autor la Universitatea Cornell, Ithaca, New York, U.S.A., a fost pusă în evidență, și experimental, valoarea rezistenței postcritice a stîlpilor în domeniul elasto-plastic.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 2, 1978, p. 249—259
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

LUCIAN CAPITANU

ASPECTE ALE UZURII MATRIȚELOR UTILIZATE LA PRELUCRAREA PRIN INJECȚIE A MATERIALELOR TERMOPLASTICE ARMATE CU FIBRE DE STICLĂ. II

Sînt prezentate rezultatele experimentale obținute pe modelul de laborator descris în prima parte a lucrării. Datele obținute au fost confirmate de testările pe model uzinal, în condiții reale de funcționare a mașinilor de injecție. Lucrarea prezintă rezultatele și concluziile cercetărilor, comparativ pentru prelucrarea prin injecție a poliamidelor și policarbonaților, armați și nearmați cu fibre din sticlă.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 2, 1978, p. 261—280
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

M. NICOLESCU

APLICAREA METODEI DEPLASĂRILOR LA CALCULUL STATIC AL SISTEMELOR DE CONDUCTE

Este prezentată o metodă de calcul a matricelor de rigiditate și a forțelor echivalente în noduri pentru elementele drepte și curbe ce alcătuiesc sistemele de conducte. Rezultatele obținute sînt folosite pentru calculul static al sistemelor de conducte sub efectul forțelor concentrate, forțelor uniform distribuite și al deformațiilor inițiale prin metoda deplasărilor.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 2, 1978, p. 281—293
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

G. M. GIUROVICI, V. I. GHIU

APARAT DE MĂSURARE A TEMPERATURII SUPRAFEȚELOR

Pentru măsurarea temperaturii suprafețelor unor piese, mecanisme sau mașini în regim de lucru, se cunosc mai multe metode specifice gamei de temperaturi și locului de măsurare. În cadrul cercetărilor aplicative efectuate în Laboratorul de mecanisme și mașini din C.M.S., Centrul de mecanică a solidelor, s-a conceput, realizat și experimentat un aparat portativ miniatural în vederea măsurării temperaturii suprafețelor.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 2, 1978, p. 295—298
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

VETURIA RASZILLIER

STUDIUL UNOR MATERIALE ANTIFRICȚIUNE CU AJUTORUL UNDELOR ELASTICE ȘI ELECTROMAGNETICE

Se prezintă unele rezultate obținute în studiul naturii, conținutului de fază, a caracterizării microgeometriei specifice și stării de tensiune în cazul unor suprafețe active din structuri antifricțiune prin folosirea difracției și spectrometriei de radiații X, a microscopiei optice și electronice și a undelor Rayleigh.
În lucrare se aduc astfel argumente în caracterizarea straturilor rugoase, ca straturi cu proprietăți fizice diferite de cele ale masei materialului. Totodată, se obțin rezultate asupra comportării undelor Rayleigh la propagarea pe medii cu geometrie, natură și structură diferită.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 2, 1978, p. 299—321
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

HRISTACHE POPESCU, **Probleme ale structurilor de beton armat**, 1977, 155 p., 11 lei.
R. C. BOGDAN, D. LARIONESCU, S. CONONOVICI, **Sinteza mecanismelor plane articulate**, 1977, 310 p., 26 lei.
AUREL BELEŞ, CLEMANSA MIHĂILESCU, ŞTEFAN MIHĂILESCU, **Calculul construcţiilor amplasate pe terenuri deformabile**, 1977, 428 p., 34 lei.
DRAGOŞ CIOCLOV, **Mecanica ruperii materialelor**, 1977, 38 p., 30 lei.
ŞTEFAN BĂLAN, VALERIU PETCU, **Calculul structurilor în domeniul plastic. Momente independente**, 1976, 372 p., 34 lei.
ŞT. ISPAS, ALEX. NICA, IOANA PÂRVULESCU, **Sisteme de lubrifiaţie, alimentare cu carburant şi fluide hidraulice pentru construcţiile aerospaţiale**, 1976, 268 p., 32 lei.
RADU NEGRUŢIU, **Analiza elastică a structurilor**, 1976, 248 p., 21 lei.
VALENTIN I. VLAD, R. ZACIU, N. MIRON, JEAN MAURER, D. SPOREA, **Prelucrarea optică a informaţiei**, 1976, 476 p., 46 lei.
ADOLF HAIMOVICI, **Ecuaţii diferenţiale cu funcţii de mulţime ca necunoscute**, 1976, 168 p., 8,75 lei.
CHR. PELECUDI, **Precizia mecanismelor**, 1975, 397 p., 32 lei.
A. C. VASILESCU, **Combaterea produşilor poluanţi emişi de motoarele autovehiculelor**, 1975, 288 p., 26 lei.
VLAD IONESCU, **Introducerea în teoria structurală a sistemelor liniare**, 1975, 236 p., 18 lei.
VLADIMIR RĂZVAN, **Stabilirea absolută a sistemelor automate cu întîrziere**, 1975, 276 p., 17 lei.
B. GRÜNWALD, N. APOSTOLESCU, **Neomogenitatea termică şi chimică a gazelor din motoarele cu ardere internă**, 1975, 266 p., 26 lei.
ALEXANDRU VAICUM, **Fundaţii pentru construcţii energetice de distribuţie şi transport**, 1975, 314 p., 31 lei.
V. BĂNUŢ, HR. POPESCU, **Stabilitatea structurilor elastice**, 1975, 192 p., 13 lei.
GH. BUZDUGAN, LUCIA FETCU, M. RADEŞ, **Vibraţiile sistemelor mecanice**, 1975, 472 p. 41 lei.
O. ONICESCU, **Mecanica invariantă şi cosmologia**, 1974, 109 p., 6,75 lei.
EDMOND NICOLAU, **Introducere în electromagnetismul teoretic modern**, 1974, 241 p., 14 lei.

Mai găsiţi în librării:

V. GIONCU, **Plăci curbe subţiri din beton armat**, 1974, 439 p., 28 lei.
VALENTIN I. VLAD, **Holografie**, 1973, 234 p., 15,50 lei.
M. M. NIŢĂ, **Teoria zborului spaţial**, 1973, 502 p., 30 lei.
MARIUS PROTOPOPESCU, **Teoria electronică a metalelor**, 1973, 366 p., 33 lei.
I. S. GHEORGHIU, ALEXANDRU S. FRANSUA, **Tratat de maşini electrice, vol. IV, Maşini sincrone**, 1972, 482 p., 30 lei.
P. P. TEODORESCU, **Dinamica corpurilor liniar elastice**, 1972, 392 p., 24,50 lei.

REVISTE PUBLICATE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ
REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES
— SÉRIE DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE
— SERIE D'ÉLECTROTECHNIQUE ET D'ÉNERGÉTIQUE

ST. CERC. MEC. APL., TOM. 37, NR. 2, 1978, P. 157—326

I. P. INFORMAŢIA c. — 1

43 822

Lei 40.—

F 2557

3
TOMUL 37
Mai—Iun.
1978

1978 JUN 30

STUDII ŞI CERCETĂRI DE

MECANICĂ APLICATĂ

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

Comitetul de redacție

Acad. E. CARAFOLI, *redactor responsabil*

Membri :

Acad. I. ANTON,
Acad. ȘTEFAN BĂLAN,
Acad. D. DUMITRESCU,
Acad. CR. MATEESCU,
Acad. D. MATEESCU,
Acad. RADU VOINEA,
Prof. CONSTANTIN AVRAM, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România,
Prof. GH. BUZDUGAN, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România,
Prof. GH. MANEA, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România,
Dr. ing. N. PATRAULEA, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România,
Prof. RADU C. BOGDAN,
Prof. DAN PAVELESCU,
Prof. RADU PRIȘCU,
Dr. doc. V. VISARION,
Prof. T. OROVEANU, *secretar de redacție*,
Dr. ing. C. TEODOSIU, *secretar de redacție*.

Toate comenzile externe pentru lucrările apărute în Editura Academiei R. S. România se vor adresa : ILEXIM, Departamentul export-import carte, Departamentul export-import presă (pentru reviste), 70 116, str. 13 Decembrie nr. 3, P.O. Box 136—137, telex 11226, București, România. În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții. Revistele se pot procura (direct sau prin poștă) și prin PUNCTUL DE DESFACERE din cadrul EDITURII ACADEMIEI.

REVISTA APARE DE 6 ORI PE AN

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice corespondență se trimit pe adresa Comitetului de redacție al revistei cod 70 701, str. Const. Mille nr. 15, tel. 13.83.26

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
cod 71021, Calea Victoriei nr. 125, sectorul 1, București

STUDII ŞI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ

Tomul 37, nr. 3 mai–iunie 1978

SUMAR

STUDII

I. SETEANU, Regimul infiltraţiilor dintr-un lac de acumulare 329
ŞT. ZAREA, I. JELEV, Calculul mişcării neperturbate într-o turbină bulb în prezenţa carcasei exterioare 343
IOAN STAN, CĂLIN GHEORGHIU, Metoda tirului la stabilirea profilului concentraţiei în stratul-limită de difuzie 353
MIHAIL ROCO, GEORGETA FRĂSINEANU, Metodă de calcul a caracteristicilor de curgere ale fluidelor bifazate lichid-solid prin conducte şi canale. II. Programul 361
M.A. DUMBRAVĂ, Efectul limitativ al portanţei hidrodinamice asupra alimentării unui lagăr hidrostatic 377
SERGIU IVANCENCO, Calculul hidrodinamic al lagărului radial de alunecare echipat cu cuzinet poros şi rezervor circular închis 385
T. OROVEANU, AL. D. STAN, Parametrii tehnologici optimi pentru obţinerea unor eficienţe mărite la operaţiile de fisurare 393
I. SZÉKELY, T. MUREŞAN, Automatizarea descompunerii mecanismelor plane în grupe assurice elementare 403
IOAN CARABA, Calculul spaţial al grinzilor căilor de rulare din oţel 413
ANTON IONESCU, ALEXANDRU CĂTĂRIG, Calculul structurilor din reţele de grinzi plane reticulate din beton precomprimat, rezemate în puncte. I 425
OVIDIU MÎRŞU, RICHARD FRIEDRICH, Analiza eforturilor din rezervoarele cilindrice circulare prin utilizarea elementelor finite inelare 435
PETRE GLADCOV, Cercetări experimentale asupra răcirii cu jet de ceaţă a procesului de aşchiere 443
V.I. GHIU, A.M. RACOVIŢĂ, G. M. GIUROVICI, Traductoare de deplasare, viteză şi acceleraţie la mecanisme 451
ŞTEFAN ROTARU, Calculatorul electronic mijloc oportun şi eficient şi în procesul măsurării gazelor prin instalaţii diferenţiale. I 459
G. M. GIUROVICI, Cărucioare-suport pentru capete magnetice 473

NOTE

J. MAURER, V. I. VLAD, Măsurarea microdeformaţiilor folosind interferometria în lumina granulară 481

RECENZII 487

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 327–492.

REGIMUL INFILTRAȚIILOR DINTR-UN LAC DE ACUMULARE

de I. SETEANU
Institutul politehnic București

În lucrare se indică un procedeu de calcul rapid al debitului de infiltrații dintr-un rezervor de acumulare determinîndu-se prima aproximație a soluției problemei axial-simetrice a curgerii apei printr-un mediu poros omogen permeabil, stratul impermeabil fiind aruncat la infinit. Se ilustrează metoda propusă prin exemple numerice și se compară rezultatele obținute cu soluții mai exacte obținute prin procedeul diferențelor finite.

1. INTRODUCERE

Cunoașterea regimului infiltrațiilor dintr-un lac de acumulare, avînd o formă axial-simetrică prezintă o importanță deosebită pentru estimarea mărimii pierderilor de apă datorită permeabilității versanților. Deși o soluție mai exactă a problemei se poate obține prin procedeele analizei numerice (metoda diferențelor finite, a elementului finit etc.) [1], totuși estimarea rapidă și suficient de precisă a ordinului de mărime al pierderilor printr-un algoritm direct este de cele mai multe ori binevenită. În lucrarea de față se indică o metodă comodă de determinare a primei aproximații a problemei infiltrațiilor dintr-un bazin rezervor, ilustrîndu-se prin exemple numerice procedeul propus. Un alt mod de abordare a acestei probleme, mai puțin expeditiv, a fost indicat de către B. Hunt [2].

2. ECUAȚIILE INFILTRAȚIEI

Dacă se alege ca lungime de referință raza R a rezervorului (fig. 1), adîncimea centrală h a acestuia se scrie adimensional $\theta = h/R$, $z = \theta \cdot f(r)$ reprezintă ecuația suprafeței de fund a bazinului, iar $r = g(z, \theta)$ constituie ecuația necunoscută a suprafeței de depresie. Definind potențialul problemei de infiltrație prin relația

$$\varphi = -\frac{p}{\gamma \cdot R} + z, \tag{1}$$

unde γ este greutatea specifică a lichidului, iar p este suprapresiunea, ecuația care guvernează procesul este [3]

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \tag{2}$$

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 329–341.

cu următoarele condiţii la limită :

$$\varphi(r, \ \theta \cdot f(r)) = 0, \tag{3}$$

$$\varphi(g(z, \theta), z) = z \tag{4}$$

întrucît în rezervor există o stare hidrostatică, iar pe suprafaţa de depresie se stabileşte presiunea atmosferică ($p = 0$). Este evident că $f(0) = 1$, iar $f(1) = 0$. De asemenea, $\lim_{\theta \to 0} g(z, \theta) = g(z, 0) = 1$ din considerente fizice evidente.

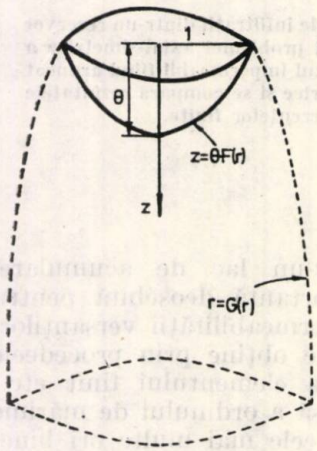


Fig. 1.

Suprafaţa de depresie este simultan izobară şi suprafaţă de curent. Scriind ecuaţia sa sub forma $F(r, z) = -r + g(z, \theta) = 0$, condiţia cinematică $\boldsymbol{V}.\mathrm{grad}F = 0$ se transcrie sub forma

$$\frac{\partial \varphi(g,z)}{\partial r} = \frac{\partial g(z, \theta)}{\partial z} \cdot \frac{\partial \varphi(g, z)}{\partial r} \tag{5}$$

deoarece $v_r = k \dfrac{\partial \varphi}{\partial r}$, $v_z = k \dfrac{\partial \varphi}{\partial z}$, unde k este coeficientul de permeabilitate.

Stratul impermeabil inferior se presupune aruncat la infinit. La mare distanţă de suprafaţa liberă a bazinului, suprafaţa de depresie tinde asimptotic către un cilindru de rază R_∞ :

$$\varphi(r, \ z) \sim z \qquad \text{cînd } z \to \infty. \tag{6}$$

Pentru determinarea primei aproximaţii se vor introduce dezvoltările după parametrul mic θ ;

$$\varphi(r, \ z; \ \theta) = z + \theta \cdot \varphi_1(r, \ z) + \theta^2 \cdot \varphi_2(r, \ z) + \ldots, \tag{7}$$

$$g(z, \ \theta) = 1 + \theta \cdot g_1(z) + \theta^2 \cdot g_2(z) + \ldots, \tag{8}$$

în ecuaţiile de mai sus păstrînd numai mărimile de ordinul 1 de micime. Se obţine ansamblul de relaţii :

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} = 0, \tag{9}$$

$$\varphi_1(r, \ 0) = -f(r), \tag{10}$$

$$\varphi_1(1, \ z) = 0, \tag{11}$$

$$\frac{\partial \varphi_1(1, z)}{\partial r} = \frac{\mathrm{d}g_1(z)}{\mathrm{d}z}, \tag{12}$$

$$\varphi_1(r, z) \sim 0 \text{ cînd } z \to \infty. \tag{13}$$

Soluția generală a ecuației (9) se scrie [4]

$$\varphi_1(r, z) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} F(z + \mathrm{i}\, r \cos \omega)\, \mathrm{d}\omega, \tag{14}$$

unde F este o funcție integrabilă arbitrară. Condiția (11) devine:

$$\varphi_1(1, z) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} F(z + \mathrm{i} \cos \omega)\, \mathrm{d}\omega = 0. \tag{15}$$

Dacă se caută o soluție particulară a relației (16) de forma

$$F_1(u) = \mathrm{e}^{\lambda u} \tag{16}$$

se obține condiția

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \mathrm{e}^{\lambda z} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda \cos \omega}\, \mathrm{d}\omega = \mathrm{e}^{\lambda z} \cdot J_0(\lambda) = 0 \tag{17}$$

întrucît au loc identitățile [4]:

$$\int_0^{\pi} \cos(\lambda \cos \omega) \cos n\omega\, \mathrm{d}\omega = \pi \cdot \sin \frac{n\pi}{2} J_n(\lambda), \tag{18}$$

$$\int_0^{\pi} \sin(\lambda \cos \omega) \cos n\omega\, \mathrm{d}\omega = \pi \cdot \sin \frac{n\pi}{2} J_n(\lambda). \tag{19}$$

Egalitatea (17) este verificată de către zerourile funcției Bessel $J_0(\lambda)$:

$$\lambda = -\lambda_n \qquad (n = 1, 2, \ldots), \tag{20}$$

obținîndu-se, prin superpoziție, soluția generală a relației (16):

$$F(z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \mathrm{e}^{-\lambda_n \cdot z}, \tag{21}$$

unde $A_n (n = 1, 2, \ldots)$ sînt constante arbitrare. Rădăcinile pozitive ale funcției Bessel nu se iau în considerare datorită condiției (13) de uniformitate la infinit.

Primele rădăcini ale funcţiei $J_0(\lambda)$ sînt :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 2{,}4048, & \lambda_5 &= 14{,}9309, \\ \lambda_2 &= 5{,}5201, & \lambda_6 &= 18{,}0711, \\ \lambda_3 &= 8{,}6537, & \lambda_7 &= 21{,}2116. \\ \lambda_4 &= 11{,}7915, \end{aligned} \tag{22}$$

Dacă se dezvoltă în serie Taylor funcţia $F(z + ir\cos\omega)$ în vecinătatea axei z se obţine

$$F(z + ir\cos\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F^{(n)}(z)}{n\,!} (ir\cos\omega)^n \tag{23}$$

pentru care soluţia generală (14) se scrie :

$$\varphi_1(r,\ z) = F(z) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{F^{(2n)}(z)}{2^{2n}(n\,!)^2} r^{2n} \tag{24}$$

deoarece [4]

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos^{2n}\omega\,\mathrm{d}\,\omega = \frac{(2n)\,!}{2^{2n}(n\,!)^2}, \tag{25}$$

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos^{2n+1}\omega\,\mathrm{d}\omega = 0. \tag{26}$$

Condiţia (10) devine :

$$\varphi_1(r,\ 0) = F(0) - \frac{F''(0)}{2^2(1\,!)^2}\cdot r^2 + \ldots = -\,g(r), \tag{27}$$

iar, dacă se cunoaşte dezvoltarea în serie a funcţiei $f(r)$ care descrie conformaţia suprafeţei de fund a rezervorului, se pot obţine prin identificare derivatele pare în origine ale funcţiei $F(z)$:

$$F^{(2p)}(0) = (-1)^{p+1}\,2^{2p}(p\,!)\,a_p = b_p \qquad (p = 0{,}1{,}2\ldots). \tag{28}$$

Din condiţia (27) rezultă că dezvoltarea în serie a funcţiei $f(r)$ nu poate conţine puteri impare ale variabilei independente ($a_0 + a_1 + a_2 + \ldots = 0$) :

$$f(r) = a_0 + a_1 r^2 + a_2 r^4 + \ldots + a_p r^{2p} + \ldots . \tag{29}$$

Pe de altă parte, din relația (21) se obțin egalitățile echivalente :

$$F^{(2p)}(0) = A_1\lambda_1^p + A_2\lambda_2^p + \ldots, \tag{30}$$

astfel că din compararea formulelor (28) și (30) rezultă un sistem de ecuații liniare :

$$\begin{aligned} &A_1 + A_2 + A_3 + \ldots = b_0, \\ &A_1\lambda_1 + A_2\lambda_2 + A_3\lambda_3 + \ldots = b_1, \\ &A_1\lambda_1^{2p} + A_2\lambda_2^{2p} + A_3\lambda_3^{2p} + \ldots = b_p, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \tag{31}$$

având ca necunoscute coeficienții A_n ai dezvoltării (21). În transcriere matriceală evidentă sistemul (31) se scrie :

$$T \cdot \vec{A} = \vec{B}, \tag{32}$$

unde T este o matrice Vandermonde :

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \ldots \\ \lambda_1 & \lambda_2 \ldots & \lambda_p \ldots \\ \lambda_1^2 & \lambda_2^2 \ldots & \lambda_p^2 \ldots \end{pmatrix}. \tag{33}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Rezolvînd în principiu ecuația matriceală (32) rezultă :

$$\vec{A} = S \cdot \vec{B} \tag{34}$$

unde $S = T^{-1}$ este matricea inversă a lui T. Sistemul (34) se scrie dezvoltat :

$$\begin{aligned} A_1 &= S_{11}b_0 + S_{12}b_1 + \ldots, \\ A_2 &= S_{21}b_0 + S_{22}b_1 + \ldots, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ A_p &= S_{p1}b_0 + S_{p2}b_1 + \ldots, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \tag{35}$$

sau, revenind la termenii a_n, cu formulele (28) se obține :

$$\begin{aligned} A_1 &= U_{11}a_0 + U_{12}a_1 + \ldots, \\ A_2 &= U_{21}a_0 + U_{22}a_1 + \ldots, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ A_p &= U_{p1}a_0 + U_{p1}a_1 + \ldots, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \tag{36}$$

unde s-a notat

$$U_{ij} = S_{ij}(-1)^j 2^{2j-2} [(j-1)!]^2. \tag{37}$$

Riguros vorbind, matricea Vandermonde (33) are un număr infinit de linii și coloane. Restrîngînd dimensiunea acesteia la șase se obține prin inversare, folosind valorile (22) și condițiile (37), rezultatul indicat în tabelul 1 pentru matricea U.

Tabelul 1

−1,459	−0,3554	−0,1108	−0,3260 $E-1$	−0,7392 $E-2$	0,9312 $E-3$
0,6462	0,5196	0,2118	0,6967 $E-1$	0,1672 $E-1$	−0,2174 $E-2$
−0,2431	−0,2144	−0,1366	−0,5474 $E-1$	−0,1457 $E-1$	0,2010 $E-2$
0,6580 $E-1$	0,5964 $E-1$	0,4249 $E-1$	0,2158 $E-1$	0,6672 $E-3$	−0,1010 $E-2$
−0,1114 $E-1$	−0,1022 $E-1$	−0,7622 $E-2$	−0,4285 $E-2$	−0,1581 $E-2$	0,2741 $E-3$
0,8805 $E-3$	0,8128 $E-3$	0,6206 $E-3$	0,3675 $E-3$	0,1501 $E-3$	−0,3175 $E-4$

3. DETERMINAREA SUPRAFEȚEI DE DEPRESIE

Dezvoltarea după parametrul mic θ a ecuației suprafeței de depresie este :

$$z = g(z, \theta) = 1 + \theta \cdot g_1(z) + \theta^2 \cdot g_2(z) + \ldots, \tag{38}$$

impunîndu-se într-o primă aproximație determinarea funcției $g_1(z)$ în conformitate cu condiția (12) :

$$\frac{\mathrm{d}\, g_1(z)}{\mathrm{d}z} = \frac{\partial \varphi_1(1, z)}{\partial r}.$$

Pe de altă parte, folosind formula (24), se poate scrie

$$\frac{\partial \varphi_1(1, z)}{\partial r} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{F^{(2n)}(z)}{2^{2n-1} n\,!(n-1)\,!}. \tag{39}$$

Integrînd în raport cu z și folosind condiția $g_1(0) = 0$, care rezultă din egalitatea evidentă $g(0, \theta) = 1$ se deduce funcția de depresie :

$$g_1(z) = A + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{F^{(2n-1)}(z)}{2^{2n-1} n\,!(n-1)\,!}, \tag{40}$$

$$A = -\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{F^{(2n-1)}(0)}{2^{2n-1} n\,!(n-1)\,!}. \tag{41}$$

Datorită formulei (21) din care se obține

$$F^{(2n-1)}(0) = -\sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k{}^{2n-1} \cdot A_k$$

constanta A se scrie explicit, schimbînd ordinea de sumare [4]:

$$A = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(\lambda_{k/2})^{2n-1}}{n!(n-1)!} = -\sum_{k=1}^{\infty} A_k J_1(\lambda_k). \tag{42}$$

În conformitate cu relația asimptotică (13) și cu formula (24) se poate admite că

$$\lim_{z\to\infty} F^{(2n-1)}(z) = 0, \tag{43}$$

obținîndu-se

$$g_1(\infty) = \lim_{z\to\infty} g_1(z) = A = -\sum_{k=1}^{\infty} A_k J_1(\lambda_k). \tag{44}$$

Forma concretă a suprafeței de despresie, determinată de relația (40) combinată cu formulele (21) și (42) în care A_k sînt constantele obținute din egalitățile (36) este mai puțin interesantă pentru aplicații. Ea intervine în analiză doar atunci cînd se pune problema posibilității folosirii modelului propus (cu stratul impermeabil aruncat la infinit) într-o situație reală dată.

4. DEBITUL TOTAL DE INFILTRAȚII

În conformitate cu formula Darcy se pot scrie relațiile:

$$v_r = k \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \tag{45}$$

$$v_z = k \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \tag{46}$$

Întrucît la mare distanță de rezervor ($z \to \infty$) procesul de infiltrație devine practic uniform, iar suprafața de depresie tinde asimptotic către un cilindru vertical, debitul de infiltrații este dat de relația:

$$Q = \pi R_\infty^2 \cdot k \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{z=\infty} = \pi R_\infty^2 k \tag{47}$$

deoarece

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 1 + \theta \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} + \ldots,$$

iar $\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \to 0$ cînd $z \to \infty$, conform formulei asimptotice (13). Prin urmare, pentru a se determina debitul Q este necesar să se cunoască raza cilindrului asimptotic:

$$R_\infty = R \lim_{z \to \infty} g(z, \theta) = R(1 + \theta \cdot g_1(\infty)),$$

care se mai scrie, folosind egalitatea (44),

$$R_\infty = (1 + \theta \cdot A)R,$$

obţinîndu-se în cele din urmă relaţia importantă:

$$Q = k\pi R^2(1 + \theta \cdot A)^2 \cong k\pi R^2 \left(1 + 2\frac{h}{R} A\right). \tag{48}$$

Introducînd notaţiile:

$$\alpha_k = - A_k J_1(\lambda_k), \tag{49}$$

$$W_{kl} = - U_{kl} J_1(\lambda_k), \tag{50}$$

se obţine constanta A cu formula:

$$A = + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k, \tag{51}$$

unde constantele α_k sînt date de egalităţile:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= W_{11}a_0 + W_{12}a_1 + \ldots, \\ \alpha_2 &= W_{21}a_0 + W_{22}a_1 + \ldots, \end{aligned} \tag{52}$$

. . . . . .

Mărimile $J_1(\lambda_k)$ au următoarele valori:

$$\begin{aligned} J_1(\lambda_1) &= \ \ 0{,}5191, & J_1(\lambda_5) &= \ \ 0{,}2065, \\ J_1(\lambda_2) &= -0{,}3403, & J_1(\lambda_6) &= -0{,}1877, \\ J_1(\lambda_3) &= \ \ 0{,}2715, & J_1(\lambda_7) &= 0{,}1733 \text{ etc.}, \\ J_1(\lambda_4) &= -0{,}2325, \end{aligned} \tag{53}$$

iar matricea W este indicată în tabelul 2.

Tabelul 2

0,7571	0,1845	0,5751 $E-1$	0,1692 $E-1$	0,3837 $E-2$	$-0,4834$ $E-3$
0,2199	0,1768	0,7209 $E-1$	0,2371 $E-1$	0,5690 $E-2$	$-0,7397$ $E-3$
0,6601 $E-1$	0,5822 $E-1$	0,3707 $E-1$	0,1487 $E-1$	0,3955 $E-2$	$-0,5457$ $E-3$
0,1530 $E-1$	0,1387 $E-1$	0,9878 $E-2$	0,5018 $E-2$	0,1551 $E-2$	$-0,2348$ $E-3$
0,2300 $E-2$	0,2110 $E-2$	0,1574 $E-2$	0,8849 $E-3$	0,3265 $E-3$	$-0,5661$ $E-4$
0,1653 $E-3$	0,1526 $E-3$	0,1165 $E-3$	0,6900 $E-4$	0,2819 $E-4$	$-0,5958$ $E-5$

Pentru determinarea debitului Q este suficient să se cunoască constanta A.

5. LIMITELE MODELULUI DE CALCUL PROPUS. EXEMPLE NUMERICE

În cele de mai sus s-a presupus că stratul impermeabil sub lacul de acumulare este aruncat la infinit. Rezultatele obținute pot fi utilizate și în cazul real în care stratul impermeabil se află la o adîncime finită dacă tendința asimptotică de racordare a suprafeței de depresie la cilindrul limită este suficient de rapidă. Valoarea adîncimii z_0 la care r este 99% din valoarea asimptotică r_∞ satisface inegalitatea :

$$\left|\frac{r_0 - r_\infty}{r_0}\right| < \frac{1}{100}. \tag{54}$$

Deoarece $r_0 = 1 + \theta \cdot G_1(z_0)$, iar $r_\infty = 1 + \theta \cdot A$, relația de mai sus devine :

$$\frac{\theta \cdot |G_1(z_0) - A|}{|1 + \theta \cdot G_1(z_0)|} < \frac{1}{100}. \tag{55}$$

Schimbînd ordinea de sumare în formula de mai jos

$$G_1(z) = A - \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{-\lambda_k z} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\left(\frac{\lambda_k}{2}\right)^{2n-1}}{n!(n-1)!},$$

rezultă egalitatea

$$G_1(z) = A + \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{-\lambda_k z} J_1(\lambda_k), \tag{56}$$

iar ecuația (55) se scrie :

$$99 \cdot \theta \left| \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k e^{-\lambda_k z} \right| < 1 + \theta \cdot |A|. \tag{57}$$

Cu ajutorul definiției (49) se înlocuiește formula (57) cu inegalitatea mai restrictivă :

$$\sum_{k=1}^{N} |\alpha_k| \, e^{-\lambda_k z} < \frac{1}{99}\left(\frac{1}{\theta} + |A|\right), \tag{58}$$

unde $N = p + 1$.

Pentru estimarea sumei (58) se va folosi observația că rădăcinile $\lambda_k (k = 1, 2, \ldots)$ ale funcției Bessel $J_0(x)$ se pot exprima prin relația liniară aproximativă (fig. 2) :

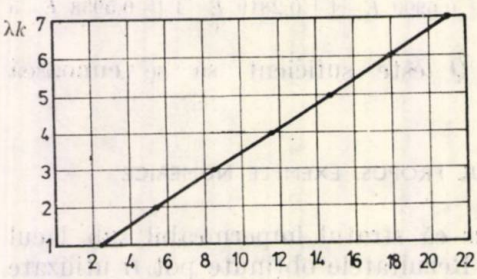


Fig. 2

$$\lambda_k = \lambda_1 + \frac{\lambda_N - \lambda_1}{N - 1}(k - 1) \qquad (k = 1, 2, \ldots, N), \tag{59}$$

care se mai scrie :

$$\lambda_k = \frac{\lambda_1 \cdot N - \lambda_N}{N - 1} + \tau \cdot k, \tag{60}$$

unde s-a notat

$$\tau = \frac{\lambda_N - \lambda_1}{N - 1}. \tag{61}$$

Formula (58) devine :

$$e^{-\frac{\lambda_1 N - \lambda_N}{N-1} \cdot z} \sum_{k=1}^{N} |\alpha_k| \cdot e^{-\tau . k . z} < \frac{1}{99}\left(\frac{1}{\theta} + |A|\right). \tag{62}$$

Fie $\alpha = \max_{k=1,2,\ldots N} |\alpha_k|$. Inegalitatea (62) se înlocuiește cu condiția mai restrictivă :

$$e^{-\frac{\lambda_1 N - \lambda_N}{N-1} \cdot z} \cdot \alpha \cdot \sum_{k=1}^{N} e^{-\tau . k . z} = \alpha \cdot \xi \cdot \frac{1 - \xi^N}{1 - \xi} \cdot e^{-\frac{\lambda_1 N - \lambda_N}{N-1} \cdot z},$$

unde s-a notat

$$\xi = e^{-\tau \cdot z}. \tag{63}$$

Condiția suficientă care înlocuiește relația (54) se scrie :

$$\alpha \cdot \frac{1 - \xi^N}{1 - \xi} \cdot \xi^{\frac{\lambda_1 (N-1)}{\lambda_N - \lambda_1}} < \frac{1}{99}\left(\frac{1}{\theta} + |A|\right) \tag{64}$$

sau, sub o altă formă,

$$F(\xi) = \frac{1-\xi^N}{1-\xi} \cdot \xi^{\frac{\lambda_1(N-1)}{\lambda_N-\lambda_1}} < \frac{1}{99} \frac{|A| + \frac{1}{\theta}}{\alpha}. \tag{65}$$

Din această inegalitate, cunoscînd membrul drept, se obține valoarea ξ_{lim} din care se poate determina adîncimea minimă z_0 pentru care se pot folosi rezultatele obținute mai sus :

$$z_0 = -\frac{1}{\tau} \ln \xi_{\text{lim}}. \tag{66}$$

Pentru simplificarea găsirii adîncimii z_0 se poate folosi o rezolvare grafică (fig. 3). Curba din figură s-a calculat pentru $p = 5$ ($N = 6$), obți-

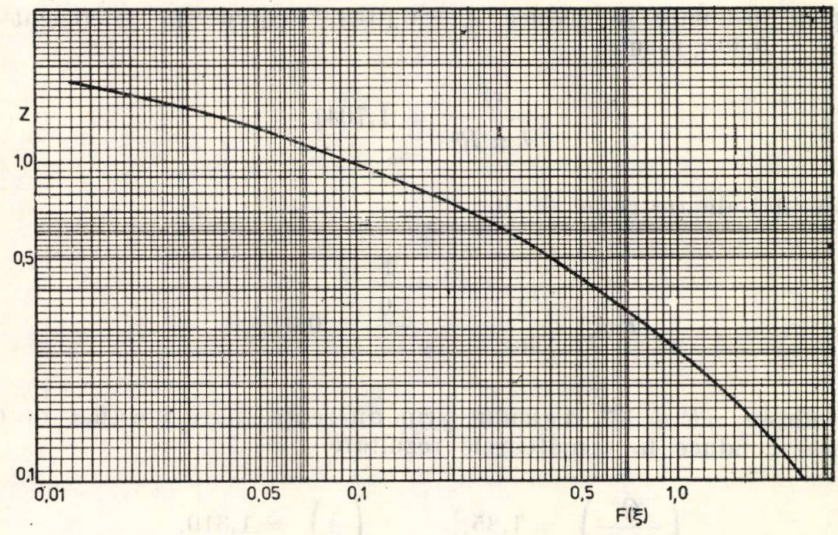


Fig. 3

nîndu-se (tabelul 3) :

$$\lambda_1 = 2{,}4048,$$

$$\lambda_6 = 18{,}0711,$$

$$\frac{\lambda_1(N-1)}{\lambda_N - \lambda_1} = 0{,}76751, \qquad \tau = \frac{\lambda_N - \lambda_1}{N-1} = 3{,}13326$$

Tabelul 3

z	0,1	0,15	0,20	0,36
$F(\xi)$	2,47694	1,74833	1,29675	0,62139
z	0,6	1,2	1,5	1,8
$F(\xi)$	0,27879	0,57143 $E-1$	0,27376 $E-1$	0,13232 $E-1$

Pentru aprecierea ordinului de precizie al rezultatelor s-a ales într-un prim exemplu lacul de acumulare determinat de ecuaţia [1]:

$$f(r) = 1 + 0{,}354\, r^2 - 1{,}861\, r^4 + 0{,}507\, r^6, \tag{67}$$

pentru care s-au determinat coeficienţii:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0{,}7240, & \alpha_4 &= 0{,}004371, \\ \alpha_2 &= 0{,}1603, & \alpha_5 &= 0{,}0005664, \\ \alpha_3 &= 0{,}02517, & \alpha_6 &= 0{,}00003750, \end{aligned} \tag{68}$$

iar prin însumare se deduce $A = 0{,}9144$. Pentru un coeficient $\theta = \delta/R = 0{,}385$, rezultă

$$\frac{Q}{k\,\pi\,R^2} = 1{,}7041,$$

iar condiţia de restricţie devine:

$$F(\xi) < \frac{1}{99}\,\frac{|A| + \dfrac{1}{\theta}}{\alpha} = 0{,}04900,$$

obţinîndu-se $z/R = 1{,}3$. Calculul prin diferenţe finite efectuat de către Jeppson conduce la următoarele rezultate:

$$\left(\frac{Q}{k\pi R^2}\right)_j = 1{,}85, \qquad \left(\frac{z}{R}\right)_j = 1{,}310.$$

Eroarea de calcul de 7,9%, respectiv 0,01%, este suficient de mică, iar simplitatea calculelor justifică eroarea admisă.

Pentru un rezervor pentru care ecuaţia fundului se scrie:

$$f(r) = 1 + 0{,}45r^2 - 1{,}95r^4 + 0{,}5r^6,$$

coeficienţii α_k, au expresia

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0{,}7364, & \alpha_4 &= 0{,}004788, \\ \alpha_2 &= 0{,}1707, & \alpha_5 &= 0{,}0006227, \\ \alpha_3 &= 0{,}02736, & \alpha_6 &= 0{,}00004130, \end{aligned}$$

rezultînd parametrul $A = 0{,}9399$. Pentru calculul debitului ($R = 110$ m, $\delta = 7$ m, $k = 10^{-6}$ m/s) se obține

$$\theta = \frac{\delta}{R} = 0{,}06364, \quad \frac{Q}{k\pi R^2} = 1{,}1196, \quad Q = 42{,}559 \text{ l/s}.$$

Întrucît $\alpha = \max|\alpha_i| = 0{,}7364$, rezultă $F(\xi) < 0{,}2261$ pentru care adîncimea minimă a stratului impermeabil este $z_0 = 74$ m.

Primită la redacție la 12 iulie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. R. W. Jeppson, *Solutions to axisymmetric seepage from ponds through homogeneous and nonhomogeneous porous media*, National Science Foundation Report, Utah Water Research Laboratory, Utah State University, Logan, Utah (1968).
2. B. W. Hunt, *Seepage from snallow reservoir*, Journal of the Hydraulics Division, Proc. A.S.C.E., HY1 (1973).
3. T. Oroveanu, *Scurgerea fluidelor prin medii poroase neomogene*, Edit. Acad. R.S.R., București, 1963.
4. E. T. Whittaker, G. N. Watson, *A course of modern analysis*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1902.

CALCULUL MIȘCĂRII NEPERTURBATE ÎNTR-O TURBINĂ BULB ÎN PREZENȚA CARCASEI EXTERIOARE

de ȘT. ZAREA
Institutul politehnic București
I. JELEV.
I.C.H. București

Se prezintă o metodă analitică și una numerică, pentru calculul mișcării neperturbate în jurul unei turbomașini bulb, ținîndu-se seama de prezența carcasei exterioare. Calculele au fost efectuate în ipoteza mișcării potențiale și elicoidale axial simetrice.
Pentru un caz concret de turbină bulb ce urmează a fi construită în țara noastră, se determină spectrul hidrodinamic al mișcării, funcția de curent ψ, distribuția vitezei și a componentelor acesteia. Cele două metode ale căror rezultate s-au comparat între ele, au fost concretizate în două programe scrise în limbaj FORTRAN, permițînd rezolvarea oricărui caz practic de turbomașină axială bulb, în mai puțin de 30 secunde, la un calculator C.D.C. — 3500.

1. INTRODUCERE

În cadrul a două lucrări anterioare [1] și [2], am prezentat o metodă analitică pentru calculul spectrului hidrodiamic și a repartiției de viteze și presiuni în jurul unor carene bulb simple sau etajate, amplasate într-un curent nelimitat. Găsirea soluției se complică în cazul cînd se impune o formă constructivă carenei (problema directă), complicîndu-se și mai mult cînd, pe lîngă carenă, se impune și forma carcasei exterioare.

Vom prezenta două căi de rezolvare a problemei, una analitică și alta numerică. Calculul numeric se face atît în ipoteza mișcării potențiale, cît și elicoidale, iar rezultatele se compară între ele.

2. IPOTEZE ȘI NOTAȚII

În cuprinsul lucrării vom utiliza următoarele ipoteze și notații:

— fluidul este perfect, iar mișcarea potențială sau elicoidală;

— se presupune că rotorul are un număr infinit de palete, ipoteză acceptabilă, întrucît se caută obținerea familiei de suprafețe axial simetrice;

— se utilizează un sistem de coordonate cilindrice;

— se ține seama de frontiera exterioară a mașinii.

r, R — raza curentă, respectiv raza pe suprafața de distribuție a surselor inelare;

z, Z — coordonata axială curentă, respectiv variabila de integrare pentru sursele inelare;

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 343—352.

$0, \Theta$ — unghiul dintre suprafeţele de curent, respectiv carenă, carcasă şi direcţia orizontală (fig. 2);

r_j, r_{1e}, r_{2e} — raza curentă într-un nod al reţelei, respectiv raza carcasei exterioare la intrare şi ieşire;

Z_i, Z_f — coordonata axială iniţială şi finală a carenei bulb;

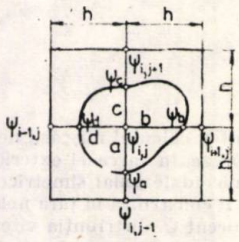


Fig. 1

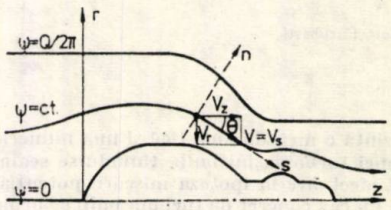


Fig. 2

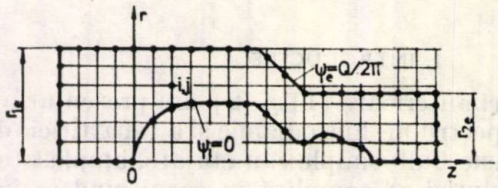


Fig. 3

$\Delta Z, h$ — pasul de calcul al integralelor, respectiv pasul reţelei pentru calculul numeric (fig. 1 şi 3);

V_z, V_r, V_n, V_s — componentele axială, radială, normală şi tangenţială a vitezei;

$V_{zi}, V_{ri}, V_{ze}, V_{re}$ — componentele axială şi radială a vitezei datorate distribuţiei de surse inelare interioare respectiv exterioare;

$V = \sqrt{V_z^2 + V_r^2} = \sqrt{V_n^2 + V_s^2}$ — viteza (fig. 2);

V_1, V_2 — viteza la infinit amonte, respectiv aval;

$V_{i,j}, (V_z)_{i,j}, (V_r)_{i,j}$ — viteza, respectiv componentele axială şi radială într-un nod curent al reţelei de calcul;

k — constantă ce caracterizează mişcarea elicoidală;

$\psi, \psi_{i,j}$ — funcţia de curent, respectiv funcţia de curent într-un nod al reţelei pentru calculul numeric;

ψ_e, ψ_i — funcţia de curent pe carcasa exterioară, respectiv interioară;

q_i, q_e — debitul specific al distribuţiei de surse inelare de-a lungul carcasei interioare, respectiv exterioare;

Q — debitul total al turbomaşinii axiale;

i, j, n, N — indici (N este valoarea maximă a lui i);

$b^2 = \dfrac{4rR}{(z-Z)^2+(r+R)^2}$ — variabilă adimensională;

$K = \displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\mathrm{d}\alpha}{\sqrt{1-b^2\sin^2\alpha}}$ — integrala eliptică completă de speţa întîi;

$E = \displaystyle\int_0^{\pi/2} \sqrt{1-b^2\sin^2\alpha}\,\mathrm{d}\alpha$ — integrala eliptică completă de speţa a doua;

$J_1(kr)$ — funcţia Bessel de speţa întîi şi ordinul întîi;

W_n — coeficienţii Cotes.

3. METODĂ ANALITICĂ PENTRU CALCULUL MIŞCĂRII NEPERTURBATE PRINTR-O TURBOMAŞINĂ AXIALĂ

O soluţie analitică a ecuaţiei diferenţiale a mişcării potenţiale, axial simetrice, este

$$\psi = \frac{1}{\pi}\int_{Z_i}^{Z_f}\left\{\frac{q_i R}{\cos\Theta}\int_0^r \frac{Er}{1-b^2}\,\frac{z-Z}{[(z-Z)^2+(r+R)^2]^{3/2}}\,\mathrm{d}r\right\}\mathrm{d}Z, \qquad (1)$$

unde ψ este funcţia de curent ce reprezintă mişcarea datorată unei distribuţii continue de surse inelare pe o suprafaţă de rotaţie în jurul axei Oz.

Vitezele derivă din următorul potenţial Φ, soluţie a ecuaţiei $\Delta\Phi \equiv 0$:

$$\Phi = -\frac{1}{\pi}\int_{Z_i}^{Z_f} \frac{q_i R K}{\sqrt{(z-Z)^2+(r+R)^2}}\,\frac{\mathrm{d}Z}{\cos\Theta}. \qquad (2)$$

Componentele radială şi axială ale vitezei datorate unei distribuţii de surse inelare amplasată într-un curent general de translaţie, au următoarele expresii:

$$\begin{aligned} V_z &= V_1 + V_{zi} + V_{ze}, \\ V_r &= V_{ri} + V_{re}, \end{aligned} \qquad (3)$$

unde :

$$V_{ze} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \int_{-\infty}^{+\infty} q_e \frac{ER}{\pi(1 - b^2)\cos\Theta} \frac{z - Z}{[(z-Z)^2 + (r+R)^2]^{3/2}} dZ,$$

$$V_{zi} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \int_{Z_i}^{Z_f} q_i \frac{ER}{\pi(1-b^2)\cos\Theta} \frac{z - Z}{[(z - Z)^2 + (r + R)^2]^{3/2}} dZ, \tag{4}$$

$$V_{re} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \int_{-\infty}^{+\infty} q_e \frac{R}{2\pi r \cos\Theta \sqrt{(z-Z)^2+(r+R)^2}} \left[K - \frac{(z-Z)^2 - r^2 + R^2}{(z-Z)^2+(r-R)^2} E\right] dZ,$$

$$V_{ri} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \int_{Z_i}^{Z_f} q_i \frac{R}{2\pi r \cos\Theta \sqrt{(z-Z)^2+(r+R)^2}} \left[K - \frac{(z-Z)^2 - r^2 + R^2}{(z-Z)^2+(r-R)^2} E\right] dZ, \tag{5}$$

iar componentele normală şi tangenţială la liniile de curent se calculează din (3) cu ajutorul formulelor :

$$V_n = V_z \sin\theta - V_r \cos\theta, \tag{6}$$

$$V_s = V_z \cos\theta + V_r \sin\theta.$$

Introducînd următoarele notaţii :

$$F_z = \frac{ER}{\pi(1 - b^2)\cos\Theta} \frac{z - Z}{[(z - Z)^2 + (r+R)^2]^{3/2}},$$

$$F_r = \frac{R}{2\pi r \cos\Theta \sqrt{(z - Z)^2+(r + R)^2}} \left[K - \frac{(z - Z)^2 - r^2 + R^2}{(z - Z)^2+(r - R)^2} E\right] \tag{7}$$

(4) şi (5) devin :

$$V_{zi} = \int_{Z_i}^{Z_f} q_i F_z \, dZ, \qquad V_{ze} = \int_{-\infty}^{+\infty} q_e F_z \, dZ,$$

$$V_{ri} = \int_{Z_i}^{Z_f} q_i F_r \, dZ, \qquad V_{re} = \int_{-\infty}^{+\infty} q_e F_r \, dZ. \tag{8}$$

Vom aplica metoda de calcul la o turbină bulb ce urmează a echipa una din centralele hidroelectrice din ţara noastră. Fie o distribuţie continuă de surse inelare în exteriorul şi interiorul carcasei exterioare, respectiv a carenei turbinei (fig. 4*d*). Pentru ca funcţiile ψ şi Φ să fie determinate şi să reprezinte mişcarea prin interiorul turbinei propuse se cer

a fi îndeplinite următoarele condiţii la limită :

1. Componenta normală a vitezei pe carcasa interioară şi exterioară să fie nulă :

$$(V_n/V_1)_{i,e} = \sin\theta + \int_{Z_i}^{Z_f} (q_i/V_1)\cdot(F_z\sin\theta - F_r\cos\theta)\,dZ + \tag{9}$$

$$+\int_{-\infty}^{+\infty} (q_e/V_1)\cdot(F_z\sin\theta - F_r\cos\theta)\,dZ = 0.$$

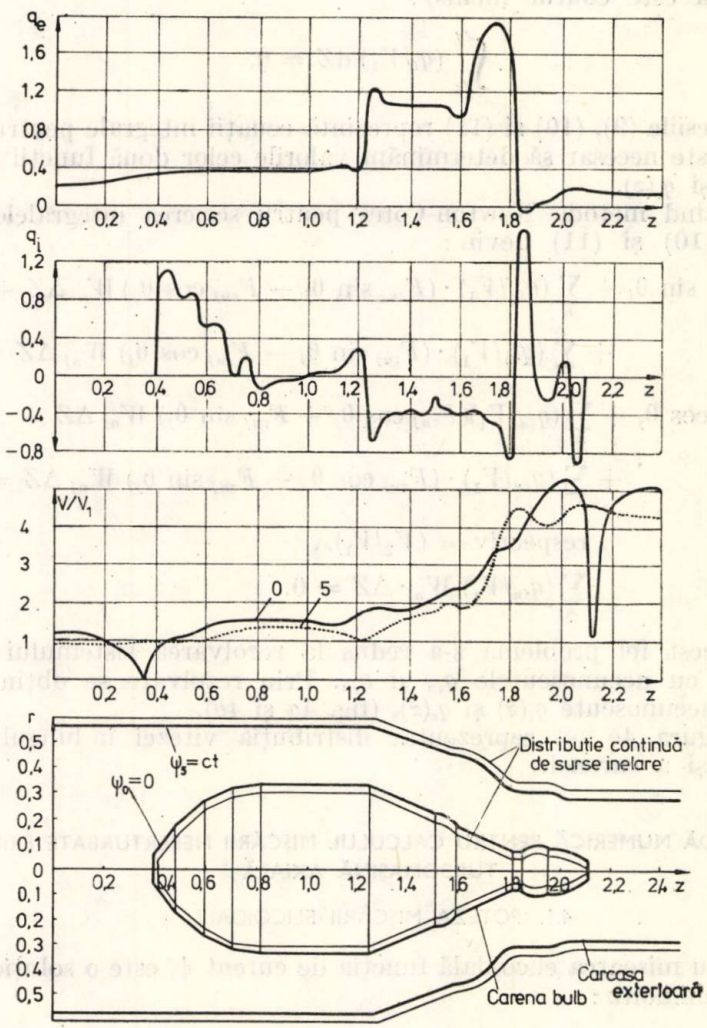


Fig. 4

2. Componenta tangenţială a vitezei la intrare şi ieşire (presupuse suficient de departe) să tindă spre V_1, respectiv V_2:

$$(V_s/V_1)_{i,e} = \cos\theta + \int_{Z_i}^{Z_f} (q_i/V_1)\cdot(F_z\cos\theta + F_r\sin\theta)\,dZ + \\ + \int_{-\infty}^{+\infty} (q_e/V_1)(F_z\cos\theta + F_r\sin\theta)\,dZ = (1)_i, \tag{10}$$

respectiv $= (V_2/V_1)_e$.

3. Debitul rezultant al distribuţiei interioare de surse inelare să fie nul (carena este contur închis):

$$\int_{Z_i}^{Z_f} (q_i/V_1)\,dZ = 0. \tag{11}$$

Expresiile (9), (10) şi (11) reprezintă ecuaţii integrale pentru a căror rezolvare este necesar să determinăm valorile celor două funcţii necunoscute $q_i(z)$ şi $q_e(z)$.

Utilizînd metoda Newton-Cotes pentru scrierea integralelor, ecuaţiile (9), (10) şi (11) devin:

$$\sin\theta_j + \sum_n (q_{in}/V_1)\cdot(F_{znj}\sin\theta_j - F_{rnj}\cos\theta_j)\,W_{nj}\,\Delta Z + \\ + \sum_n (q_{en}/V_1)\cdot(F_{znj}\sin\theta_j - F_{rnj}\cos\theta_j)\,W_{nj}\,\Delta Z = 0,$$

$$\cos\theta_j + \sum_n (q_{in}/V_1)(F_{znj}\cos\theta_j + F_{rnj}\sin\theta_j)\,W_{nj}\,\Delta Z + \\ + \sum_n (q_{en}/V_1)\cdot(F_{znj}\cos\theta_j + F_{rnj}\sin\theta_j)\,W_{nj}\,\Delta Z = (1)_i, \tag{12}$$

$$\text{respectiv} = (V_2/V_1)_e,$$

$$\sum_n (q_{in}/V_1)\,W_n\cdot\Delta Z = 0.$$

În acest fel problema s-a redus la rezolvarea sistemului algebric liniar (12) cu necunoscutele q_{in} şi q_{en}. Prin rezolvare se obţin valorile funcţiilor necunoscute $q_i(z)$ şi $q_e(z)$, (fig. 4*a* şi 4*b*).

În figura 4*c* s-a reprezentat distribuţia vitezei în lungul carcasei exterioare şi a carenei.

4. METODĂ NUMERICĂ PENTRU CALCULUL MIŞCĂRII NEPERTURBATE PRINTR-O TURBOMAŞINĂ AXIALĂ

4.1. IPOTEZA MIŞCĂRII ELICOIDALE

Pentru mişcarea elicoidală funcţia de curent ψ, este o soluţie a ecuaţiei lui Helmholtz:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + k^2\psi = 0, \tag{13}$$

iar viteza $\bar{V}$ satisface relaţia

$$k\bar{V} = \text{rot}\ \bar{V}. \tag{14}$$

Ecuaţia (13) scrisă în diferenţe finite în imediata vecinătate a graniţelor domeniului de integrare (fig. 1) are următoarea expresie:

$$E_1\,\psi_{i,j} = E_2\,\psi_a + E_3\,\psi_b + E_4\,\psi_c + E_5\,\psi_d, \tag{15}$$

unde

$$E_1 = \frac{2}{a+c}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right) + \frac{2}{b+d}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{d}\right) - \frac{1}{cr_j} - k^2,$$

$$E_2 = \frac{2}{(a+c)a},\quad E_3 = \frac{2}{b(b+d)},\quad E_4 = \frac{2}{c(a+c)} - \frac{1}{cr_j},\quad E_5 = \frac{2}{d(b+d)}. \tag{16}$$

Într-un punct curent (i, j) din interiorul domeniului şi pentru o reţea cu pas constant $(a = b = c = d = h)$, ecuaţia (15) devine:

$$E_1\psi_{i,j} = E_2\,\psi_{i,j-1} + E_3\,\psi_{i+1,j} + E_4\,\psi_{i,j+1} + E_5\,\psi_{i-1,j}, \tag{17}$$

unde

$$E_1 = 4 - \frac{h}{r_j} - k^2h^2;\quad E_4 = 1 - \frac{h}{r_j};\quad E_2 = E_3 = E_5 = 1. \tag{18}$$

Componentele axială şi radială a vitezei sînt:

$$(V_z)_{i,j} = \frac{1}{r_j}\,\frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{h};\quad (V_r)_{i,j} = -\frac{1}{r_j}\,\frac{\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j}}{h}. \tag{19}$$

Am aplicat metoda descrisă, pentru rezolvarea aceluiaşi caz de la paragraful precedent, pentru $k = 1$. Se împarte domeniul studiat într-o reţea rectangulară cu pasul constant h(fig. 3) şi se ţine seamă de următoarele condiţii la limită:

1. Pe carcasa exterioară şi interioară $\psi_e = Q/2\pi$, respectiv $\psi_i = 0$.
2. La intrare şi ieşire funcţia de curent ψ are valorile:

$$(\psi_{1,j})_{z\to-\infty} = \frac{V_{1,1}}{k}\,r_jJ_1(kr_j),\qquad V_{1,1} = \frac{kQ}{2\pi}\,\frac{1}{r_{1e}J_1(kr_{1e})},$$

$$(\psi_{N,j})_{z\to+\infty} = \frac{V_{N,1}}{k}\,r_jJ_1(kr_j),\qquad V_{N,1} = \frac{kQ}{2\pi}\,\frac{1}{r_{2e}J_1(kr_{2e})}. \tag{20}$$

În figura 5a s-a reprezentat grafic variaţia funcţiei de curent ψ şi spectrul hidrodinamic al mişcării, iar în figura 5*b*, s-a reprezentat varia-

ţia componentei radială şi axială a vitezei de-a lungul razei, pentru diferite valori a lui z. Variaţia vitezei V în lungul carenei şi carcasei exterioare rezultă din figura 5*c*.

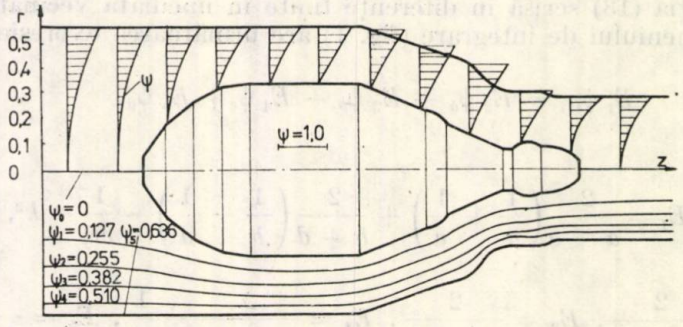


Fig. 5.a

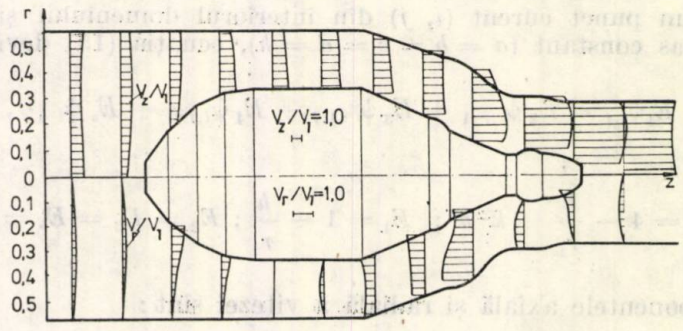


Fig. 5.b

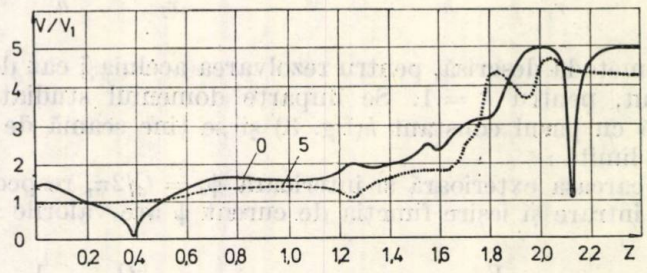


Fig. 5.c

4.2. IPOTEZA MIŞCĂRII POTENŢIALE

Pentru $k = 0$, ecuaţia (13) se transformă în ecuaţia

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \tag{21}$$

a cărei soluție ψ reprezintă o mișcare potențială caracterizată prin

$$\text{rot } \bar{V} = 0. \tag{22}$$

Se rezolvă ecuația (13) pentru $k = 0$ și următoarele condiții la limită :

1. Pe carcasa exterioară și interioară $\psi_e = Q/2\pi$, respectiv $\psi_i = 0$.
2. La intrare și ieșire din turbină, funcția de curent ψ are următoarele valori :

$$(\psi_{1,j})_{z\to-\infty} = V_1 \frac{r_j^2}{2}, \qquad (\psi_{N,j})_{z\to+\infty} = V_2 \frac{r_j^2}{2}, \tag{23}$$

unde

$$V_1 = \frac{Q}{\pi r_{1e}^2}, \qquad \text{respectiv} \qquad V_2 = \frac{Q}{\pi r_{2e}^2}. \tag{24}$$

Diferențele rezultatelor față de ipoteza mișcării elicoidale ($k = 1$) sînt mici (sub 3,7 %), astfel încît la scara desenului din figura 5 nu sînt sesizabile. Pentru edificare, în tabel se dau cîteva valori comparative ale

Tabel 1

Nr. crt.	r	$z\to-\infty$		$z = 0{,}30$		$z = 1{,}4$		$z\to+\infty$	
		ψpot.	ψelic.	ψpot.	ψelic.	ψpot.	ψelic.	ψpot.	ψelic.
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	—	—	0,00	0,00
2	0,10	0,019	0,0197	0,00776	0,00817	—	—	0,0816	0,0822
3	0,20	0,076	0,0786	0,05128	0,05298	—	—	0,3265	0,328
4	0,30	0,171	0,1760	0,13865	0,14266	0,03942	0,03978	0,735	0,735
5	0,40	0,304	0,310	0,27397	0,27961	0,27397	0,27589	—	—
6	0,50	0,475	0,479	0,45721	0,46184	0,56027	0,56126	—	—
7	0,58	0,636	0,636	0,636	0,636	—	—	—	—

funcției de curent ψ, calculate în ipoteza mișcării potențiale și elicoidale, pentru diferite valori ale lui z. Ca și pentru mișcarea elicoidală, s-a determinat repartiția vitezelor, diferențele față de mișcarea elicoidală fiind mai mici de 3,7 %.

5. CONCLUZII

— Față de lucrările [1] și [2] în care nu s-a ținut seama de influența carcasei exterioare, apar modificări importante ale spectrului hidrodinamic și ale distribuției de viteze și presiuni.

— În prezenţa carcasei exterioare, influenţa zonei sferice a rotorului şi aparatului director scade.

— Diferenţele foarte mici dintre rezultatele obţinute pe cale analitică şi numerică pot fi reduse şi mai mult prin micşorarea pasului de calcul ΔZ, respectiv h.

— În cadrul metodei analitice, o analiză comparativă a rezultatelor obţinute pentru diferite amplasări ale distribuţiei de surse inelare, inclusiv pe carcasa exterioară şi pe carenă, vor face obiectul unei comunicări viitoare.

— Diferenţele dintre rezultatele obţinute în ipoteza mişcării potenţiale şi elicoidale ($k = 1$), sînt sub 3,7 %.

— Utilizarea unei metode numerice pentru integrarea ecuaţiei de mişcare conduce la un program de aproximativ două, trei ori mai ieftin decît metoda analitică, oferind în plus posibilităţi mult mai largi pentru integrarea ecuaţiei de mişcare şi în cazul unor turbomaşini radiale sau diagonale.

Primită la redacţie la 16 noiembrie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. Şt. Zarea, I. Jelev, *Utilisation de la méthode des singularités à l'étude du mouvement potentiel autour des carènes-bulbe*, Rev. Roum. Sci. Techn., Méc. Appl., **18**, *2*, (1973).
2. Şt. Zarea, I. Jelev, *Méthode analytique de calcul du spectre hydrodynamique et de la répartition des viteses et des pressions autour des carènes bulbe étagées*, Rev. Roum. Sci. Techn., Méc. Appl., **19**, *4* (1974).

METODA TIRULUI LA STABILIREA PROFILULUI CONCENTRAȚIEI ÎN STRATUL-LIMITĂ DE DIFUZIE

de IOAN STAN
Universitatea Babeș Bolyai, Cluj-Napoca
CĂLIN GHEORGHIU
Direcția apelor Someș, Cluj-Napoca

Se consideră mișcarea unui disc într-un fluid vîscos incompresibil cu care reacționează chimic. Se stabilește ecuația difuziei în stratul-limită, luîndu-se în considerare efectul barodifuziei atît în cazul reacției eterogene, cît și în cazul reacției omogene. Ecuația barodifuziei în stratul-limită se studiază cu metoda tirului, rezultatele fiind obținute la calculator.

Scurgerea peste un disc în rotație este însoțită în multe cazuri de reacții fizico-chimice. Urmarea acestui fapt este apariția unui proces de difuzie a fluidului spre suprafața discului (de reacție) și a produselor de reacție spre masa de fluid.

Fluxul de substanță este dat de legea lui Fick, în care, în general, se neglijează efectul termodifuziei și al barodifuziei ca fiind mici. Anterior am studiat efectul barodifuziei în cazul reacțiilor izoterme [1], [2] dînd ecuațiile generale ale scurgerii.

Într-o altă lucrare [3] am studiat efectul barodifuziei asupra profilului concentrației la scurgerea staționară a unui fluid vîscos incompresibil, în vecinătatea unui disc infinit, în rotație uniformă în jurul axei de simetrie. Generalizăm această problemă considerînd atît cazul reacțiilor eterogene (care au loc la limita de separare a celor două faze), cît și a celor omogene (care au loc în masa de fluid).

Ecuațiile care guvernează procesul sînt: ecuația continuității, care, pentru un fluid incompresibil, are forma

$$\nabla \cdot \boldsymbol{V} = 0 \tag{1}$$

unde $\boldsymbol{V}$ viteza; ecuația lui Navier-Stokes,

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{V}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \Delta \boldsymbol{V}, \tag{2}$$

unde p este presiunea, ν vîscozitatea cinematică, iar ρ densitatea, și ecuația continuității unui component,

$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}t} = -\nabla \boldsymbol{i}, \tag{3}$$

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 353–360.

unde C este concentrația, iar i fluxul de masă a componentului considerat, dat de relația

$$i = -[D \nabla C - k \nabla p], \tag{4}$$

D diind coeficientul de difuzie moleculară, iar k coeficientul de barodifuzie. Presupunînd coeficienții fizici D și k constanți, înlocuirea lui (4) în (3) dă ecuația difuziei, cu luarea în considerare a efectului barodifuziei

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\boldsymbol{V} \cdot \nabla) C = D \Delta C - k \Delta p. \tag{5}$$

Folosind coordonatele cilindrice r, θ, z, Cochran [4] caută pentru scurgerea hidrodinamică, dată de ecuațiile (1) și (2), soluții de forma

$$V_r = r \cdot \omega F(\zeta), \quad V_\theta = r\, \omega G(\zeta), \quad V_z = \sqrt{\omega \nu} H(\zeta), \tag{6}$$

unde

$$\zeta = \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}\, z, \tag{7}$$

iar ω este viteza unghiulară constantă a discului.

Pentru limita superioară a stratului-limită se găsește

$$\zeta_H = 3{,}6$$

sau, din (7),

$$\delta_H = 3{,}6 \sqrt{\frac{\nu}{\omega}}, \tag{8}$$

unde am notat prin δ_H grosimea stratului-limită hidrodinamic.

Cu o bună aproximație putem lua pentru $H(\zeta)$
$H = -a\zeta^2$ pentru $\zeta < \zeta_H$, $H = -b$ pentru $\zeta \to \infty$, unde $a = 0{,}510$; $b = 0{,}89$.

Notînd cu δ_D grosimea stratului-limită de difuzie se arată că [5]

$$\delta_D = 0{,}5 \left(\frac{D}{\nu}\right)^{1/3} \delta_H, \tag{9}$$

care, pentru numere Schmidt $Sc = \nu/D$ cuprinse între 0,1 și 10^3 este aproximată la valoarea

$$\zeta_0 = 0{,}18.$$

Ecuația difuziei staționare a unui component, la luarea în considerare a barodifuziei este [3]

$$V_r \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \cdot \frac{\partial C}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial C}{\partial z} =$$

$$= D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2}\right) - k\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}. \tag{10}$$

Presupunînd că reacția este rapidă, condițiile la limită sînt [3]

$$\begin{aligned} z &= 0, \qquad C = 0, \\ z &= \infty, \qquad C = C_0. \end{aligned} \tag{11}$$

Ținînd cont de simetria axială existentă a problemei se caută o soluție de forma $c = c(z)$. Introducînd noua variabilă ζ în (10) obținem ecuația diferențială

$$C''(\zeta) - \mathscr{S}c \cdot H(\rho)\, C'(\zeta) + K \cdot \mathscr{S}c \cdot f(\zeta) = 0, \tag{12}$$

unde $K = k\rho\omega$, iar

$$f(\zeta) = H'^2(\zeta)H(\zeta) \cdot H''(\zeta) - H'''(\zeta) \tag{13}$$

Limitînd studiul problemei numai la stratul-limită de difuzie, deci pentru $0 \leqslant \zeta \leqslant 0{,}18$ condițiile la limită (11) devin

$$\begin{aligned} \zeta &= 0, \qquad C = 0, \\ \zeta &= 0{,}18, \qquad C = C_0, \end{aligned} \tag{14}$$

În cazul în care luăm în considerare și o reacție chimică omogenă care are loc în masa fluidului [3] în membrul stîng al ecuației (12) se adaugă un termen de forma $-MC(\rho)$, unde $0{,}01 \leqslant M \leqslant 0{,}1$ este un termen ce caracterizează apariția reacțiilor chimice omogene.

Vom avea deci ecuația

$$C''(\zeta) = -\mathscr{S}c \cdot H(\zeta) \cdot C'(\zeta) - M \cdot C(\zeta) + K \cdot \mathscr{S}c \cdot f(\zeta) = 0, \tag{15}$$

cu aceleași condiții la limită (14).

Ecuațiile (12) și (15) cu condițiile la limită (14) se încadrează în cazul mai general al problemei bilocale liniare [6], [7]

$$y'' - p(x) \cdot y' - q(x) \cdot y = r(x), \tag{16a}$$

$$y(a) = \alpha, \qquad y(b) = \beta, \tag{16b}$$

unde x aparține intervalului $[a, b]$, iar $q(x) \geqslant 0$.

Vom căuta în primul rînd soluţia $y(x)$, $x \in [a, b]$ a ecuaţiei omogene,

$$y'' - p(x) \cdot y' - q(x)\, y = 0, \tag{17a}$$

$$y(a) = \alpha, \qquad y(b) = \beta. \tag{17b}$$

O aproximare a soluţiei exacte a problemei la limită considerată este obţinută luînd problema cu valori iniţiale

$$Y'' - p(x) \cdot Y' - q(x) \cdot Y = 0, \tag{18a}$$

$$Y(a) = \alpha, \quad Y'(a) = s. \tag{18b}$$

Teoria referitoare la o astfel de problemă cu valori iniţiale este bine pusă la punct. Astfel, dacă funcţiile $p(x)$ şi $q(x)$ sînt continue în intervalul $[a, b]$, existenţa unei soluţii unice a lui (18) în $[a, b]$ este asigurată. Notăm această soluţie cu $Y(x, s)$ şi cerem ca fiecare soluţie a lui (17) sau (18) să fie o combinaţie liniară a două soluţii particulare „independente" ale lui (17), $y_1(x)$ şi $y_2(x)$ care satisfac condiţiile :

$$y_1(a) = 1\,; \qquad y_1'(a) = 0, \tag{19a}$$

$$y_2(a) = 0, \qquad y_2'(a) = 1. \tag{19b}$$

O soluţie unică a problemei (18) este atunci

$$Y(s, x) = \alpha \cdot y_1(x) + s y_2(x). \tag{20}$$

Dacă determinăm parametrul s astfel ca

$$Y(s, b) = \alpha \cdot y_1(b) + s \cdot y_2(b) = \beta, \tag{21}$$

atunci $y(x) = Y(s, x)$ este o soluţie a problemei bilocale (17).

Relaţia (21) implică condiţia

$$s = \frac{\beta - y_1(b)}{y_2(b)}$$

dacă $y_2(b) \neq 0$. Dacă însă $y_2(b) = 0$, există şi în acest caz o soluţie a problemei(17) numai în cazul în care $\beta = a y_1(b)$ dar nu poate fi unică deoarece $Y(x, s)$ din (20) depinde de un parametru s.

Ecuaţia neomogenă (16) poate fi redusă la cazul precedent dacă poate fi găsită o soluţie de forma $y_p(x)$, particulară a lui (16).

Definim atunci

$$w(x) = y(x) - y_p(x) \tag{22}$$

și găsim că $w(x)$ poate satisface ecuația omogenă (17). Condițiile la limită pentru $w(x)$ devin din (22) și (16b)

$$w(a) = \alpha - y_p(a) = \alpha',$$
$$w(b) = \beta - y_p(b) = \beta'.$$

Astfel, putem găsi soluția ecuației (16a) cu condiția (16b) rezolvînd ecuația omogenă (17a) cu aceleași condiții la limită în care α și β sînt înlocuiți cu α', respectiv β', bineînțeles după ce cunoaștem soluția particulară $y_p(x)$.

Soluția particulară se obține dacă se specifică condițiile inițiale particulare astfel

$$y_p(a) = y_p'(a) = 0, \tag{23}$$

care generează un tip standard de ecuații diferențiale cu condiții inițiale (16). Metoda valorilor inițiale sau metoda tirului încearcă să rezolve numeric procedura indicată de ecuația (18a) prin (20).

Aceasta înseamnă că datele inițiale sînt ajustate astfel că soluția problemei cu valori inițiale satisface cerințele condiției la limită la o distanță oarecare.

Considerăm rețeaua uniformă:

$$x_0 = a,\ x_j = x_0 + jh;\ j = 0, 1, 2, \ldots, N,\ h = \frac{b-a}{N} \tag{24}$$

și vom încerca să aproximăm soluția ecuației liniare (16a) cu condițiile la limită (16b). În primul rînd vom aproxima soluțiile $y_1(x)$ și $y_2(x)$ ale problemei cu valori inițiale (17a) — (19). Aceasta poate fi făcută de exemplu înlocuind (17a) printr-un sistem echivalent de ecuații diferențiale de ordinul întîi și folosind o metodă de tip predictor-corector sau „one-step". În același mod putem aproxima soluția particulară $y_p(x)$ a lui (16a) cu condițiile inițiale (23).

Respectivele soluții numerice sînt notate în fiecare nod x_j a lui (24) prin

$$u_{1j},\ u_{2j},\ u_{pj}, \qquad j = \overline{0,N}.$$

Aceste soluții satisfac la $x_0 = a$ condițiile

$$u_{10} = 1,\ u_{20} = 0,\ u_{p0} = 0, \tag{25}$$

astfel că soluția aproximativă este conform analizei anterioare

$$u_j = u_{pj} + \alpha \cdot u_{1j} + s_h u_{2j}, \quad j = \overline{0,N}, \tag{26}$$

unde

$$s_h = \frac{\beta - u_{pN} - \alpha \cdot u_{1N}}{u_{2N}}. \tag{27}$$

Din (25) și (27) urmează imediat

$$u_0 = \alpha, \quad u_N = \beta.$$

Astfel, în principiu, u_j este o soluție aproximativă a problemei cu condițiile la limită (16). În practică însă nu este nevoie pentru a calcula soluția aproximativă (26) decît de soluțiile a două probleme cu condițiile inițiale. Aceasta deoarece $y_p(x) + \alpha \cdot y_1(x)$ satisface ecuația (16a) cu condițiile (19a), astfel că $u_{pj} + \alpha \cdot u_{1j}$ pot fi calculate ca soluția unei singure probleme cu valori inițiale.

Așadar, pentru a calcula soluția aproximativă (26) a ecuației (16a) cu condițiile la limită (16b) vor trebui rezolvate două probleme cu condiții inițiale și anume :

$$y'' - p(x)\, y' - q(x)\, y = r(x), \tag{16a}$$

$$y(a) = 1, \; y'(a) = 0 \tag{19a}$$

și

$$y''(x) - p(x)\, y' - q(x) y = 0, \tag{17a}$$

$$y(a) = 0, \; y'(a) = 1, \tag{19b}$$

care integrate numeric ne dau pe $u_{pj} + \alpha \cdot u_{1j}$, respectiv u_{2j}.

Metoda tirului cu pas variabil constă în a rezolva cele două probleme cu valori inițiale (16a) — (19a) și (17a) — (19b) transformîndu-le în cîte un sistem de două ecuații diferențiale cu două funcții necunoscute de ordinul întîi. Pasul relației va varia în așa fel încît în nodurile în care la un moment dat procedura se oprește soluția să fie aflată cu precizia dorită, impusă apriori. În acest fel se poate întîmpla ca nodurile pe care s-au calculat soluțiile celor două sisteme de ecuații diferențiale, provenind din transformarea lui (16a) — (19a), respectiv (17a) — (19b) să nu coincidă.

Dificultatea se poate înlătura folosind formule de interpolare cu un grad de exactitate potrivit pentru a găsi valorile aproximative ale soluțiilor pe nodurile ce nu coincid. Cu relația (26) se poate afla atunci valoarea aproximativă a soluției problemei (16) cu gradul de exactitate dorit.

Pentru rezolvarea unui sistem de două ecuații diferențiale cu două funcții necunoscute căruia i se atașază condiții inițiale se poate folosi, de exemplu, un program existent în biblioteca matematică a calculatorului FELIX C—256, program ce rezolvă o astfel de problemă printr-o metodă Runge-Kutta modificată de Gill, folosind pasul variabil pentru obținerea preciziei dorite.

Lucrînd astfel precizia se definește ca fiind suma diferențelor dintre aproximația numerică pe un nod calculată cu un pas oarecare și aproximația teoretică pe același nod calculată cu un pas de lungime jumătate, sumă extinsă la toate nodurile rețelei pînă la care s-a ajuns. Cînd această cantitate, notată de obicei cu δ, este mai mică decît o margine dată ε se va trece la nodul următor. În caz contrar însă pasul rețelei se divide

la jumătate pînă cînd pe nodurile rezultate se atinge precizia dorită în sensul definiției de mai sus cu ε și δ.

Pentru a rezolva ecuațiile stratului-limită de difuzie (12) și (15) cu condițiile la limită bilocale (14) cu metoda tirului cu pas variabil, apelăm la subprogramul SRKG din Mathlib al calculatorului Felix C—256. Avem de fapt de rezolvat următoarele patru sisteme de ecuații diferențiale:

$$C_1'(\zeta) = C_2(\zeta), \tag{28}$$

$$C_2'(\zeta) = \mathscr{P}c \cdot H(\zeta)\, C_2(\zeta) + M \cdot C_1(\zeta) - K \cdot \mathscr{P}c \cdot f(\zeta),$$

cu condițiile inițiale

$$C_1(0) = 1, \quad C_2(0) = 0 \tag{29}$$

și

$$C_1'(\zeta) = C_2(\zeta),$$

$$C_2'(\zeta) = \mathscr{P}c \cdot H(\zeta) \cdot C_2(\zeta) + M \cdot C_1(\zeta), \tag{30}$$

cu condițiile inițiale

$$C_1(0) = 0, \quad C_2(0) = 1 \tag{31}$$

pentru problema (15) — (14) (scurgeri cu reacții omogene) și

$$C_1'(\zeta) = C_2(\zeta),$$

$$C_2'(\zeta) = \mathscr{P}c \cdot H(\zeta)\, C_2(\zeta) - K \cdot \mathscr{P}c \cdot f(\zeta), \tag{32}$$

cu condițiile inițiale

$$C_1(0) = 1, \quad C_2(0) = 0, \tag{33}$$

și

$$C_1'(\zeta) = C_2(\zeta),$$

$$C_2'(\zeta) = \mathscr{P}c \cdot H(\zeta) \cdot C_2(\zeta), \tag{34}$$

cu condițiile inițiale

$$C_1(0) = 0, \quad C_2(0) = 1 \tag{35}$$

pentru problema (12) — (14) (scurgeri fără reacții omogene).

Soluția C_1 pe noduri reprezintă pentru primul și respectiv al treilea sistem pe $u_{pj} + \alpha u_{1j}$, $j = \overline{1, N}$ iar pentru al doilea și respectiv al patrulea sistem pe u_{2j}, $j = \overline{1, N}$. Dacă nodurile coincid pentru a afla soluțiile problemelor se face o simplă sumă a soluției sistemului (28) — (29), cu soluția sistemului (30) — (31) înmulțită cu s_h dat de relația (27), respectiv a soluției (32) — (33) cu soluția sistemului (34) — (35) înmulțită cu s_h dat de aceeași

relație. Dacă nodurile nu coincid,se folosesc formule de interpolare cum s-a precizat mai sus.

Precizia în sensul definiției anterioare cu ε și δ s-a luat ca fiind 10^{-6}, iar valoarea inițială a pasului 0,02.

Rezultatele obținute în urma rulării programelor sînt date mai jos. Remarcăm că pentru ambele tipuri de scurgere, cu reacții omogene și numai cu reacții eterogene s_h are aceeași valoare $s_h = 5.5$. S-a luat pentru numărul Schmidt $\mathscr{S}c = 1$, iar pentru $M = 0{,}1$.

Scurgerea cu reacție omogenă		Scurgerea fără reacție omogenă.
x	C	C
0,00	0,000000	0,000000
0,02	0,000004	0,000004
0,04	0,000016	0,000016
0,06	0,000036	0,000035
0,08	0,000064	0,000062
0,10	0,000100	0,000098
0,12	0,000144	0,000141
0,14	0,000196	0,000193
0,16	0,000256	0,000251
0,18	0,000324	0,000320

Dezavantajul acestei metode, acela de a fi necesară rezolvarea a două sisteme de ecuații diferențiale de ordinul întîi cu două funcții necunoscute pentru o problemă bilocală este mic în comparație cu posibilitatea de a găsi soluția cu o precizie oricît de mare, mai ales dacă luăm în considerare faptul că ecuațiile diferențiale ce intervin se rezolvă prin apelarea unor programe deja existente în biblioteca matematică a calculatorului.

Primită la redacție la 16 iunie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. I. Stan, *Sullo scorimento nello strato limite con reazioni chimice*, Atti del 1° Congresso nazionale di mec. teor. ed applic., Udine, 1971, vol. IV, p. 343.
2. I. Stan, *Efectul barodifuziei în stratul-limită*, St. cerc. mec. apl., **34**, *4*, 593 (1975).
3. I. Stan, și C. Gheorghiu, *Metode numerice la stabilirea profilului concentrației pentru scurgeri cu reacții chimice peste un disc în rotație*, Studia Univ. Babeș-Bolyai, Mathematica, *1* (1977).
4. W. G., Cochran, *The flow due to rotating disc*, Proc. Cambr. Phyl. Soc. **30**, *3*, 354 (1934).
5. V. G. Levici, *Fizico-himiceskaia gidrodinamica*, Moskva, 1959.
6. E. Isaacson, H. B. Keller, *Analysis of numerical methods*, John Wiley & Sons, New-York, 1966.
7. P. Henrici, *Discrete variable methods in ordinary differential ecuations*, New York — London — Sydney, 1962, John Willey & Sons. Inc.

METODĂ DE CALCUL A CARACTERISTICILOR DE CURGERE ALE FLUIDELOR BIFAZATE LICHID-SOLID PRIN CONDUCTE ŞI CANALE. II. PROGRAMUL

de MIHAIL ROCO
Institutul politehnic Bucureşti,
GEORGETA FRĂSINEANU
ICEMENERG

Utilizînd metoda expusă în prima parte a lucrării, se prezintă un program pentru calculul caracteristicilor de curgere (repartiţia concentraţiilor şi a vitezelor, debitele de hidroamestec şi de material solid ş.a.) a fluidelor bifazate lichid-solid prin conducte şi canale, în regim permanent şi uniform. Programul, în limbaj FORTRAN IV, este util pentru dimensionarea şi verificarea instalaţiilor de hidrotransport şi are un grad ridicat de generalitate.

1. OBIECTUL LUCRĂRII

Pe baza metodei elaborate de autori [1], s-a întocmit un program de calcul în limbaj FORTRAN IV pentru stabilirea numerică a caracteristicilor hidrodinamice la curgerea unidirecţională, permanentă şi uniformă a fluidelor bifazate lichid-solid. În acest articol se prezintă variabilele de intrare şi de ieşire, schema bloc şi listingul programului, precum şi unele indicaţii de utilizare.

2. PREZENTAREA PROGRAMULUI

2.1. VARIABILELE DE INTRARE ŞI DE IEŞIRE

Pentru aplicarea programului (denumit prescrutat TRANSOL-1) este necesară cunoaşterea caracteristicilor secţiunii de curgere şi ale reţelei de calcul (a), ale fluidului transportor (b) şi ale particulelor solide transportate (c), piederea de sarcină lineară disponibilă (d), concentraţia fazei solide în partea inferioară a secţiunii de curgere (e) şi, cînd este cazul, valorile curenţilor transversali secundari (f). Efectuarea iteraţiilor din cadrul programului pentru obţinerea unei anumite precizii de calcul este condiţionată de valorile admise ale unor coeficienţi adimensionali (g), care iau în consideraţie fenomenul de sedimentare a particulelor solide, repartizarea neuniformă a eforturilor tangenţiale pe peretele secţiunii de curgere şi valorile curenţilor secundari. Lista variabilelor de intrare este :

(a) N — numărul de raze polare ale reţelei de calcul, ale căror extremităţi descriu conturul secţiunii de curgere (N) * ;

* Notaţie utilizată în [1]

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 361–375.

M — numărul de linii frînte ale reţelei de calcul (M);
ALF(J) — înclinarea unei raze polare în coordonatele polare alese (α_n);
R(J) — lungimea unei raze polare (R_n);
LN(I,J) — coeficient adimensional pentru definirea poziţiei unui nod al reţelei de calcul, situat pe raza polară J şi linia frîntă I (l_{mn});
RH — raza hidraulică a secţiunii de curgere (R_h);
A — raza cercului înscris secţiunii de curgere (A);
EPS(J) — rugozitatea tehnică absolută pe conturul secţiunii de curgere la intersecţia cu o rază polară J(Δ_n);
(b) GSA — greutatea specifică a lichidului transportor (γ_a);
MIA — vîscozitatea dinamică a lichidului transportor (μ_a);
(c) RD — raportul între densitatea fazei solide şi densitatea fazei lichide (ρ_s/ρ_a);
WZ — mărimea hidraulică a particulelor solide în lichidul transportor, la concentraţia $c = 0$($v_{sed,0}$);
CM — concentraţia volumică maximă a fazei solide (c_M);
E — coeficient de frecare a particulelor solide pe peretele secţiunii de curgere (f);
B — coeficient experimental pentru calculul vîscozităţii aparente a hidroamestecurilor (n);
(d) PH — pierderile de sarcină lineară ($\partial p/\partial z$);
(e) CZ — concentraţia fazei solide în partea inferioară a secţiunii de curgere (c_0);
(f) V1(I, J), V_2(I, J) — componentele vitezei în secţiunea de curgere ($\bar{u}$, $\bar{v}$);
(g) BTAD — valoarea minimă admisă pentru coeficientul adimensional BT;
ERAD — valoarea maximă admisă pentru eroarea relativă a efortului tangenţial între două iteraţii succesive, în acelaşi punct la perete.

Pentru completarea variabilelor de intrare se trasează iniţial schiţa secţiunii de curgere, pe care se figurează axele de coordonate şi reţeaua de calcul conform indicaţiilor date în [1]. În programul prezentat în continuare (denumit TRANSOL — 1) s-a considerat o secţiune de curgere simetrică oarecare, prin care se asigură un grad suficient de generalitate pentru aplicaţii. Conturul secţiunii de curgere este introdus în coordonate polare : R(J) şi ALF(J). Numărul de raze polare N se alege astfel ca perimetrul secţiunii de curgere să fie descris cît mai fidel. Ansamblul valorilor luate pentru M, N şi LN (I, J) trebuie să asigure precizia necesară a rezultatelor, dar cu o durată justificabilă de rulare a programului şi în limita capacităţii de memorare a calculatorului folosit. În programul TRANSOL-1, a cărui listing este redat în Tabelul 1, s-au utilizat valorile : M = 8 ; N = = 19 ; LN(I, J) = LN(J) = 0,2 ; 0,4 ; 0,6 ; 0,8 ; 0,9 ; 0,94 ; 0,97 ; 1,00.

Raza hidraulică RH a secţiunii de curgere şi raza A a cercului înscris acesteia se calculează iniţial, pe cale grafică sau analitică.

Pentru rugozităţile EPS(J) se pot lua valori variabile pe conturul secţiunii de curgere, de orice mărime fizic acceptabilă. Caracteristicile

Tabelul 1

Listingul programului de calcul (TRANSOL–1)

```
0001          DIMENSION X(8,19),Y(8,19),C(8,19),RO(8,19),VSZ(19), MIU(8,19),
     1, R (19),ALF(19), P(8,19), LN(8,19), DRP(8,19), DAP(8,19), CD(8,19), BT(8,
     2, 19), EPS(19), V(153),VC(19), BL(115), F(115), TL(115)
     3, STAU(50), DTAU(50,19), DNTAU(50),TAU(50,19), ERTAU(19), TAUP(50,19)
     4, SQH(8), SA(8)
0002          DIMENSION SCS (8), SQS(8)
0003          DIMENSION TIT(6)
0004          DIMENSION AR(4)
0005          COMMON AL(115,115), BI(115)
0006          COMMON /DET/ VX(153), VY(153)
0007          EQUIVALENCE (BI, TL)
0008          REAL LN,MIA,MIU,MIUI,MIUZ
0009          READ(1,100) M,N, ERAD,MIA,BTAD
0010   100    FORMAT(215,2E12.5)
0011          READ(1,102) A,RH,E
0012   102    FORMAT (3F8.5)
0013          READ(1,103)((LN(I,J), J = 1,19), I = 1,5)
0014   103    FORMAT (19F4.2)
0015          READ(1,104) (ALF(J), J = 1,19)
0016   104    FORMAT (19F4.0)
0017          READ(1,107) (R(J), J = 1,19)
0018   107    FORMAT(10F8.6)
0019          WRITE (3,450) M,N,ERAD,MIA,BTAD
0020   450    FORMAT (//5X, 'M=', I3,5X, 'N=', 13, 5X, 'ERAD=', E12.5,3X, 'MIA
     1  =', E12.5)
0021          WRITE(3,452) A,RH,E
0022   452    FORMAT(//5X,'A=', F8.5, 'RH=', F8.5,'E=', F8.5)
0023          WRITE (3,453) ((LN(I,J), J=1,19),I=1,5)
0024   453    FORMAT (//5X, 'LN(I,J)='//(5X,19F6.2))
0025          WRITE (3,454)(ALF(J), J=1,19)
0026   454    FORMAT (//5X, 'ALF(J)='//5X,19F6.2)
0027          WRITE (3,456) (R(J), J=1,19)
0028   456    FORMAT (//5X, 'R(J)='//5X,19F6.4)
0029          WRITE (3,480)
0030   480    FORMAT (//1X,130(' ')//)
0031          DO998J=1,N
0032   998    ALF(J)=ALF(J)×3.14593/180.
0033  1400    READ (1,200,END=307) TIT
0034   200    FORMAT (6A4)
0035          READ (1,101) CZ,CM,RD,PH,GSA,ROA,WZ,B
0036   101    FORMAT (8F10.5)
0037          READ(1,106) (EPS(J), J=1,19)
0038   106    FORMAT (6E12.5)
0039          READ (1,105) ((BT(I,J),J=1,19),I=1,8)
0040   105    FORMAT (19F4.2)
0041          WRITE (3,250) TIT
0042   250    FORMAT (10X,6A4/10X,24('=')//)
0043          WRITE (3,451) CZ,CM,RD,PH,GSA,ROA,WZ,B
0044   451    FORMAT(//1X, 'CZ=', F10.4,3X, 'CM=', F10.4,3X, 'RD=', F10.5,3X,'PH=',
     1  F10.4,3X, 'GSA  ', F10.4,3X, 'ROA=', F10.4,3X, 'WZ=', F10.4,3X, 'B=',
       F10.4)
     2
0045          WRITE  (3,476)(EPS(J), J=1,19)
0046   476    FORMAT(//5X, 'EPS(J)='//5X,(10E12.5/))
0047          WRITE (3,480)
0048          ETI=1.
0049   700    TAUZ=RH×PH× GSA
0050          USZ=SQRT(TAUZ /ROA)
0051           A1=CZ/CM
0052          A2=WZ/USZ
```

```
0053        E1=B/CM
 054        CI=CZ/(A1+(1-A1)×EXP(15.4×A2×R(1)/A))
0055        ROI=ROA×(1+1.3×CI)
0056        ROZ=ROA×(1+1.3×CZ)
0057        MIUZ=MIA/(EXP((B1-2.5)×CZ)×(1-A1)×  ×B)
0058        MIUI=MIA/(EXP((B1-2.5)×CI)×(1-CI/CM)×  ×B)
0059        VX(1)=0.
0060        VY(1)=R(1)
0061        DO 2 I=1,M
0062        DO 2   =1,N
0063        LN(6,J)=0.93
0064        LN(7,J)=0.96
0065        LN(8,J)=1.
0066        TAU(1,J) = TAUZ
0067        X(I,J)=R(J)×LN(I,J)×SIN(ALF(J))
0068        Y(I,J)=R(1)-R(J)×LN(I,J)×COS(ALF(J))
0069        I1=1+J+(I-1)×N
0070        VX(I1)=X(I,J)
0071        VY(I1)=Y(I,J)
0072        A3=Y(I,J)/A
0073        A4=15.4×A2×A3
0074        C(I,J)=CZ/(A1+(1-A1)×EXP(A4))
0075        RO(I,J)=ROA×(1+(RD-1)×C(I,J))
0076   2    CONTINUE
0077        CALL MIN(19,R,RM)
0078        CDI=0.146×SQRT(TAUZ/ROI)×RM×(2-RM/A)×((RM/A-1)×  ×2+0.48)×
      1     ×(1-CI/CM)×ROI+MIUI
0079        K=1
0080  770   PI=GSA×PH×BTI
0081        DO 11 J=1,N
0082        TAUP(K,J)=TAU(K,J)×BT(I,J)-E×(RD-1)×GSA×C(8,J)
0083   11   CONTINUE
0084        DO 12 I=1,M
0085        DO 12 J=1,N
0086        B2=(B1-2.5)×C(I,J)
0087        B3=C(I, J)/CM
0088        DRP(I,J)=1-LN(I,J)
0089        A5=R(J)×DRP(I,J)
0090        AR(1)=Y(I,J)
0091        AR(2)=R(10)-X(I,J)
0092        AR(3)=R(1)+R(19)-Y(I,J)
0093        AR(4)=A5
0094        CALL MIN(4,AR,DM)
0095        DAP(I,J)=CM
0096        B4=DAF(I,J)/A
0097        MIU(I,J)=MIA/(EXP(B2)×(1-B3)×  ×B)
0098        CD(I,J)=0.146×SQRT(TAU(K,J)/RO(I,J))×A×(2-B4)×((B4-1)×  ×2+0.48
      1     ×(1-B3)×RO(I,J)+MIU(I,J)
0099        P(I,J)=GSA×PH×BT(I,J)
0100   12   CONTINUE
0101        M1=M-1
0102        M2=M-2
0103        M3=M-3
0104        N1=N-1
0105  600   DO 3 J=1,N
0106        I=M
0107        L=1+J+(I-1)×N
0108        E1=SQRT(TAU(K,J)/RO(M,J))
0109        REIN=SQRT(TAU(K,J)×RO(I,J))×EPS(J)/MIU(I,J)
0110        IF(REIN.GE.0..AND.REIN.LE.0.1)  V(L)=0.
0111        DAP(I,J)=EPS(J)
0112        IF(REIN.GT.0.1)  V(L)=E1×(5.75×ALOG10(DAP(I,J)/EPS(J))+ 8.3-5.575×
      1     ALOG10(1+3.3/REIN))
```

```
0113     3      CONTINUE
0114            DO 4 J=1,N
0115            I=M-1
0116            L=1+J+(I-1)*N
0117            E1=SQRT(TAUP(K,J)/RO(M,J))
0118            E3=SQRT(TAUP(K,J)*RO(M,J))
0119            E4=ALOG10(E3*DAP(I,J)/MIU(M,J))
0120            REIN=SQRT(TAU(K,J)*RO(M,J))*EPS(J)/NIU(M,J)
0121            IF(REIN.GE.0..AND.REIN.LE.0.1)V(L)=E1*(5.75*E4+5.5)
0122            IF(REIN.GT.0.1)V(L)=E*1(5.75*ALOG10(DAP(I,J)/EPS(J))+8.3-5.75*
              1 ALOG10(1+3.3/REIN))
0123     4      CONTINUE
0124            DO 999 I=1,115
0125            DO 999 J=1,115
0126   999      AL(I,J)=0.
0127            DO 55 J=2,N1
0128            I=1
0129            L=1+J
0130            L1=1
0131            S3=(CD(I,J)+CD(I,J+1)+CDI) /(6*DS(L,L+1,L1))
0132            S4=(CD(I,J)+CD(I+1,J)+CD(I,J-1))/6*DS(L,L+19,L-1))
0133            S5=(CD(I,J)+CD(I+1,J)+CD(I+1,J+1))/(6 DS(L,L+20,L+19))
0134            S6=(CD(I,J)+CD(I+1,J+1)+CD(I,J+1))/(6*DS(L,L+20,L+1))
0135            D4=(CD(I,J)+CDI  +CD(I,J-1))/(6*DS(L,L1,L-1))
0136            T3=(P(I,J)+P(I,J+1)+PI)*DS(L,L+1,L1)/18
0137            T4=(P(I,J)+P(I+1,J)+P(I,J-1))*DS(L,L+19,L-1)/18
0138            T5=(P(I,J)+P(I+1,J)+P(I+1,J+1)) DS(L,L+20,L+19)/18.
0139            T6=(P(I,J)+P(I+1,J+1)+P(I,J+1))*DS(L,L+20,L+1)/18
0140            T7=(P(I,J)+PI  +P(I,J-1))*DS(L,L1,L-1)/18
0141            AL(L,L1)=D4*((Y(I,J-1)-VY(1))*(Y(I,J)-Y(I,J-1))+(X(I,J-1)-VX(1)
              1) *(X(I,J)-X(I,J-1)))+S3*((Y(I,J+1)-VY(1))*(Y(I,J)-Y(I,J+1))+
              2 (X(I,J+1)-VX(1))*(X(I,J)-X(I,J+1)))
0142            AL(L,L-1)=D4*((VY(1)-Y(I,J-1))*(Y(I,J)-VY(1))+(VX(1)
              1 -X(I,J-1))*(X(I,J)-VX(1)))+S4*((Y(I+1,J)-Y(I,J-1))*(Y(I,J)-
              2 Y(I+1,J))+(X(I+1,J)-X(I,J-1))*(X(I,J)-X(I+1,J)))
0143            3 AL(L,L)=D4*((Y(I,J-1)-VY(1))* *2+(X(I,J-1)-VX(1))* *2)+
              4 +S6*((Y(I,J+1)1-Y(I+1,J+1))* *2+(X(I,J+1)-X(I+1,J+1))* *2)+
                S3*((VY(1)-Y(I,J+1))* *2+2(VX(1)-X(I,J+1))* *2)+S5*((Y(I+
                +1,J+1)-Y(I+1,J))* *2+(X(I+1,I+1)-X(I+31,J))* *2)+S4* *((Y(I+
                +1,J)-Y(I,J-1))* *2+(X(I+1,J)-X(I,J-1))* *2)
0144     17     AL(L,L+1)=S3*((VY(1)-Y(I,J+1))*(Y(I,J)-VY(1))+(VX(1)-X(I,
              1 J+1))*(X(I,J)-VX(1)))+S6*((Y(I+1,J+1)-Y(I,J+1))*(Y(I,J)-Y(I+1,
              2 J+1))+(X(I+1,J+1)-X(I,J+1))*(X(I,J)-X(I+1,J+1)))
0145            AL(L,L+19)=S4*((Y(I,J-1)-Y(I+1,J))*(Y(I,J)-Y(I,J-1))+(X(I,J-1)
              1 -X(1I+1,J))*(X(I,J)-X(I,J-1)))+S5*((Y(I+1,J+1)-Y(I+1,J))*(Y(I,J)
              2 -Y(I+1 2,J+1))+(X(I+1,J+1)-X(I+1,J)*(X(I,J)-X(I+1,J+1)))
0146            AL(L,L+20)=S5*((Y(I+1,J)-Y(I+1,J+1))*(Y(I,J)-Y(I+1,J))+(X(I+1,J)
              1 -X(I+1,J+1))*(X(I,J)-X(I+1,J)))+S6*((Y(I,J+1)-Y(I+1,J+1))
              2 *(Y(I,J)-Y(I,J+1))+(X(I,J+1)-X(I+1,J+1))*(X(I,J)-X(I,J+1)))
0147     18     F(L)=T7+T3+T4+T5+T6
0148            BL(L)=0.
0149            TL(L)=F(L)-BL(L)
0150     55      CONTINUE
0151            DO 5 I=2,M2
0152            DO 5 J=2,N1
0153            L=1+j+(I-1)*N
0154     13      L1=L-19
0155     14     S1=(CD)I,J)+CD(I-1,J-1)+CD(I,J-1))/(6*DS(L,L-20,L-1))
0156            S2=(CD(I,J)+CD(I-1,J)+CD(I-1,J-1))/(6*DS(L,L-20,L1))
0157            S3=(CD(I,J)+CD(I,J+1)+CD(I-1,J))/(6*DS(L,L+1,L1))
0158            S4=(CD(I,J)+CD(I+1,J)+CD(I,J-1))/(6*DS(L,L+19,L-1))
```

```
0159        S5=(CD(I,J)+CD(I+1,J)+CD(I+1,J+1))/(6×DS(L,L+20,L+19))
0160        S6=(CD(I,J)+CD(I+1,J+1)+CD(I,J+1))/(6×DS(L,L+20,L+1))
0161        T1=(P(I,J)+P(I−1,J−1)+P(I,J−1))×DS(L,L−20,L−1)/18
0162        T2=(P(I,J)+P(I−1,J)+P(I−1,J−1))×DS(L,L−20,L1)/18
0163        T3=(P(I,J)+P(I,J+1)+P(I−1,J))×DS(L,L+1,L1)/18
0164        T4=(P(I,J)+P(I+1,J)+P(I,J−1))×DS(L,L+19,L−1)/18
0165        T5=(P(I,J)+P(I+1,J)+P(I+1,J+1))×DS(L,L+20,L+19)/18.
0166        T6=(P(I,J)+P(I+1,J+1)+P(I,J+1))×DS(L,L+20,L+1)/18
0167   19   F(L)=T1+T2+T3+T4+T5+T6
0168        AL(L,L−20)=S1×((Y(I,J−1)−Y(I−1,J−1))×(Y(I,J)−Y(I,J−1))+(X(I,J−
           1 −1)−X(I−1,J−1))×(X(I,J)−X(I,J−1)))+S20((Y(I−1,J)−Y(I−1,J−1))×
           2 (Y(I,J)−Y(I−1,J))+(X(I−1,J)−X(I−1,J−1))×(X(I,J)−X(I−1,J)))
0169        AL(L,L1)=S2×((Y(I−1,J−1)−Y(I−1,J))×(Y(I,J)−Y(I−1,J−1))+(X(I−1,
           1 J−1)−X(I−1,J))×(X(I,J)−X(I−1,J−1)))+S3×((Y(I,J+1)−X(I−1,J))
           2 ×(Y(I,J)−Y(I,J+1))+(X(I,J+1)−X(I−1,J))×(X(I,J)−X(I,J+1)))
0170        AL(L,L−1)=S4×((Y(I+1,J)−Y(I,J−1))×(Y(I,J)−Y(I+1,J))+(X(I+1,J)−
           1 −X(I,J−1))×(X(I,J)−X(I+1,J)))+S1×((Y(I−1,J−1)−Y(I,J−1))×(Y(I,J)−
           2 −Y(I−1,2J−1))+(X(I−1,J−1)−X(I,J−11))×(X(I,J)−X(I−1,J−1)))
0171        AL(L,L)=S1×((Y(I,J−1)−Y(I−1,J−1))××2+(X(I,J−1)−X(I−1,J−
           1 −1))××2+S2×1((Y(I−1,J−1)−Y(I−1,J))××2+(X(I−1,J−1)−X(I−
           2 −1,J))××2)+S3((X(I−1,J)−2Y(I,J+1))××2+(X(I−1,J)−XI,J+
           3 +1))××2)+S6×((Y(I,J+1)−Y(I+1,J+1))××2+3(X(I,J+1)−X(I+1,J+
           4 +1))××2)+S5×((Y(I+1,J+1)−Y(I+1,J))××2+(X(I+1,J+1)4−X(I+
           5 +1,J))×2)+S4×((Y(I+1,J)−Y(I,J−1))××2+(X(I+1,J)−X(I,J−1))××2)
0172        AL(L,L+1)=S3×((Y(I−1,J)−Y(I,J+1))×(Y(I,J)−Y(I−1,J))+(X(I−1,J)−
           1 −X(I,J+1))×(X(I,J)−X(I−1,J)))+S6×((Y(I+1,J+1−Y(I,J+1))×(Y(I,J)
           2 −Y(I+1,J+1))+(X(I+1,J+1)−X(I,J+1))×(X(I,J)−X(I+1,J+1)))
0173   20    IF (I.EQ.M2) GO TO 21
0174         GO TO 22
0175   21    C19 =S4×((Y(I,J−1)−Y(I+1,J))×(Y(I,J)−Y(I,J−1))+(X(I,J−1)−X(
           1 1I+1,J))×(X(I,J)−X(I,J−1)))+S5×((Y(I+1,J+1)−Y(I+1,J))×(Y(I,J)−Y
           2 −Y(I+1 2,J+1))+(X(I+1,J+1)−X(I+1,J))×(X(I,J)−X(I+1,J+1)))
0176         C20  =S5×((Y(I+1,J)−Y(I+1,J+1))×(Y(I,J)−Y(I+1,J))+(X(I+1,J)−
           1 X(I+1,J+1))×(X(I,J)−X(I+1,J)))+S6×((Y(I,J+1)−Y(I+1,J+
           2 +1))×(Y(I,J)−2Y(I,J+1))+(X(I,J+1)−X(I+1,J+1))×(X(I,J)−X(I,J+1)))
0177         BL(L) =C19×V(L+19)+C20 V(L+20)
0178         GO TO 23
0179   22    AL(L,L+19)=S4×((Y(I,J−1)−Y(I+1,J))×(Y(I,J)−Y(I,J−1))+(X(I,J−1)
           1 −X(I+1,J))×(X(I,J)−X(I,J−1)))+S5×((Y(I+1,J+1)−Y(I+1,J))×(Y(I,J)−
           2 −Y(I+1,J+1))+(X(I+1,J+1)−X(I+1,J))×(X(I,J)−X(I+1,J+1)))
0180         AL(L,L+20)=S5×((Y(I+1,J)−Y(I+1,J+1))×(Y(I,J)−Y(I+1,J))+(X(I+
            +1,J)−X(I+1,J+1))×(X(I,J)−X(I+1,J)))+S6×((Y(I,J+1)−Y(I+1,J+1))
            ×(Y(I,J)−Y(I,J+1))+(X(I,J+1)−X(I+1,J+1))×(X(I,J)−X(I,J+1)))
0181         BL(L) = 0.
0182   23    TL(L) = F(L)−BL(L)
0183    5    CONTINUE
0184         J=1
0185         I=1
0186  112    L1=1
0187         L=1+J+(I−1)×N
0188         S3=(CD(I,J)+CD(I,J+1)+CDI) /(6×DS(L,L+1,L1))
0189         S4=(CD(I,J)+CD(I+1,J)+CD(I,J+1))/(6×DS(L,L+19,L+1))
0190         S5=(CD(I,J)+CD(I+1,J)+CD(I+1,J+1))/(6×DS(L,L+20,L+19))
0191         S6=(CD(I,J)+DS(I+1,J+1)+CD(I,J+1))/(6×DS(L,L+20,L+1))
0192         T3=(P(I,J)+P(I,J+1)+PI)×DS(L,L+1,L1)/18
0193         T1=(P(I,J)+P(I+1,J)+P(I,J+1))×DS(L,L+19,L+1)/18.
0194         T5=(P(I,J)+P(I+1,J)+P(I+1,J+1))×DS(L,L+20,L+19)/18.
0195         T6=(P(I,J)+P(I+1,J+1)+P(I,J+1))×DS(L,L+20,L+1)/18
0196         F(L)=2×T3+T4+T5+T6
0197         AL(L,L1)=2×S3×((Y(I,J+1)−VY(1))×(Y(I,J)−Y(I,J+1))+(X(I,J+1)−
           1 −VX(1)1×(X(I,J)−X(I,J+1)))
```

```
0198        AL(L,L)=2×S3×((VX(1)−Y(I,J+1))××2+(VX(1)−X(I,J+1))××2)+
          1 +S6×((Y(I,J+1)−Y(I+1,J+1)××2+(X(I,J+1)−X(I+1,J+1))××2)+S5
            ((Y(I+1, J+1)−Y(I+1,J))××2+(X(I+1,J+1)−X(I+1,J))xx2)+S4x
          3 ((Y(I,J+1)−Y(I+1,J))××2+(X(I,J+1)−X(I+1,J))××2)
0199        AL(L,L+1)=S4×((Y(I+1,J)−Y(I,J+1)x(Y(I,J)−Y(I+1,J))+(X(I+1,J)−X
          1 (I,J+1))×(X(I,J)−X(I+1,J)))+2×S3×((VY(1)−Y(I,J+1))×(Y(I,J)−VY(1))
          2 +(VX(1)−X(I,J+1))×(X(I,J)−VX(1)))+S6×((Y(I+1,J+1)−Y(I,J+1))
            ×)Y(I,J)−Y(3I+1,J+1))+(X(I+1,J+1)−X(I,J+1))×(X(I,J)−X(I+1,J+1)))
0200        AL(L,L+19)=S5×((Y(I+1,J+1)−Y(I+1,J))×(Y(I,J)−Y(I+1,J+1))+(X(I+
          1 +1,J+1)−X(I+1,J))×(X(I,J)−X(I+1,J+1)))+S4×((Y(I,J+1)−Y(I+1,J))
          2 ×(Y(I,J)−Y(I,J+1))+(X(I,J+1)−X(I+1,J))×(X(I,J)−X(I,J+1)))
0201        AL(L,L+20)=S5×((Y(I+1,J)−Y(I+1,J+1))×(Y(I,J)−Y(I+1,J))+(X(I+
          1 +1,J)−X(I+1,J+1))×(X(I,J)−X(I+1,J)))+S6×((Y(I,J+1)−Y(I+1,J+1))
          2 ×(Y(I,J)−Y(I,J+1))+(X(I,J+1)−X(I+1,J+1))×(X(I,J)−X(I,J+1)))
0202        BL(L)=0.
0203        TL(L)=F(L)−BL(L)
0204        DO 6 I=2, M2
0205        J=1
0206        L=1+J+(I−1)×N
0207  113   L1=L−19
0208        S1=(CD(I,J)+CD(I−1,J+1)+CD(I,J+1))/(6×DS(L,L+1,L−18))
0209        S2=(CD(I,J)+CD(I−1,J)+CD(I−1,J+1))/(6×DS(L,L1,L−18))
0210  114   S3=(CD(I,J)+CD(I,J+1)+CD(I−1,J))/(6×DS(L,L+1,L1))
0211        S4=(CD(I,J)+CD(I+1,J)+CD(I,J+1))/(6×DS(L,L+1,L+19))
0212        S5=(CD(I,J)+CD(I+1,J)+CD(I+1,J+1))/(6×DS(L,L+20,L+19))
0213        S6=(CD(I,J)+CD(I+1,J+1)+CD(I,J+1))/(6×DS(L,L+20,L+1))
0214        T1=(P(I,J)+P(I−1,J+1)+P(I,J+1))×DS(L,L+1,L−18)/18.
0215        T2=(P(I,J)+P(I−1,J)+P(I−1,J+1))×DS(L,L1,L−18)/18.
0216        T3=(P(I,J)+P(I,J+1)+P(I−1,J))×DS(L,L+1,L1)/18
0217        T4=(P(I,J)+P(I+1,J)+P(I,J+1))×DS(L,L+1,L+19)/18.
0128        T5=(P(I,J)+P(I+1,J)+P(I+1,J+1))×DS(L,L+20,L+19)/18.
0219        T6=(P(I,J)+P(I+1,J+1)+P(I,J+1))×DS(L,L+20,L+1)/18
0220        F(L)=T1+T2+T3+T4+T5+T6
0221        AL(L,L1)=S2×((Y(I−1,J+1)−Y(I−1,J))×(Y(I,J)−Y(I−1,J+1))+(X(I−1,
          1 J+1)−X(I−1,J))×(X(I,J)−X(I−1,J+1)))+S3×((Y(I,J+1)−Y(I−1,J))
          2 ×(Y(I,J)−Y)I,J+1))+(X(I,J+1)−X(I−1,J))×(X(I,J)−X(I,J+1)))
0222        AL(L,L−18)=S1×((Y(I,J+1)−Y(I−1,J+1))×(Y(I,J)−Y(I,J+1))+(X(I,J+1)
          1 −X(I−1,J+1))×(X(I,J)−X(I,J+1)))+S2×((Y(I−1,J)−Y(I−1,J+1))
          2 ×(Y(I,J)−Y(I−1,J))+(X(I−1,J)−X(I−1,J+1))×(X(I,J)−X(I−1,J)))
0223        AL(L,L)=S3×((Y(I−1,J)−Y(I,J+1))××2+(X(I−1,J)−X(I,J+1))××2)+
          1 +×S((Y(I+1,J+1)−Y(I,J+1))××2+(X(I+1,J+1)−X(I,J+1))××2)+
          2 +S5×((Y(I+1,J+L)−Y(I+1,J))××2+(X(I+1,J+1)−X(I+1,J))××2)+
          3 +S4×((Y(I+1,J)−Y(I,J+1))××2+(X(I+1,J)−X(I,J+1))××2)+S1×((Y(I
          4 J+1)−Y(I−1,J+1))××2+(X(I,J+1)X(I−1,J+1))××2)+S2x((Y(I−1,J+
          5 +1)−Y(I−1,J))××2+(X(I−1,J+1)−X(I−1,J))××2)
0224        AL(L,L+1)=S1×((Y(I−1,J+1)−Y(I,J+1))×(Y(I,J)−Y(I−1,J+1))+
          1 +(X(I−1,J+1)−X(I,J+1))×(X(I,J)−X(I−1,J+1)))+S4×((Y(I+1,J)−
          2 −Y(I,J+1))×(Y(I,J)−Y(I+1,J))+(X(I+1,J)−X(I,J+1))×(X(I,J)−X(I+
          3 +1,J)))+S×((Y(I−1,J)−Y(I3, J+1))×(Y(I,J)−Y(I−1,J))+(X(I−1,J)
          4 −X(I,J+1)) (X(I,J)−X(I−1,J)))+S6 ((Y(I+1,J+1)−Y(I,J+1))×(Y(I,J)
          5 −Y(I+1,J+1))+(X(I+1,J+1)−X(I,J+1))×5(X(I,J)−X(I+1,J+1)))
0225        IF(I.EG.M2) GOTO30
0226        GOTO 31
0227  30    C19=S5×((Y(I+1,J+1)−Y(I+1,J))×(Y(I,J)−Y(I+1,J+1))+(X(I+1,J+1)−
          1 −X(I+1,J))×(X(I,J)−X(I+1,J+1)))+S4×((Y(I,J+1)−Y(I+1,J))×(Y(I,J)−
          2 −Y(I,J+1))+(X(I,J+1)−X(I+1,J))×(X(I,J)−X(I,J+1)))
0228        C20 =S6×((Y(I,J+1)−Y(I+1,J+1))×(Y(I,J)−Y(I,J+1))+(X(I,J+1)−
          1 X(I+1, J+1))×(X(I,J)−X(I,J+1)))+S×((Y(I+1,J)−Y(I+1,J+1))×(Y(I,J)
          2 −Y(I+1,J))+(X(I+1,J)−X(I+1,J+1))×(X(I,J)−X(I+1,J)))
0229        EL(L)=C19×V(L+19)+C20×V(L+20).
0230        GOTO 32
```

```
0231    31   AL(L,L+19)=S5*((Y(I+1,J+1)-Y(I+1,J))*(Y(I,J)-Y(I+1,
           1 J+1))+(X(I+1,J+1)-X(I+1,J))*(X(I,J)-X(I+1,J+1)))+S4*((Y(I,J+1)
           2 -Y(I+1,J))*(Y(I,J)-Y(I,J+1))+(X(I,J+1)-X(I+1,J))*(X(I,J)-X(I,
             J+1)))
0232         AL(L,L+20)=S6*((Y(I,J+1)-Y(I+1,J+1))*(Y(I,J)-Y(I,J+1))+(X(I,J+1)
           1 -X(I+1,J+1))*(X(I,J)-X(I,J+1)))+S5*((Y(I+1,J)-Y(I+1,J+1))*(Y
           2 (I,J)-Y(I+1,J))+(X(I+1,J)-X(I+1,J+1))*(X(I,J)-X(I+1,J)))
0233         BL(L)=0.
0234    32   TL(L)=F(L)-BL(L)
0235     6   CONTINUE
0236         I=1
0237         J=N
0238         L=1+J+(I-1)*N
0239   212   L1=1
0240         S4=(CD(I,J)+CD(I+1,J)+CD(I,J-1))/(6*DS(L,L+19,L-1))
0241         S5=(CD(I,J)+CD(I+1,J-1)+CD(I+1,J))/(6*DS(L,L+18,L+19))
0242         S6=(CD(I,J)+CD(I,J-1)+CD(I+1,J-1))/(6*DS(L,L-1,L+18))
0243         D4=(CD(I,J)+CDI  +CD(I,J-1))/(6*DS(L,L1,L-1))
0244         T4=(P(I,J)+P(I+1,J)+P(I,J-1))xDS(L,L+19,L-1)/18
0245         T5=(P(I,J)+P(I+1,J-1)+P(I+1,J))*DS(L,L+18,L+19)/18.
0246         T6=(P(I,J)+P(I,J-1)+P(I+1,J-1))*DS(L,L-1,L+18)/18.
0247         T7=(P(I,J)+PI   +P(I,J-1))xDS(L,L1,L-1)/18
0248         F(L)=2*T7+T4+T5+T6
0249         AL(L,L1)=2*D4*((Y(I,J-1)-VY(1))*(Y(I,J)-Y(I,J-1))+(X(I,J-1)-
           1 -VX(1))*(X(I,J)-X(I,J-1)))
0250         AL)L,L-1)=S4*((Y(I+1,J)-Y(I,J-1))*(Y(I,J)-Y(I+1,J))+(X(I+1,J)-
           1 -X(I,J-1))*(X(I,J)-X(I+1,J)))+2xD4*((VY(1)-Y(I,J-1))*(Y(I,J)-
           2 -VY(1))+(VX(1)-X(I,J-1))*(X(I,J)-VX(1)))+S6*((Y(I+1,J-1)-
           3 -Y(I,J-1))*(Y(I,J)-Y(I+1,J-1))+(X(I+1,J-1)-X(I,J-1))*(X(I,J)-
           4 -X(I+1,J-1)))
0251         AL(L,L)=2*D4*((Y(I,J-1)-VY(1))* *2+(X(I,J-1)-VX(1))* *2)+S6*
           1 ((Y(I,J-1)-Y(I+1,J-1))* *2+(X(I,J-1)-X(I+1,J-1))* *2)+S5*((Y(I+1,
           2 J-1)-Y(I+1,J))* *2+(X(I+1,J-1)-X(I+1,J))* +2)+S4*((Y(I,J-1)-
           3 -Y(I+1,J))* *2+(X(I,J-1)-X(I+1,J))* *2)
0252         AL(L,L+18)=S6*((Y(I,J-1)-Y(I+1,J-1))*(Y(I,J)-Y(I,J-1))+(X(I,J-1)
           1 -X(I+1,J-1))*(X(I,J)-X(I,J-1)))+S5*((Y(I+1,J)-Y(I+1,J-1))*(Y
           2 (I,J)-Y(I+1,J))+(X(I+1,J)-X(I+1,J-1))*(X(I,J)-X(I+1,J)))
0253         AL(L,L+19)=S5*((Y(I+1,J-1)-X(I+1,J))*(Y(I,J)-Y(I+1,J-1))+(X(I
           1 +1,J-1)-X(I+1,J))*(X(I,J)-X(I+1,J-1)))+S4*((Y(I,J-1)-Y(I+ I,J))
           2 *(Y(I,J)-Y(I,J-1))+(X(I,J-1)-X(I+1,J))*(X(I,J)-X(I,J-1)))
0254         BL(L)=0.
0255         TL(L)=F(L)-BL(L)
0256         DO 7 I=2,M2
0257         J=N
0258         L=1+J+(I-1)*N
0259   213   L1=L-19
0260   214   S1=(CD(I,J)+CD(I-1,J-1)+CD(I,J-1))/(6*DS(L,L-20,L-1))
0261         S2=(CD(I,J)+CD(I-1,J)+CD(I-1,J-1))/(6*DS(L,L-20,L1))
0262         S3=(CD(I,J)+CD(I-1,J)+CD(I,J-1))/(6*DS(L,L1,L-1))
0263         S4=(CD(I,J)+CD(I+1,J)+CD(I,J-1))/(6*DS(L,L+19,L-1))
0264         S5=(CD(I,J)+CD(I+1,J-1)+CD(I+1,J))/(6*DS(L,L+18,L+19))
0265         S6=(CD(I,J)+CD(I,J-1)+CD(I+1,J-1))/(6*DS(L,L-1,L+18))
0266         T1=(P(I,J)+P(I-1,J-1)+P(I,J-1))*DS(L,L-20,L-1)/18
0267         T2=(P(I,J)+P(I-1,J)+P(I-1,J-1))*DS(K,L-20,L1)/18
0268         T3=(P(I,J)+P(I-1,J)+P(I,J-1))*DS(L,L1,L-1)/18.
0269         T4=(P(I,J)+P(I+1,J)+P(I,J-1))*DS(L,L+19,L-1)/18
0270         T5=(P(I,J)+P(I+1,J-1)+P(I+1,J))*DS(L,L+18,L+19)/18.
0271         T6=(P(I,J)+P(I,J-1)+P(I+1,J-1))*DS(L,L-1,L+18)/18.
0272         F(L)=T1+T2+T3+T4+T5+T6
0273         AL(L,L1)=S2*((Y(I-1,J-1)-Y(I-1,J))*(Y(I,J)-Y(I-1,J-1))+(X(I-1,
```

```
     1 J-1)-X(I-1,J))*(X(I,J)-X(I-1,J-1)))+S3*((Y(I,J-1)-Y(I-1,J))
     2 *(Y(I,J)-Y(I,J-1))+(X(I,J-1)-X(I-1,J))*(X(I,J)-X(I,J-1)))
0274      AL(L,L-20)=S2*((Y(I-1,J)-Y(I-1,J-1))*(Y(I,J)-Y(I-1,J))+(X(I-
     1 -1,J)-X(I-1,J-1))*(X(I,J)-X(I-1,J)))+S1*((Y(I,J-1)-Y(I-1,J-1))
     2 *(Y(I,J)-Y(I,J-1))+(X(I,J-1)-X(I-1,J-1))*(X(I,J)-X(I,J-1)))
0275      AL(L,L-1)=S1*((Y(I-1,J-1)-Y(I,J-1))*(Y(I,J)-Y(I-1,J-1))+(X(I-1,
     1 J-1)-X(I,J-1))*(X(I,J)-X(I-1,J-1)))+S4*((Y(I+1,J)-Y(I,J-1))
     2 *(Y(I,J)-Y(I+1,J))+(X(I+1,J)-X(I,J-1))*(X(I,J)-X(I+1,J)))+S3*
     3 ((Y(I-1,J)-Y(I,L-1))*(Y(I,J)-Y(I-1,J))+(X(I-1,J)-X(I,J-1))*(X(I,J)
     4 -X(I-1,J)))+S6*((Y(I+1,J-1)-Y(I,J-1))*(Y(I,J)-Y(I+1,J-1))+
       +(X(I+1,J-1)-X(I,J-1))*(5X(I,J)-X(I+1,J-1)))
0276      AL(L,L)=S1*((Y(I,J-1)-Y(I-1,J-1))*2+(X(I,J-1)-X(I-1,J-1)*2)
     1 +S2*((Y(I-1,J-1)-Y(I-1,J))*2+(X(I-1,J-1)-X(I-1,J))*2)+S3
     2 ((Y(I-1,J)-Y(I,J-1))*2+(X(I-1,J)-X(I,J-1))*2)+S6*((Y(I,J-1)-
     3 -Y(I+1,J-1))*2+(X(I,J-1)-X(I+1,J-1))*2)+S5*(Y(I+1,J-1)-
     4 -Y(I+1,J))*2)+(X(I+1,J-1)-X(I+1,J))*2)+S4*((Y(I+1,J)-Y(I,J-
     5 -1))*2+(X(I+1,J)-X(I,J-1))*2)
0277  42  IF(I.EG. M2) GO TO 43
0278      GO TO 44
0279  43  C19=S5*((Y(I+1,J-1)-Y(I+1,J))*(Y(I,J)-Y(I+1,J-1))+(X(I+1,J-1)-
     1 -X(I+1,J))*(X(I,J)-X(I+1,J-1)))+S4*((Y(I,J-1)-Y(I+1,J))*(Y(I,J)-
     2 -Y(I,J-1))+(X(I,J-1)-X(I+1,J))*(X(I,J)-X(I,J-1)))
0280      C18=S6x((Y(I,J-1)-Y(I+1,J-1))x(Y(I,J)-Y(I,J-1))+(X(I,J-1)-
     1 -X(I+1,J-1))*(X(I,J)-X(I,J-1)))+S5*((Y(I+1,J)-Y(I+1,J-1))*(Y
     2 (I,J)-Y(I+1,J))+(X(I+1,J)-X(I+1,J-1))*(X(I,J)-X(I+1,J)))
0281      BL(L)=C19*V(L+19)+C18*V(L+18)
0282      GO TO 45
0283  44  AL(L,L+19)=S5*((Y(I+1,J-1)-Y(I+1,J))*(Y(I,J)-Y(I+1,J-1))
     1 +(X(I+1,J-1)-X(I+1,J))*(X(I,J)-X(I+1,J-1)))+S4*((Y(I,J-1)-
     2 -Y(I+1,J))*(Y(I,J)-Y(I,J-1))+(X(I,J-1)-X(I+1,J))*(X(I,J)-X(I,J-
     3 -1)))
0284      AL(L,L+18)=S6x((Y(I,J-1)-Y(I+1,J-1))x(Y(I,J)-Y(I,J-1))+(X(I,J-
       -1)-1X(I+1,J-1))*(X(I,J)-X(I,J-1)))+S5*((Y(I+1,J)-Y(I+1,J-1))
       x(Y(I,J)-2Y(I+1,J))+(X(I+1,J)-X(I+1,J-1))*(X(I,J)-X(I+1,J)))
0285      BL(L)=0.
0286  45  TL(L)=F(L)-BL(L)
0287   7  CONTINUE
0288      SAL=0.
0289      SF=0.
0290      CO 8 J=1,N
0291      I=1
0292      L=1+J
0293      L1=1
0294      IF(J.EG.1) GO TO 50
0295      IF(J.EG.2) GO TO 53
0296      IF(J.GT.2.AND.J.LT.(N-1)) GO TO 51
0297      IF(J.EG.(N-1)) GO TO 54
0298      GO TO 52
0299  50  S3=(CD(I,J)+CD(I,J+1)+CDI) /(6*DS(L,L+1,L1))
0300      T3=(P(I,J)+P(I,J+1)+PI)*DS(L,L+1,L1)/18
0301      AL(L1,L)=S3*((Y(I,J+1)-Y(I,J))*(VY(1)-Y(I,J+1))+(X(I,J+1)-X(I,J
     1))*(VX(1)-X(I,J+1)))*2
0302      SAL2=S3*((Y(I,J)-Y(I,J+1))*2+(X(I,J)-X(I,J+1))*2)
0303      SF1=2*T3
0304      GO TO 8
0305  53  S3=(CD(I,J)+CD(I,J+1)+CDI) /(6*DS(L,L+1,L1))
0306      T3=(P(I,J)+P(I,J+1)+PI)*DS(L,L+1,L1)/18.
0307      D4=(CD(I,J)+CDI+CD(I,J-1))/(L*DS(L,L1,L-1))
0308      AL(L1,L)=2*D4*((Y(I,J-1)-Y(I,J))*(VY(1)-Y(I,J-1))+(X(I,J-1)-
     1 -X(I,J))*(VX(1)-X(I,J-1)))+S3*((Y(I,J+1)-Y(I,J))*(VY(1)-Y(IJ+1))
     2 +(X(I,J+1)-X(I,J))*(VX(1)-X(I,J+1)))
```

```
0309        SAL3=D4×(Y(I,J)−Y(I,J−1))× ×2+(X(I,J)−X(I,J−1))× ×2)
0310        SF3=T3
0311        GO TO 8
0312   51   S3=(CD(I,J)+CD(I,J+1)+CDI) /(6×DS(L,L+1,L1))
0313        D4=(CD(I,J)+CDI +CD(I,J−1))/(6×DS(L,L1,L−1))
0314        T3=(P(I,J)+P(I,J+1)+PI) xDS(L,L+1,L1)/18
0315        AL(L1,L)=D4×((Y(I,J−1)−Y(I,J))×(VY(1)−Y(I,J−1))+(X(I,J−1)−X(I,J
          1 ))x(VX(1)−X(I,J−1)))+S3×((Y(I,J+1)−Y(I,J))×(VY(1)−Y(I,J+1))+
          2 (X(I,J+1)−X(I,J))×(VX(1)−Y(I,J+1)))
0316        SAL=SAL+D4×((Y(I,J)−Y(I,J−1))× ×2+(X(I,J)−X(I,J−1))× ×2)
0317        SF=SF+T3
0318        GO TO 8
0319   54   S3=(CD(I,J)+CD(I,J+1)+CDI)/(6×DS(L,L+1,L1))
0320        T3=(P(I,J)+P(I,J+1)+PI)×DS(L,L+1,L1)/18.
0321        D4=(CD(I,J)+CDI+CD(I,J−1))/(L×DS(L,L1,L−1))
0322        AL(L1,L)=D4×((Y(I,J−1)−Y(I,J))×(VY(1)−Y(I,J−1))+(X(I,J−1)−X(I,J
          1 ))×(VX(1)−X(I,J−1)))+S3×((Y(I,J+1)−Y(I,J))×(VY(1)−Y(I,J+1))+
          2 (X(I,J+1)−X(I,J))×(VX(1)−Y(I,J+1)))×2
0323        SAL4=D4×((Y(I,J)−Y(I,J−1))× ×2+(X(I,J)−X(I,J−1))× ×2
0324        SF4=T3
0325        GO TO 8
0326   52   D4=(CD(I,J)+CDI+CD(I,J−1))/(6×DS(L,L1,L−1))
0327        T7=(P(I,J)+P(I,J−1)+PI)xDS(L,L−1,L1)/18.
0328        AL(L1,L)=D4×((Y(I,J−1)−Y(I,J))x(VY(1)−Y(I,J−1))+(X(I,J−1)−X(I,J
          3 ))×(VX(1)−Y(I,J−1)))×2
0329        SAL1=D4×((Y(I,J)−Y(I,J−1))× ×2+(X(I,J)−X(I,J−1))× ×2)×2
0330        SF2=T7
0331        AL(L1,L1)=SAL+DAL1+SAL2+SAL3+SAL4
0332        F(L1)=SF+SF1+SF2+SF3+SF4
0333        BL(L1)=0.
0334        TL(L1)=F(L1)−BL(L1)
0335    8   CONTINUE
0336        CALL SIST                          (115,8500)
0337        V(1)=BI(1)
0338        DO 10 I=1,M2
0339        DO 10J=1,N
0340        L=1+J+(I−1)×N
0341   10   V(L)=BI(L)
0342        IF(K.EG.1) GO TO 70
0343        GO TO 74
0344   70   DO 71 I=1,M1
0345        L=2+(I−1)×N
0346        BT(I,1)=1−(RD−1)×WZxC(I,1)×(1−B3)× ×2/(V(L)×PH)
0347   71   CONTINUE
0348   72     DO 73 I=1,M1
0349        IF (BT(I,1).LT.BTAD) GO TO 74
0350        DO 73 J=2,N
0351        L=1+J+(I−1) N
0352        BT(I,J)=1−(RD−1)×WZxC(I,J)×(1−B3)× ×2/(V(L)×PH)
0353   73   CONTINUE
0354        K=K+1
0355        GO TO 770
0356   74   STAU(K)=0.
0357        DO 90 J=1,N
0358        I=M−2
0359        L=1+J+(I−1)×N
0360        E1=SQRT(TAUP(K,J)/RO(M,J))
0361        E3=SQRT(TAUP(K,J)×RO(M,J))
0362        E4=ALOG10(E3×DAP(I,J)/MIU(N,J))
0363        REIN=SQRT(TAU(K,J)×RO(M,J))×EPS(J)/MIU(M,J)
```

```
0364          L1=L-96
0365          IF(REIN.GE.O..AND.REIN.LE.0.1) GO TO 91
0366          GO TO 92
0367    91    VC(L1)=E1*(5.75*E4+5.5)
0368          DTAU(K,J)=-(V(L)-VC(L1))*E3/(2.87xE4+5.675)*BT(M,J)
0369          GO TO 98
0370    92    IT(REIN.GT.0.1) GO TO 93
0371          GO TO 98
0372    93    VC(L1)=E1x(5.75xALOG10(DAP(I,J)/EPS(J))+8.3-5.75*ALOG10(1+3.3/
           1  /REIN ))
0373          DTAU(K,J)=-(V(L)-VC(L1))xE3/(2.87xALOG10(DAP(I,J)/EPS(J))+4.15-
           1  2.87*ALOG10(1+3.3/REIN))*BT(M,J)
0374    98    STAU(K)=STAU(K)+DTAU(K,J)
0375          DNTAU(K)=STAU(K)/N
0376          TAU(K+1,J)=TAU(K,J)+DTAU(K,J)-DNTAU(K)
0377          ERTAU(J)=AES(TAU(K+1,J)-TAU(K,J))/TAU(K,J)
0378          IF(ERTAU(J).LT.ERAD) GO TO 512
0379           K=K+1
0380          IF(K.GE.10) GO TO 1401
0381          GO TO 600
0382   512    WRITE (3,513) L1
0383   513    FORMAT(/10X, 'VC(',13,')'/)
0384          WRITE (3,514) VC(L1)
0385   514    FORMAT (5X,F9.3)
0386    90    CONTINUE
0387          WRITE (3,303) (V(I), I=1,153)
0388   303    FORMAT (5X, 'V(I)  '/10F12.6)
0389          WRITE (3,430) K, (DTAU(K,J), J=1,19)
0390          WRITE (3,431) K, DNTAU(K)
0391          WRITE (3,432) K, (TAU(K+1,J), J=1,19)
0392   430    FORMAT (5X, 'DTAU(',I2, ',J)='/1X, 19F6.2/)
0393   431    FORMAT (5X, 'DNTAU(', I2,')=', F10.4//)
0394   432    FORMAT (5X, 'TAU(',I2,'+1,J)='/1X,19F6.2//)
0395          WRITE (3,304) (ERTAU(J), J=1,19)
0396   304    FORMAT (5X, 'ERTAU(J)='/1X,10F12.4)
0397   601    DO 60 I=1,M
0398          SQH(I)=0.
0399          SA(I)=0.
0400          SQS(I)=0.
0401          SCS(I)=0.
0402          DO 60 J=2,N
0403          L=1+J+(I-1)*N
0404          IF(I.EG.1) GO TO 61
0405          GO TO 62
0406    61    L1=1
0407          SQH(I)=SQH(I)+(DS(L,L-1,L1)*(V(L)+V(L-1)+V(L1))/6)
0408          SQS(I)=SQS(I)+(DS(I,L-1,L1)*(V(L)+V(L-1)+V(L1))*(C(I,J)+C(I,J-
           1  -1)+CI))/18.
0409          SCS(I)=SCS(I)+(DS(L,L-1,L1)*(C(I,J)+C(I,J-1)+CI))/6.
0410          SA(I)=SA(I)+(DS(L,L-1,L1)/2)
0411          GO TO 60
0412    62    SQH(I)=SQH(I)+(DS(L,L-1,L-20)*(V(L)+V(L-1)+V(L-20))/6)+
              +DS(L,L-19, 1L-20)*(V(L)+V(L-19)+V(L-20))/6)
0413          SQS(I)=SQS(I)+((DS(L,L-1,L-20)*(V(L)+V(L-1)+V(L-20))*(C(I,J)
           1  +C(I,J-1)+C(I-1,J-1)))+(DS(L,L-19,L-20)*(V(L)+V(L-19)+
           2  +V(L-20))*(C(I,J)+C(I-1,J)+C(I-1,J-1)))/18.
0414          SCS(I)=SCS(I)+((DS(L,L-1,L-20)*(C(I,J)+C(I,J-1)+C(I-1,J-1)))
           1  +(DS(L,L-19,L-20)*(C(I,J)+C(I-1,J)+C(I-1,J-1)))/6.
0415          SA(I)=SA(I)+((DS(L,L-1,L-20)+DS(L,L-19,L-20))/2)
0416    60    CONTINUE
0417          QH=0.
0418          STA=0.
```

```
0419        QS=0.
0420        CSS=0.
0421        DO 65 I=1,M
0422        QH=QH+SQH(I)
0423        QS=QS+SQS(I)
0424        CSS=CSS+SCS(I)
0425        STA=STA+SA(I)
0426     65 CONTINUE
0427        UH=QH/STA
0428        CQ=QS/QH
0429        CS=CSS/STA
0430        CLAM=8×(USZ/UH)× ×2
0431        WRITE (3,305)
0432    305 FORMAT (//50X, 'MARIMI CARACTERISTICE GLOBALE '/50X,29('='),//)
0433        WRITE (3,306) QH, UH, CLAN
0434    306 FORMAT(11X, 'DEBIT DE HIDROAMESTEC =', E12.5,10X, 'VITEZA
          1 MEDIE = ',E12.5, 10X, 'COEFICIENT LAMBDA = ', E12.5//)
0435        WRITE (3,308) QS,CS,CQ
0436    308 FORMAT(/11X, 'QS=', E12.6, 4X, 'CS=', E12.6,4X, 'CQ=', E12.6//1X,
          1 68('='))
0437        WRITE (3,302)
0438    302 FORMAT (/1X,131(' ')/)
0439        WRITE(3,455)((BT(I,J),I=1,8),J=1,19)
0440    455 FORMAT (//5X, 'BT(I,J)='//(5X,8F10.6))
0441   1401 WRITE (3,777) K
0442    777 FORMAT(10X, 'PROCES NECONVERGENT DUPA ', 12,' ITERATII'///)
0443        GO TO 1400
0444    500 WRITE (3,501)
0445    501 FORMAT(10X, 'SISTEM INCOMPATIBIL '/10X, 23('x')/)
0446    307 STOP
0447        END
```

Obs. × — reprezintă semnul înmulțirii
×× — reprezintă semnul ridicării la putere

particulelor solide transportate (RD, WZ) trebuie să se încadreze în ipoteza de calcul a fluidului echivalent, introdusă la elaborarea metodei [1].

Mărimea CZ este supusă condiției CZ < CM.

Valorile E și B sînt date pe baza indicațiilor experimentale.

Mărimea PH trebuie astfel aleasă încît să asigure un regim de curgere turbulent în conductă.

Valorile curenților secundari transversali V1(I,J) și V2(I,J)) pot fi dați prin valorile absolute, prin funcții de potențial sau în corelație cu componentele longitudinale ale vitezei. Pînă în prezent, se cunosc unele rezultate experimentale privind valorile curenților secundari doar pentru un număr restrîns de cazuri particulare.

Mărimile ERAD și BTAD se impun inițial în funcție de erorile admise pentru rezultatele programului de calcul.

În urma aplicării programului se obțin rezultate numerice privind structura de curgere (A) și caracteristicile globale ale curgerii în secțiunea considerată (B):

(A) TAU (K, J) — efortul tangențial pe conturul secțiunii de curgere la intersecția cu o rază polară J, la aproximația K, $(\tau_0^{(k)})^*$;

* Notație utilizată în [1].

C(I, J) — concentrația spațială a fazei solide în nodurile rețelei de calcul (c);

V(L) — componenta axială a vitezei în nodurile rețelei de calcul, numerotate după L;

(B) QH — debitul de hidroamestec (Q_h);

UH — viteza axială medie în secțiunea de curgere (w_{med});

QS — debitul de material solid (Q_s);

CS — concentrația spațială medie în secțiunea de curgere (c^s_{med});

CQ — concentrația de debit medie în secțiunea de curgere (c^q_{med});

CLAM — coeficient unitar al pierderilor de sarcină lineară la hidrotransport (λ)

Prin introducerea unor instrucțiuni suplimentare în programul de calcul TRANSOL-1 (tabelul 1) se pot afișa sau calcula și alte mărimi, cum ar fi: coeficientul de transfer turbulent în secțiunea de curgere, densitatea medie ș.a.

2.2. SCHEMA BLOC ȘI LISTINGUL PROGRAMULUI

Principalele etape de rezolvare a problemei din cadrul programului sînt redate în schema bloc din figura 1.

Etapele de decizie [10] și [16] pot fi deplasate, în aceiași succesiune, după blocul [18] cuprinzînd calculul mărimilor globale. Această variantă modificată a programului este indicată cînd se urmărește evoluția mărimilor globale în funcție de numărul aproximației K, mărindu-se însă durata de rulare a programului.

Valorile curenților secundari transversali se cunosc doar pentru un număr restrîns de cazuri particulare, au o influență semnificativă decît pentru secțiunile de curgere cu o asimetrie accentuată, iar efectuarea calculelor cu luarea în considerație a curenților secundari necesită o sporire importantă a volumului de calcul. Din aceste considerente, în varianta de bază a programului prezentat nu au fost introduse valorile curenților secundari. Pentru a ține cont și de influența acestora în programul de calcul (vezi schema bloc din fig. 1) sînt necesare completări la datele de intrare și la algoritmul de calcul a coeficienților BT.

În vederea scurtării programului de calcul se pot elimina în unele aplicații etapele [16] și [17] din schema bloc (fig. 1), aproximînd că efortul tangențial este repartizat uniform pe conturul secțiunii de curgere.

Listingul programului în varianta TRANSOL-1 este dat în tabelul 1. Relațiile de calcul, cu ipotezele de aplicare, au fost prezentate în prima parte a lucrării [1]. Subvariante ale programului pentru unele ipoteze par-

ticulare de aplicare se pot obține prin adaptarea corespunzătoare a relațiilor de calcul (privind coeficientul dinamic de transfer, distribuția concentrației pe verticală ș.a.).

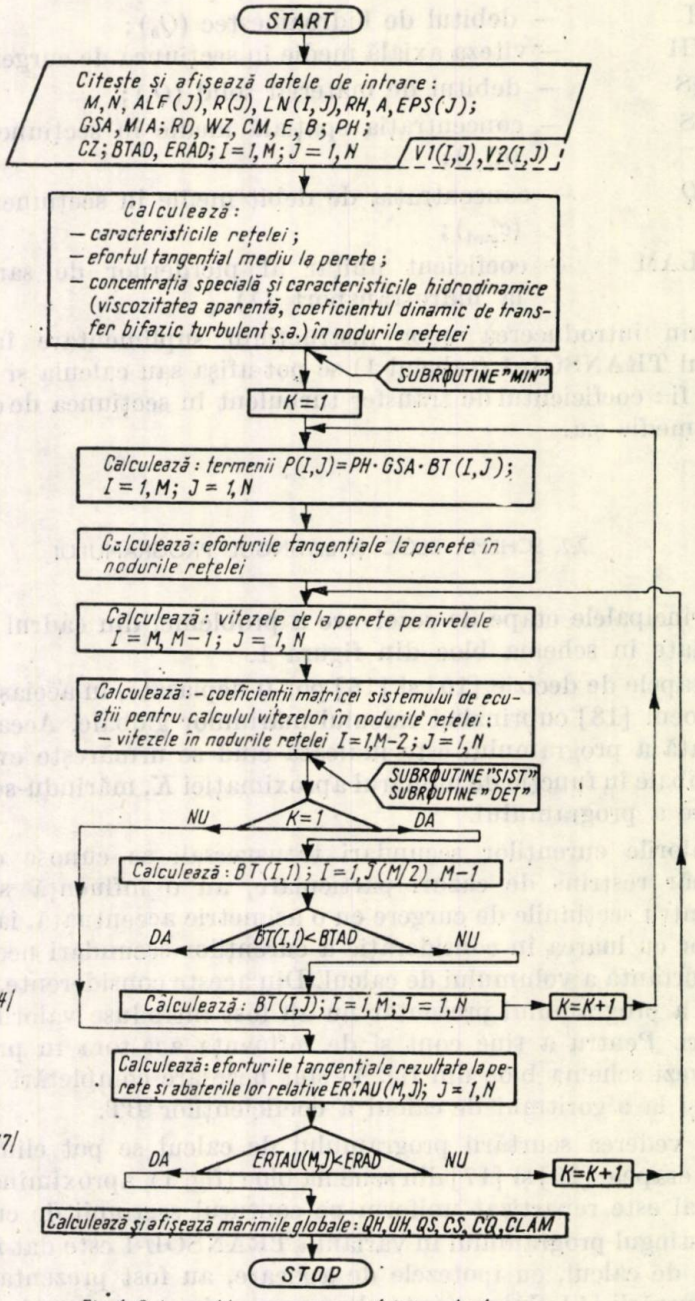


Fig. 1 Schema bloc a programului de calcul

3. CONCLUZII

Programul de calcul a caracteristicilor de curgere a fluidelor bifazice lichid-solid prin conducte și canale, prezentat în varianta în TRANSOL-1, permite calculul elementelor principale ale structurii de curgere și parametrii globali ai mișcării. Programul, elaborat în limbaj FORTRAN IV, este aplicabil pentru condiții de hidrotransport (respectiv pentru date de intrare : caracteristici ale fazelor transportate, ale secțiunii de curgere și ale regimului de curgere) cu un grad ridicat de generalitate. Pentru alte condiții particulare de hidrotransport, care nu s-au justificat să fie introduse în această variantă de bază, programul se poate adapta prin modificarea unor relații de calcul.

Primită la redacție la 16 decembrie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. M. Roco, G. Frăsineannu, *Metodă de calcul a caracteristicilor de curgere ale fluidelor bifazate lichid-solid prin conducte și canale. I*, St. Cerc. Mec. Apl., **36**, 3, 311 — 324 (1977).

EFECTUL LIMITATIV AL PORTANȚEI HIDRODINAMICE ASUPRA ALIMENTĂRII UNUI LAGĂR HIDROSTATIC

de M. A. DUMBRAVĂ
Institutul politehnic București

Lucrarea tratează un aspect important al efectului hidrodinamic într-un lagăr hidrostatic : blocarea circuitului de alimentare, ca urmare a cîmpului hidrodinamic de presiuni care apare în lagăr pentru cazul cînd $V \neq 0$.
Pe un exemplu numeric simplu sînt puse în evidență cîteva concluzii de interes practic, referitor la alegerea regimului corect de funcționare (viteză, presiune de alimentare, unghiul de înclinare al plăcilor etc).

1. INTRODUCERE

Tendința modernă de utilizare a lagărelor hidrostatice la turații din ce în ce mai ridicate, a impus ca preocupare majoră studiul efectului hidrodinamic ce apare într-un asemenea lagăr hidrostatic de mare viteză. În prezenta lucrare se va atinge doar un aspect al influențelor efectului hidrodinamic asupra comportării normale a lagărului. Pentru a se putea concentra atenția asupra acestui aspect, se propune ca model de studiu o configurație simplă : două plane înclinate, alimentate sub presiune, cu restrictor de tip capilar, de tipul indicat în figura 1.

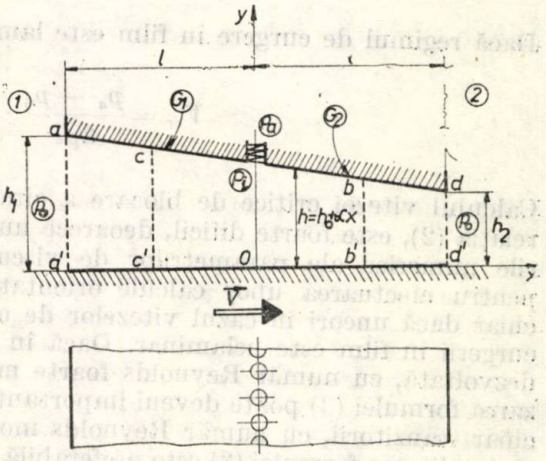


Fig. 1

Acest caz a fost dezvoltat în cîteva lucrări anterioare ([3], [4]), astfel încît se vor utiliza direct relațiile de calcul obținute atunci. Se reamintește că modelul de lucru permite luarea în considerație a caracterului curgerii atît în film, cît și în restrictorul capilar, metodele de calcul fiind indicate în [3], [4].

2. ASPECTE PRINCIPALE

Lucrarea își concentrează atenția asupra unui aspect important al efectului de portanță hidrodinamică, anume posibilitatea blocării alimentării lagărului. Deoarece efectul hidrodinamic este independent de meca-

nismul de alimentare al celor două plăci (excluzînd cazul producerii cavităţiei în lagăr), pe măsură ce viteza relativă a plăcilor va creşte, presiunea din lagăr creşte la rîndul său. La un moment dat, această contrapresiune poate deveni suficient de mare, încît să blocheze sistemul de alimentare. Formal, acest fapt are loc atunci cînd $p_i = p_a$, sau, conform notaţiilor cunoscute, $KPIT = 1$ ([3]). Rezultă în mod evident că debitul prin restrictor este nul, deci $Q_1 = Q_2$. De asemenea, numărul Reynolds al curgerii prin restrictor se va anula.

Se ştie că ([3])

$$Q_1 = \frac{h_1 h_0}{h_1 + h_0} V - 2G_1 \frac{h_0^2 h_1^2}{h_0 + h_1} \frac{p_a - p_0}{\mu l},$$
$$Q_2 = \frac{h_2 h_0}{h_2 + h_0} V + 2G_2 \frac{h_0^2 h_2^2}{h_0 + h_2} \frac{p_a - p_0}{\mu l}, \tag{1}$$

iar din egalarea celor două debite va rezulta expresia vitezei critice la care are loc blocarea alimentării. Astfel

$$V_{cr} = \frac{2(p_a - p_0)}{\mu l (h_1 - h_2)} [h_0(G_1 h_1^2 + G_2 h_2^2) + h_1 h_2 (G_1 h_1 + G_2 h_2)]. \tag{2}$$

Dacă regimul de curgere în film este laminar, formula (2) se transformă,

$$V_{cr} = \frac{p_a - p_0}{3\mu l} \cdot \frac{h_0^3}{l \cdot |\alpha|}. \tag{3}$$

Calculul vitezei critice de blocare a circuitului de alimentare, bazat pe relaţia (2), este foarte dificil, deoarece nu se pot cunoaşte „apriori" valorile numerice ale parametrilor de viscozitate $G_{1,2}$. În aceste condiţii, pentru efectuarea unor calcule orientative, este preferabilă relaţia (3), chiar dacă uneori în cazul vitezelor de ordinul vitezei critice, caracterul curgerii în film este nelaminar. Dacă în film există o curgere turbulent dezvoltată, cu număr Reynolds foarte mare, eroarea ce apare prin utilizarea formulei (3) poate deveni importantă. În cazul curgerii laminare sau chiar tranzitorii, cu număr Reynolds moderat, eroarea aceasta este mică şi simplitatea formulei (3) este preferabilă. Pentru un lagăr dat se consideră cunoscute principalele dimensiuni geometrice l, h_0 şi lubrifiantul utilizat, deci μ. Parametri funcţionali vor fi : $(p_a - p_0)$, α şi V, iar în condiţiile blocării alimentării se obţine o ecuaţie de stare, care derivă din relaţia (3) astfel :

$$\frac{|\alpha| \cdot V}{p_a - p_0} = \frac{h_0^3}{3\mu l} = \text{const.} \tag{4}$$

Cu ajutorul acestei relaţii se pot calcula parametrii funcţionali de stare în regim de alimentare blocat. Cunoaşterea acestor parametri este foarte importantă pentru proiectarea corectă a unui lagăr hidrostatic.

3. ANALIZA UNOR EXEMPLE NUMERICE

Se analizează un caz numeric dat, pentru care $d_c = 0{,}5$ mm, $l_c = 15$ mm, $h_0 = 0{,}1$ mm, $\mu = 10^{-3}$ daN · S/m^2, $\nu = 9 \cdot 10^{-6}$m^2/S, $l = 0{,}25$ m, $p_a = 80$ atm. S-au reprezentat în figura 2 distribuțiile de presiune în

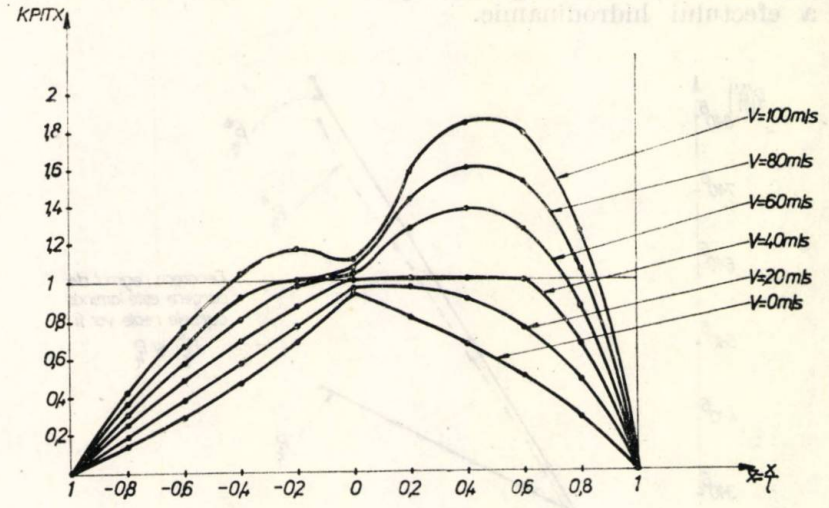


Fig. 2

lagăr, în funcție de viteza relativă V. Pe măsură ce viteza crește, distribuția de presiuni este perturbată, iar de la o anumită valoare a vitezei în sus ($V > V_{cr}$), distribuția capătă o formă cu două maxime locale, formă caracteristică unui lagăr hidrodinamic cu pierdere de lubrifiant în zona portantă. Rezultă deci că, prin depășirea vitezei critice, circuitul de alimentare este blocat, apoi inversat, lagărul funcționînd ca un lagăr hidrodinamic greșit proiectat.

Pentru precizarea valorii numerice a vitezei critice, în figura 3 s-au reprezentat în funcție de viteză, cele trei portanțe de referință definite în lucrarea [3], ca și portanța hidrodinamică echivalentă în regimul laminar de curgere, P^*_{1l}. Blocarea alimentării se poate produce în cazurile cînd $P_{1t} = P^*_{1t}$ (sau $P_{1t} = P^*_{1l}$). Valorile corespunzătoare ale vitezelor critice corespund formelor curbelor de distribuție de presiuni din figura 2.

Cele două puncte de intersecție $(P_{1t} \cap P^*_{1t})$ și $(P_{1t} \cap P^*_{1l})$ dau informații prețioase asupra valorii vitezei limită, cu tot caracterul aproximativ al echivalențelor efectuate. Se mai constată, în cazul numeric analizat, că diferența dintre cele două viteze critice corespunzătoare celor două intersecții, este relativ redusă. Această constatare servește ca un argument în plus pentru utilizarea relației (4).

Pornind de la această relație, se reprezintă în figurile 4, 5, și 6 cele trei dependențe simple, pentru cazul numeric indicat. Valoarea lui $|\alpha|$ este limitată la $|\alpha| = 4 \cdot 10^{-4}$, care corespunde cazului cînd secțiunea de ieșire 2 este blocată, situație, care, din punct de vedere tehnic, nu are sens. În figura 4 au fost trasate curbele $V = f_1(p_a - p_0)$ pentru $|\alpha| =$const,

$|\alpha| \leqslant 4 \cdot 10^{-4}$. S-a ales un caz de funcţionare caracterizat prin $V = 70$ m/S şi $(p_a - p_0) = 150$ atm. Se obţine valoarea critică a înclinării plăcii $|\alpha|_{cr} = 1{,}142 \cdot 10^{-4}$, pentru care se produce blocarea circuitului de alimentare. Condiţia de funcţionare corectă la această viteză şi presiune de alimentare este dată de inegalitatea $|\alpha| < |\alpha|_{cr}$. Concluzia aceasta este perfect justificată, deoarece prin micşorarea înclinării $|\alpha|$, are loc o scădere a efectului hidrodinamic.

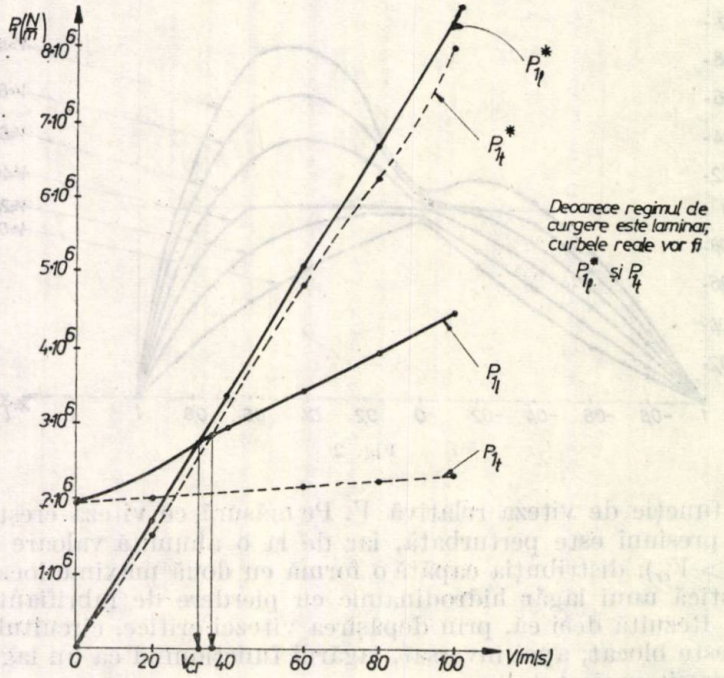


Fig. 3

În figura 5 se consideră ca date necesare de funcţionare $|\alpha| = 1{,}142 \cdot 10^{-4}$ şi $(p_a - p_0) = 150$ atm, iar condiţia de funcţionabilitate va fi $V < V_{cr}$, de fapt tot o condiţie de limitare a efectului hidrodinamic. În figura 6 au fost trasate curbele $V = f_3(|\alpha|)$ şi se pot constata aceleaşi efecte. Condiţia de funcţionare, de această dată va fi $(p_a - p_0) > (p_a - p_0)_{cr}$, deci o mărire a efectului hidrostatic. Se poate spune în concluzie că trasarea curbelor de dependenţă simplă (fig. 4, 5, 6) permite alegerea unor condiţii de funcţionare corectă, fără pericolul blocării sistemului de alimentare. Ipotezele restrictive şi aproximaţiile făcute iniţial, prin considerarea unui regim de curgere laminar, impun o atenţie sporită şi eventuala corectare, cu ajutorul unor coeficienţi de siguranţă, a valorilor numerice rezultate. Cu aceste observaţii se pot trasa şi delimita cîmpurile de valori ale parametrilor funcţionali, recomandaţi în practică pentru un lagăr dat. În figura 7 s-au reprezentat, în funcţie de viteza relativă dintre plăci, variaţiile celor două debite Q_1, Q_2. Cazul egalităţii celor două debite

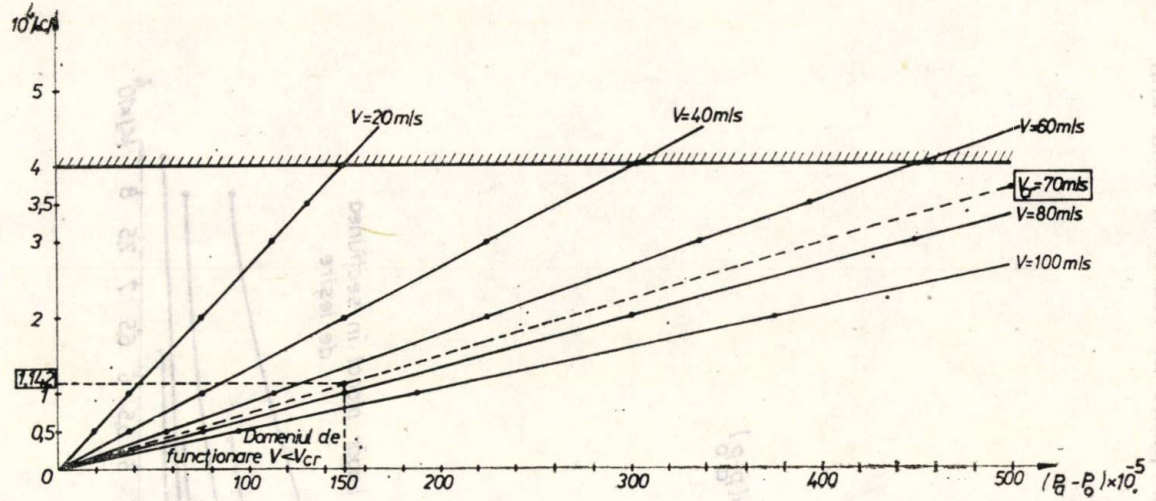

$10^4|\alpha|$
5
4
3,5
3
2
1,142
1
0,5
0
V=20m/s
V=40m/s
V=60m/s
V=70m/s
V=80m/s
V=100m/s
Domeniul de
funcționare $V<V_{cr}$
100
150
200
300
400
500
$(P_a-P_0)\times10^{-5}$

Fig. 4

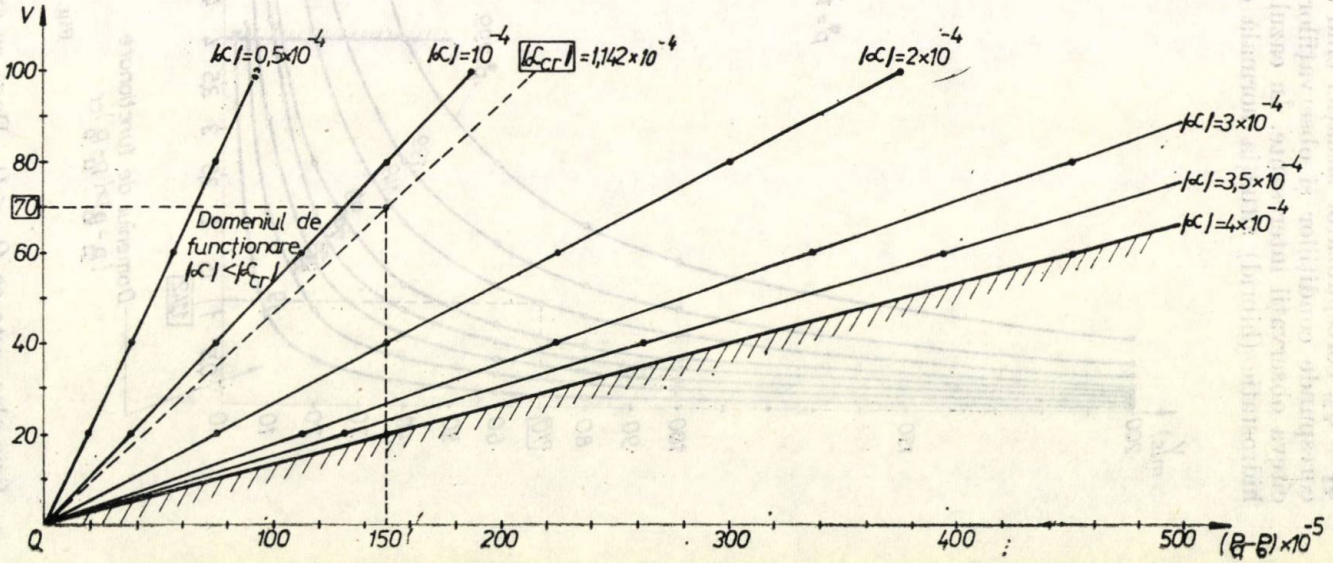

V
100
80
70
60
40
20
0
$|\alpha|=0,5\times10^{-4}$
$|\alpha|=10^{-4}$
$|\alpha_{cr}|=1,142\times10^{-4}$
$|\alpha|=2\times10^{-4}$
$|\alpha|=3\times10^{-4}$
$|\alpha|=3,5\times10^{-4}$
$|\alpha|=4\times10^{-4}$
Domeniul de
funcționare
$|\alpha|<|\alpha_{cr}|$
100
150
200
300
400
500
$(P_a-P_0)\times10^{-5}$

Fig. 5

$Q_1 = Q_2$, corespunzător situaţiei cînd sistemul de alimentare este blocat, corespunde condiţiilor şi observaţiilor de mai sus. Se pot face în plus cîteva observaţii interesante. În cazul cînd lagărul funcţionează ca lagăr hidrostatic (hibrid) situaţia normală din punct de vedere al modelului

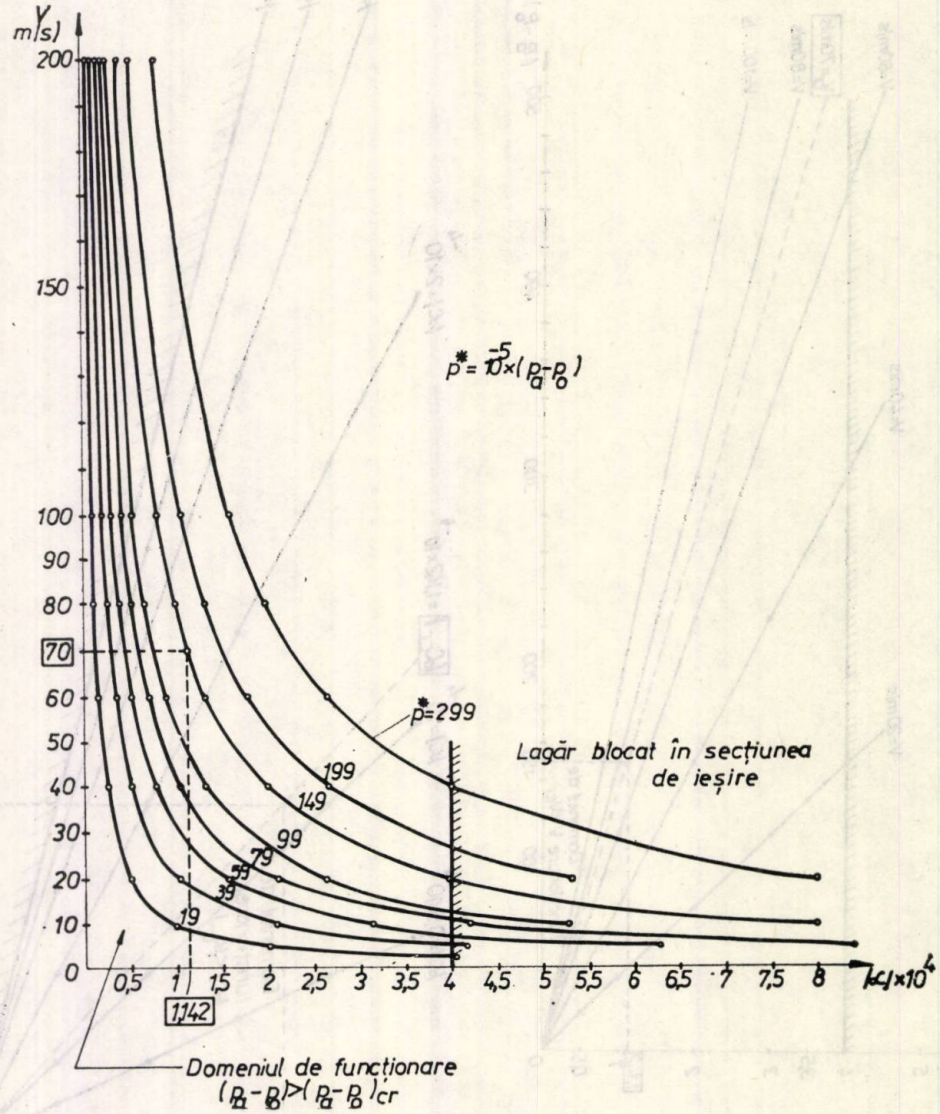


Fig. 6

fizic ales, este ca $Q_1 < Q_2$. Dacă se examinează zona corespunzătoare lui $V < V_{cr}$, se constată două aspecte: existenţa unui regim de funcţionare (viteza relativă), pentru care $Q_1 = 0$, şi existenţa unui regim de funcţionare cînd $Q_2 = \min$.

Primul caz este ușor de explicat prin faptul că există un moment cînd debitul Couette (convențional pozitiv) este egal cu debitul Poiseuille (negativ). Pentru viteze mai mici, cel de-al doilea debit este mai mare, prin urmare $Q_1 < 0$.

Existența punctului de minim pentru Q_2 s-ar putea explica astfel: pornind de la un regim de funcționare pur hidrostatic ($V = 0$), cu o distribuție de presiuni tipic hidrostatică (cvasimetrică față de centrul lagărului), creșterea vitezei induce un cîmp de presiuni hidrodinamice. În prima etapă, la viteze mici, efectul hidrodinamic relativ redus, conduce totuși la o aplatisare a curbelor de distribuție de presiuni, deci o scădere a gradienților locali de presiune. De aici o scădere a debitului curgerii Poiseuille, care conduce la un debit rezultant descrescător, cu toate că simultan are loc o creștere a debitului Couette. Cînd viteza crește peste valoarea critică de minim, debitul curgerii Couette înregistrează o creștere substanțială, care determină mărirea debitului total rezultat. Din punct de vedere practic, se poate nota existența unei viteze relative pentru care debitul de ieșire Q_2 este minim.

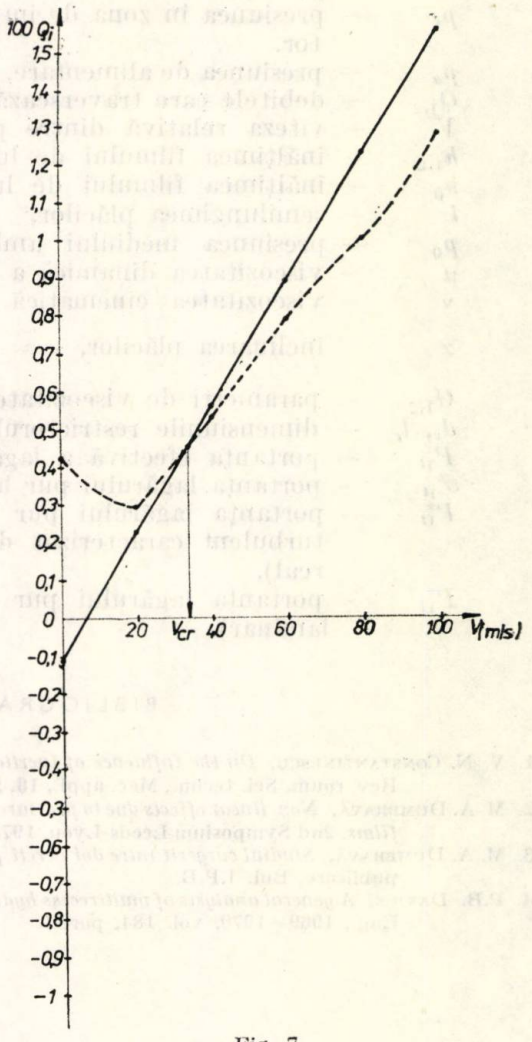


Fig. 7

4. CONCLUZII

Principala concluzie de interes practic este aceea că există valori critice ale parametrilor funcționali pentru care se produce blocarea circuitului de alimentare. Calcularea unor asemenea valori critice este necesar să se facă pentru fiecare lagăr în parte, ceea ce presupune un volum important de calcul, dar evitarea funcționării în condițiile blocării sistemului de alimentare este strict necesară. În caz contrar lagărul respectiv este total neeconomic și nejudicios.

Primită la redacție la 20 decembrie 1977

NOTAȚIILE

$KPIT = \dfrac{p_i - p_0}{p_a - p_0}$,

p_i — presiunea în zona de intrare a lubrifiantului prin restrictor.

p_a — presiunea de alimentare,

$Q_{1,2}$ — debitele care traversează secțiunile extreme.

V — viteza relativă dintre plăci,

$h_{1,2}$ — înălțimea filmului de lubrifiant în secțiunile de capăt,

h_0 — înălțimea filmului de lubrifiant în secțiunea mediană,

l — semilungimea plăcilor,

p_0 — presiunea mediului ambiant,

μ — viscozitatea dinamică a lubrifiantului,

ν — viscozitatea cinematică a lubrifiantului,

α — înclinarea plăcilor, $\alpha = \dfrac{h_2 - h_1}{2l}$,

$G_{1,2}$ — parametri de viscozitate în film.

d_c, l_c — dimensiunile restrictorului,

P_{1t} — portanța efectivă a lagărului real,

$\mathscr{P}_{1t}$ — portanța lagărului pur hidrostatic echivalent,

P^*_{1t} — portanța lagărului pur hidrodinamic echivalent (regim turbulent caracterizat de $\mathscr{R}e_c$ identic cu cel din cazul real),

P^*_{1l} — portanța lagărului pur hidrodinamic echivalent (regim laminar).

BIBLIOGRAFIE

1. V. N. Constantinescu, *On the influence of inertia forces in hydrostatic turbulent lubrication*, Rev. roum. Sci. techn., Méc. appl., **18**, 2 (1973).
2. M. A. Dumbravă, *Non linear effects due to pressure gradients in turbulent externally-pressurized films*, 2nd Symposium Leeds-Lyon, 1975.
3. M. A. Dumbravă, *Studiul curgerii între doi pereți plani, cu alimentare sub presiune*, în curs de publicare. Bul. I.P.B.
4. P.B. Davies, *A general analysis of multirecess hydrostatic journal bearings*, Proc. Inst. Mech. Eng., 1969—1970, vol. 184, part 1.

CALCULUL HIDRODINAMIC AL LAGĂRULUI RADIAL DE ALUNECARE ECHIPAT CU CUZINET POROS ŞI REZERVOR CIRCULAR ÎNCHIS

de SERGIU IVANCENCO
Institutul politehnic Bucureşti

Extinderea teoriei ungerii hidrodinamice în cazul lagărului radial de alunecare, echipat cu cuzinet poros şi rezervor circular de ulei, începută de autor prin lucrarea [3], este continuată aici prin considerarea în calcul a interdependenţei între presiunea din pelicula portantă de lubrifiant şi presiunea din rezervor. Este pusă astfel în evidenţă îmbunătăţirea performanţelor acestui lagăr ca urmare a închiderii în raport cu mediul înconjurător a rezervorului ce îl echipează, fapt ce împiedică descărcarea în rezervor a presiunii hidrodinamice din lagăr prin intermediul porilor cuzinetului.

După cum este cunoscut şi arătat pe larg în lucrarea [3], calculul hidrodinamic al lagărelor radiale de alunecare, echipate cu cuzineţi poroşi, are la bază, în cazul admiterii ipotezei simplificatoare a „lagărului foarte scurt", ecuaţiile diferenţiale:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{6 \cdot u \cdot \eta}{h^3} \cdot \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} - \frac{12 \cdot k}{h^3} \cdot \frac{\partial p'}{\partial y'}\bigg|_{y'=H} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial z^2} = 0. \tag{2}$$

De asemenea, în scopul determinării vitezei de curgere a lubrifiantului prin peretele poros al cuzinetului se utilizează legea lui Darcy, care, pentru cele trei direcţii ale axelor de coordonate, în cazul unui mediu poros omogen, are forma

$$v'_x = -\frac{k}{\eta} \cdot \frac{\partial p'}{\partial x}\ ;\ v'_y = -\frac{k}{\eta} \cdot \frac{\partial p'}{\partial y'}\ ;\ v'_z = -\frac{k}{\eta} \cdot \frac{\partial p'}{\partial z}. \tag{3}$$

Rezolvarea ecuaţiilor diferenţiale (1) şi (2) în cazul diverselor variante constructive de lagăre radiale de alunecare echipate cu cuzineţi poroşi permite determinarea interdependenţei parametrilor constructivi şi de funcţionare ai acestor lagăre.

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 385–392.

Menţionăm faptul că literatura de specialitate conţine numeroase lucrări dedicate studiului lagărelor radiale de alunecare echipate cu cuzineţi poroşi cu suprafaţă exterioară compactă [1], [2], [4]—[8].

Una din variantele constructive ale lagărului radial de alunecare, echipat cu cuzinet poros, foarte mult utilizată, este înzestrată — ca urmare

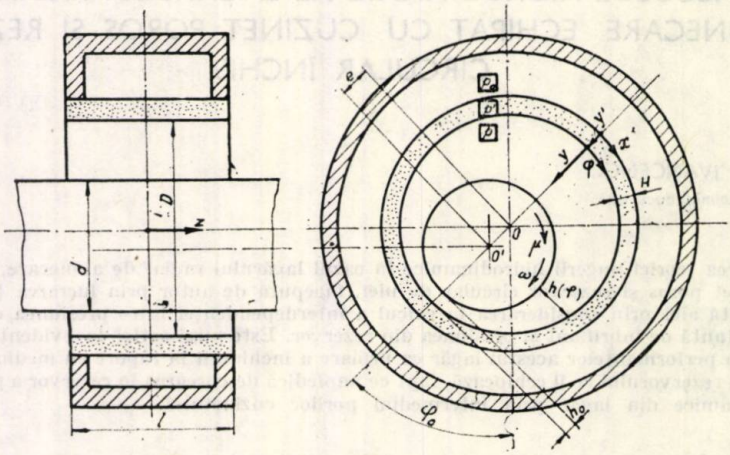


Fig. 1.

a prelucrării corespunzătoare a corpului lagărului — cu un rezervor circular de jur împrejurul cuzinetului conform figurii 1, prin intermediul căruia se poate mări şi reface periodic rezerva de ulei din lagăr [3], [9].

În lucrarea de faţă ne propunem rezolvarea ecuaţiilor diferenţiale (1) şi (2) în cazul lagărului radial de alunecare echipat cu cuzinet poros şi rezervor circular închis în raport cu mediul înconjurător. În acest caz, avînd în vedere grosimea relativ mică a peretelui cuzinetului, este posibilă neglijarea curgerii lubrifiantului prin peretele acestuia pe direcţiile x şi z ale axelor de coordonate în raport cu curgerea pe direcţia y, ceea ce, matematic, se exprimă prin

$$v'_y \gg v'_x = v'_z = 0. \tag{4}$$

De asemenea, în cazul acestei rezolvări, presiunea p_0 din rezervorul circular va fi considerată dependentă de presiunea în interstiţiul fus-cuzinet ca urmare a faptului că acest rezervor este închis, necomunicînd cu exteriorul.

Prin rezolvarea, în condiţia (4), a ecuaţiei diferenţiale (2), se obţine

$$p' = \frac{p - p_0}{H} \cdot y' + p_0. \tag{5}$$

Condiţiile la limită utilizate în această rezolvare au fost:

$$y' = 0 : \; p' = p_0; \; y' = H : p' = p. \tag{6}$$

Prin introducerea expresiei (5) în ecuația diferențială (1), se obține

$$\frac{\mathrm{d}^2 p}{\mathrm{d}z^2} - \left[\frac{12 \cdot k}{H \cdot h^3} \cdot (p - p_0) + \frac{6 \cdot u \cdot \eta}{h^3} \cdot \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x}\right] = 0. \tag{7}$$

În ecuația diferențială (7) se face schimbarea de variabilă :

$$f = \frac{12 \cdot k}{H \cdot h^3} \cdot (p - p_0) + \frac{6 \cdot u \cdot \eta}{h^3} \cdot \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x}. \tag{8}$$

Astfel, ecuația (7) devine

$$\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}z^2} - \lambda \cdot f = 0. \tag{9}$$

unde

$$\lambda = \frac{12 \cdot k}{H \cdot h^3}. \tag{10}$$

Soluția ecuației diferențiale (9) este

$$f_{(z)} = C_1 \cdot \mathrm{ch} \sqrt{\lambda} \cdot z + C_2 \cdot \mathrm{sh} \sqrt{\lambda} \cdot z. \tag{11}$$

Condițiile la limită utilizate pentru determinarea valorilor constantelor C_1 și C_2 sînt :

$$z = 0 : \frac{\partial p}{\partial z} = 0 ; \quad z = \frac{l}{2} : p = 0. \tag{12}$$

În aceste condiții, ținînd seama de notația (8), relația (11) devine :

$$p = \left(\frac{6 \cdot u \cdot \eta}{h^3 \cdot \lambda} \cdot \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} - p_0\right) \cdot \left(\frac{\mathrm{ch} \sqrt{\lambda} \cdot z}{\mathrm{ch} \sqrt{\lambda} \cdot \frac{l}{2}} - 1\right). \tag{13}$$

Prin utilizarea notației (10), a coordonatelor cilindrice conform figurii 1 și a unor mărimi adimensionale, expresia (13) a presiunii din pelicula de lubrifiant, devine :

$$p^* = \left(\frac{6 \cdot \varepsilon \cdot \sin \varphi}{\Phi} + p_0^*\right) \cdot \left(1 - \frac{\mathrm{ch} \sqrt{\frac{\Phi}{(1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi)^3}} \cdot \frac{2 \cdot z}{l}}{\mathrm{ch} \sqrt{\frac{\Phi}{1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi)^3}}}\right). \tag{14}$$

Utilizînd condițiile la limită tip Gumbel-Everling constînd în considerarea existenței unei presiuni hidrodinamice în interstițiul fus-cuzinet

diferite de zero numai în intervalul $(0, \pi)$ de variație al coordonatei φ, se poate obține portanța și unghiul de poziție al fusului în cuzinet pentru lagărul radial de alunecare hidrodinamic echipat cu cuzinet poros și rezervor circular închis:

$$S_0 = \frac{P_0 \cdot \psi^2}{d \cdot l \cdot \eta \cdot \omega}; \quad P_0 = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}; \quad \varphi_0 = \operatorname{arctg} \frac{P_2}{P_1}. \tag{15}$$

Pentru determinarea coeficientului de frecare fluidă se recurge la integrarea, în acest caz, a relației lui Newton și raportarea forței de frecare astfel obținute la portanță, ajungîndu-se în final la relația [2]:

$$\frac{\mu_l}{\psi} = \frac{\pi}{S_0 \cdot \sqrt{1 - \varepsilon^2}} + \frac{\varepsilon}{2} \cdot \sin \varphi_0. \tag{16}$$

Pentru ca folosirea relațiilor (15) și (16) să fie posibilă, este necesară determinarea presiunii din rezervorul circular închis ce echipează lagărul. Deoarece, în acest lagăr, lubrifiantul curge prin porii cuzinetului din interstițiul fus-cuzinet în rezervor sub acțiunea suprapresiunii hidrodinamice existente pe jumătate din circumferința cuzinetului și din rezervor prin porii cuzinetului în interstițiul fus-cuzinet ca urmare a inexistenței unei suprapresiuni hidrodinamice în raport cu presiunea atmosferică pe cealaltă jumătate a circumferinței cuzinetului, condiția utilizată cu scopul determinării presiunii din rezervor este egalitatea cu zero a debitului total de ulei ce străbate întreaga suprafață activă a cuzinetului:

$$2 \cdot \int_0^{2\cdot\pi} \int_0^{\frac{l}{2}} v_y' \Big|_{y'=H} \cdot r \cdot \mathrm{d}\varphi \cdot \mathrm{d}z = 0. \tag{17}$$

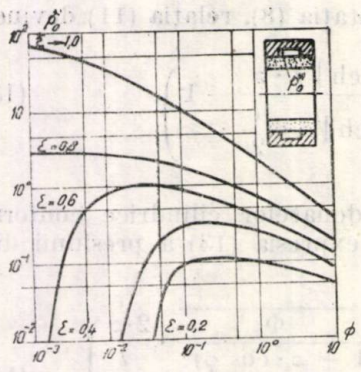


Fig 2.

Prin separarea în cadrul relației (17) a celor două domenii anterior enumerate și prin utilizarea relațiilor (3) și (5), se obține

$$\int_0^{\pi} \int_0^{\frac{l}{2}} p^* \cdot \mathrm{d}\varphi \cdot \mathrm{d}z - \pi \cdot l \cdot p_0^* = 0. \tag{18}$$

Rezolvarea ecuației (18) prin utilizarea relației (14) și a calculatorului electronic permite determinarea presiunii p_0, a cărei variație în raport cu permeabilitatea cuzinetului și cu excentricitatea relativă fus-cuzinet este prezentată în figura 2.

De asemenea, prezentăm în figurile 3 și 4 variația valorii maxime a acestei presiuni și a permeabilității cuzinetului corespunzătoare acestui maxim, în raport cu excentricitatea relativă fus-cuzinet.

Prin utilizarea relațiilor (15) și (16), a datelor obținute prin rezolvarea ecuației (18) și folosind calculatorul electronic, se determină portanța, unghiul de poziție al fusului în cuzinet și coeficientul de frecare fluidă din lagărul radial de alunecare echipat cu cuzinet poros și rezervor

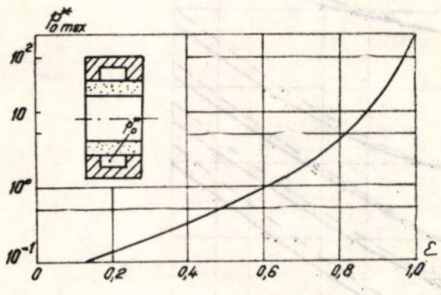


Fig. 3.

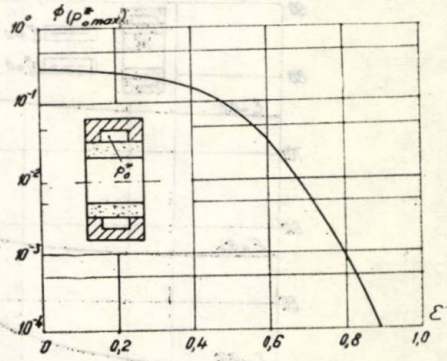


Fig. 4.

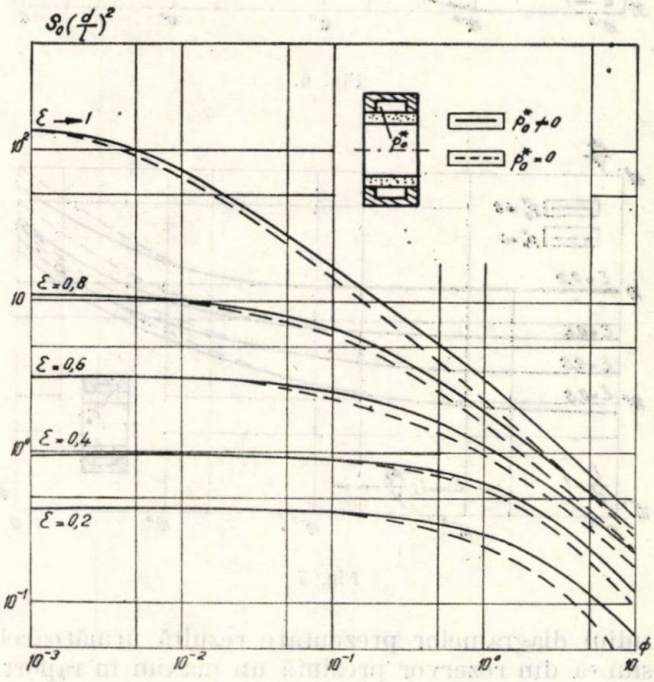


Fig. 5.

circular închis. Variația acestor parametri în raport cu permeabilitatea cuzinetului și excentricitatea relativă fus-cuzinet este prezentată în figurile 5, 6 și 7. În toate aceste diagrame sînt prezentate, pentru comparație,

curbele de variație ale acelorași parametri pentru cazul lagărului radial de alunecare echipat cu cuzinet poros și rezervor circular deschis, caz în care presiunea din rezervor este considerată egală cu presiunea atmosferică [3].

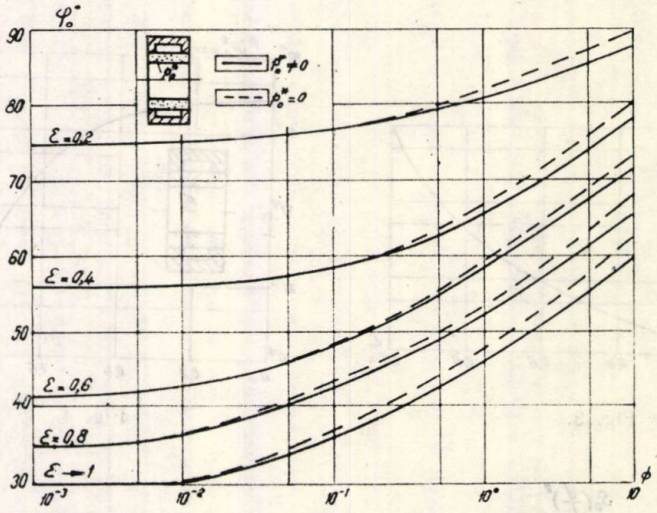


Fig. 6.

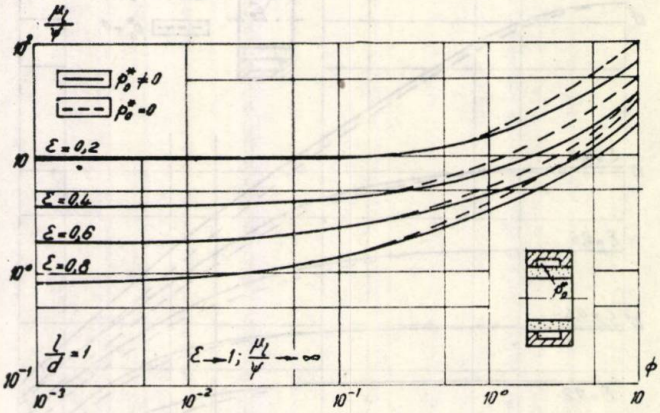


Fig. 7.

Din studiul diagramelor prezentate rezultă următoarele concluzii:

— Presiunea din rezervor prezintă un maxim în raport cu permeabilitatea cuzinetului. Odată cu creșterea excentricității relative fus-cuzinet presiunea din rezervor crește, maximul acesteia deplasîndu-se spre permeabilități ale cuzinetului mici.

— Portanța scade o dată cu creșterea permeabilității cuzinetului și scăderea excentricității relative fus-cuzinet. La excentricități relative

fus-cuzinet mari, scăderea portanței ca urmare a creșterii permeabilității cuzinetului este mai accentuată.

Remarcăm faptul că, spre deosebire de cazul lagărului hidrodinamic radial echipat cu cuzinet compact [2], portanța are valoare finită pentru valoarea 1 a excentricității relative fus-cuzinet.

— Închiderea, în raport cu mediul înconjurător, a rezervorului circular, are ca urmare creșterea portanței lagărului, fapt scos în evidență cu ajutorul diagramei din figura 8. Această creștere se manifestă cu atît mai puternic cu cît permeabilitatea cuzinetului este mai mare.

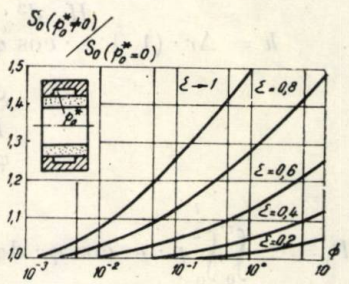


Fig. 8.

— Unghiul dintre direcția portanței și linia centrelor fus-cuzinet crește o dată cu creșterea permeabilității cuzinetului și scăderea excentricității relative fus-cuzinet. Valoarea acestui unghi scade ca urmare a închiderii în raport cu mediul înconjurător a rezervorului, cu atît mai mult cu cît permeabilitatea cuzinetului este mai mare.

— Coeficientul de frecare fluidă crește o dată cu creșterea permeabilității cuzinetului, scăderea excentricității relative fus-cuzinet și scăderea raportului l/d. Valoarea acestui coeficient de frecare scade ca urmare a închiderii în raport cu mediul înconjurător a rezervorului, cu atît mai mult cu cît permeabilitatea cuzinetului este mai mare.

NOTAȚII UTILIZATE

p — presiunea în pelicula de lubrifiant;
p' — presiunea în peretele cuzinetului poros;
u — viteza relativă fus-cuzinet;
η — viscozitatea dinamică a lubrifiantului;
h — grosimea peliculei de lubrifiant;
k — coeficientul de filtrație al materialului cuzinetului;
H — grosimea peretelui cuzinetului;
x, y, y', z — variabilele sistemului de coordonate;
v'_x, v'_y, v'_z — componentele vitezei de curgere a lubrifiantului prin mediul poros;

$$p^* = \frac{p \cdot \psi^2}{2 \cdot \omega} \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^2$$ — presiunea adimensională în pelicula de lubrifiant;

$$p_0^* = \frac{p_0 \cdot \psi^2}{\eta \cdot \omega} \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^2$$ — presiunea adimensională în rezervorul circular închis;

d — diametrul fusului;
l — lungimea cuzinetului;
ω — viteza unghiulară a fusului;

$\psi = \frac{\Delta r}{r}$ — jocul relativ fus-cuzinet;

$\varepsilon = \frac{e}{\Delta r}$ — excentricitatea relativă fus-cuzinet;

$\Delta r = R - r$ — jocul fus-cuzinet (diferența între razele cuzinetului și fusului);

$\Phi = \frac{24 \cdot k \cdot l^2}{H \cdot d^3 \cdot \psi^3}$ — permeabilitatea cuzinetului;

$h = \Delta r \cdot (1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi)$ — relația geometrică dintre grosimea peliculei de lubrifiant și jocul fus-cuzinet;

S_0 — portanța adimensională Sommerfeld;

P_0 — portanța;

φ_0 — unghiul dintre direcția portanței și linia centrelor fus-cuzinet;

$P_1 = 2 \cdot \int_0^{\pi} \int_0^{\frac{l}{2}} p \cdot r \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi \cdot dz$ — componenta portanței pe direcția liniei centrelor fus-cuzinet;

$P_2 = 2 \cdot \int_0^{\pi} \int_0^{\frac{l}{2}} p \cdot r \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi \cdot dz$ — componenta portanței pe direcția perpendiculară pe linia centrelor fus-cuzinet.

Primită la redacție la 19 septembrie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. A. Cameron, V. T. Morgan, A. E. Stainsby, *Critical condition for hydrodynamic lubrication of porous metal bearings*, The Inst. of. Mech. Engng., Lubric. and Wear groop, London, 1962.
2. A. Cameron, *Basic lubrication theory*, Longman, 1970, cap. 11, p. 134—138.
3. S. Ivancenco, *Calculul hidrodinamic al lagărului radial de alunecare echipat cu cuzinet poros și rezervor circular deschis*, St. cerc. mec. apl., *4* (1977).
4. V. T. Morgan, A. Cameron, *Mechanism of lubrication in porous metal bearings*, Conf. of lubric. and wear, Inst. of Mech. Engng., London, 1957, Paper 89, p. 151—157.
5. A. D. Moskov, *Poristie antifricționie materiali*, Izd. Mașinostroienie, Moskva, 1968.
6. P.R.K. Murti, *Hydrodynamic lubrication of short porous bearings*, Wear, **19**, *1*, 17—25 (1972).
7. P.R.K. Murti, *Lubrication of narow porous bearings with arbitrary wall thickness*, Journal of Lubric. Techn. ASME Trans., October 1973, p. 511—517.
8. C. A. Rhodes, W. T. Rouleau, *Hydrodynamic lubrication of narow porous metal bearing with sealed ends*, Wear, **8**, *6*, 474—486 (1965).
9. * * * *Tribology handbook* edited by Neale M.J., Butterworth, London 1973, Cap. A 8 (Porous metal bearings, by Morgan V.T.).

PARAMETRII TEHNOLOGICI OPTIMI PENTRU OBȚINEREA UNOR EFICIENȚE MĂRITE LA OPERAȚIILE DE FISURARE

T. OROVEANU și AL. D. STAN
Institutul de petrol și gaze — Ploiești

Pentru stimularea afluxului de petrol spre sonde, îndeosebi la zăcămintele cu permeabilitate mică, se practică fisurarea hidraulică a stratelor productive. La unele dintre aceste zăcăminte, s-a dovedit existența unor fisuri naturale despre care se presupune că au fost extinse prin operațiile de fisurare anterioare. Pentru aceste fisuri deschise în blocurile poroase, s-a efectuat un calcul prin care se determină eficiența lor, definită ca raport între permeabilitatea blocului fisurat și cea a celui nefisurat. S-a pus astfel în evidență contribuția grupelor de parametri geologofizici ai stratelor (grosime, permeabilitate, adîncime) și tehnologici (debit de pompare, presiune, regim de curgere) asupra operațiilor de fisurare. În situația pompării fluidului de fisurare prin țevile de extracție, există o anumită valoare a debitului de injecție care face maximă eficiența operațiilor de fisurare. Rezultatele din tehnica de șantier concordă foarte bine cu cele obținute teoretic.

1. EFICIENȚA UNEI FISURI ÎNTR-UN BLOC POROS

Eficiența operațiilor de fisurare a fost scopul final la aproape toate cercetările efectuate [2], [4], [5], [7], [8], [9]. În unele lucrări, s-a analizat separat contribuția fiecărui parametru asupra eficienței operației. Cele mai frecvente analize care apar în literatură se referă la concentrația în agent de susținere [3], [4], [8] și la vîscozitatea fluidului utilizat la operație [4], [12], [13]. Din punct de vedere al elementelor geometrice ale fisurilor formate, mai multe lucrări se ocupă cu aria și deschiderea fisurilor [11], [14]. Un alt grup de cercetări tratează problema debitului de injecție în strat [4], [7], [9]. Dacă se imaginează că fiecare sistem de fisuri existente într-un zăcămînt fisurat formează o fisură echivalentă din punct de vedere hidrodinamic prin care produce sonda, se poate calcula eficiența acestei fisuri. Prin fisură echivalentă a unui sistem se înțelege acea fisură prin care curge un debit egal cu cel din întreg sistemul la aceeași cădere de presiune. Considerarea fisurii echivalente la întreg blocul poros prezintă avantajul că se poate pune în evidență contribuția fiecărui element tehnologic (debit de pompare, presiune diferențială) și geologo-fizic al stratului (grosime, permeabilitate) sau a elementelor fisurii echivalente (deschidere). Aceste elemente sînt în parte cunoscute, ca de exemplu grosimea stratului, iar o altă parte, de pildă fisura echivalentă, s-ar putea determina cu ușurință, dacă se cunoaște sistemul de fisuri din strat. Alți parametri (permeabilitatea stratului) sînt destul de variabili și, din acest motiv, un calcul chiar calitativ, similar cu cel din lucrare, poate conduce la îmbunătățirea operațiilor de fisurare. Fisura echivalentă este imagi-

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 393–402.

nată ca fiind practicată la mijlocul stratului supus fisurării. Indicatorul care a fost calculat pentru fiecare fisură echivalentă-strat fisurat a fost eficiența sistemului astfel definit ca raport între permeabilitatea acestuia și permeabilitatea blocului poros. Calculul a fost efectuat cu ajutorul unui program rulat pe calculatorul FELIX C – 256.

Pentru a cunoaște exact influența fiecărui parametru, s-a considerat că fluidul care se mișcă prin fisură are vîscozități și regimuri de curgere diferite. De asemenea, s-a considerat variabilă presiunea diferențială care face posibilă curgerea în strat. S-a admis că simultan cu mișcarea fluidului prin fisură are loc și o filtrare a acestuia prin pereții fisurii; viteza de filtrare s-a calculat cu relația

$$v = -\frac{k_s}{\mu}\frac{\partial p}{\partial y}. \tag{1}$$

Gradientul de presiune $\frac{\partial p}{\partial y}$ s-a considerat variabil de-a lungul fisurii și a fost calculat în fiecare punct ca diferență dintre presiunea din fisură și cea din strat, raportată la semigrosimea stratului supus fisurării. Presiunea diferențială exercitată de la fisură către strat depinde de pierderile de presiune prin frecări și de cantitatea de fluid filtrată prin pereții fisurii. Cu μ s-a notat vîscozitatea dinamică a fluidului și cu k_s permeabilitatea blocului nefisurat.

Pentru tronsonul de fisură notat cu indicele $(i + 1)$ presiunea diferențială $(p_d)_{i+1}$ s-a calculat, față de presiunea diferențială de pe tronsonul i, $(p_d)_i$, din relația

$$(p_d)_{i+1} = (p_d)_i - \Delta p, \tag{2}$$

unde Δp reprezintă pierderea de presiune prin frecări calculată cu relațiile utilizate în altă lucrare [10].

Viteza medie de curgere pe tronsonul $(i + 1)$ rezultă din relația

$$(U_{med})_{i+1} = (U_{med})_i - \frac{\Delta l}{w} v, \tag{3}$$

unde prin Δl s-a notat lungimea unui tronson de fisură, care a fost luată egală cu 1 cm, iar prin w semi-deschiderea fisurii.

Gradientul de presiune $\frac{\partial p}{\partial y}$ s-a calculat pentru tronsonul $(i + 1)$ cu relația

$$\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{i+1} = \frac{(p)_{i+1}}{H}, \tag{4}$$

H fiind semigrosimea stratului. Programul întocmit a calculat lungimea fisurii formate și eficiența acesteia în blocul poros considerat. S-a admis

drept lungime a fisurii, l_1 (fig. 1), distanța măsurată de la începutul blocului poros pînă în punctul în care presiunea diferențială dintre fisură și bloc devine nulă sau distanța pînă la punctul unde viteza medie de curgere este egală cu zero. Dacă nu este îndeplinită nici una din aceste condiții, atunci blocul poros este fisurat pe întreaga lungime $(l_1 + l_2)$ care a fost luată de 100 m, valoare ce reprezintă distanța medie dintre două sonde de pe un zăcămînt petrolier. Acest raționament este plauzibil în ipoteza existenței unor fisuri inițiale, sau în cazul operațiilor de refisurare hidraulică.

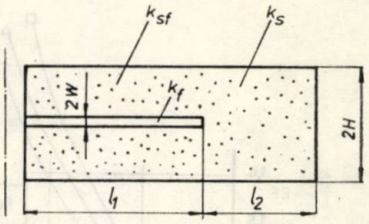


Fig. 1

În condițiile existente într-un șantier petrolier unde fisurarea hidraulică este principala metodă de intensificarea afluxului de petrol și are o aplicabilitate mare, presupunerea că fisura are o anumită deschidere și lungime este bine întemeiată deoarece la aproape toate sondele de pe zăcămînt, cu excepția celor noi puse în producție, se fac refisurări. Numărul de operații de fisurare executate pentru prima dată este mult mai mic față de cele care reprezintă refisurări. De exemplu, în anul 1974, în șantierul unde s-a efectuat analiza, s-au executat 91 fisurări și 297 refisurări. Tot pentru același zăcămînt, din indicațiile obținute în timpul forajului (pierderi de fluid) și în decursul exploatării (valoarea mai mare a permeabilității efective decît cea absolută, segregarea rapidă a gazelor și canalizarea fluidelor injectate) s-a tras concluzia că roca magazin este fisurată. Un alt element care pledează pentru existența unor fisuri formate este gradul pronunțat de cutare al structurii precum și faptul că în majoritatea cazurilor obținerea afluxului de fluide din intervalele perforate, în timpul probelor de producție, a fost posibilă numai după fisurare hidraulică a formației. Permeabilitatea fisurii k_f s-a calculat cu relația [6]

$$k_f = \frac{10^8 \cdot (2w)^2}{12}, \tag{5}$$

care k_f se exprimă în Darcy dacă w este exprimat în centimetri. Blocul poros de permeabilitate k_s are pe prima porțiune permeabilitatea k_{sf} a cărei valoare s-a obținut din relația

$$k_{sf} = \frac{w \cdot k_f + H \cdot k_s}{H}, \tag{6}$$

unde din cauza valorii mici a lui w față de cele ale lui H, s-a utilizat egalitatea aproximativă

$$H + w = H. \tag{7}$$

Cea de-a doua parte a blocului poros, împreună cu prima lui parte, formează două strate de permeabilitate k_{sf} și k_s care dau o valoare medie

$$k_m = \frac{l_1 + l_2}{\frac{l_1}{k_{sf}} + \frac{l_2}{k_s}}. \tag{8}$$

Raportul dintre k_m și k_s se numește în această lucrare coeficient de eficiență sau eficiența fisurii și se notează cu EF. Valorile eficienței fisurii în funcție de presiunea diferențială de la începutul fisurii și în funcție de R, numărul lui Reynolds la începutul fisurii, sînt reprezentate în figura 2 și în figura 3.

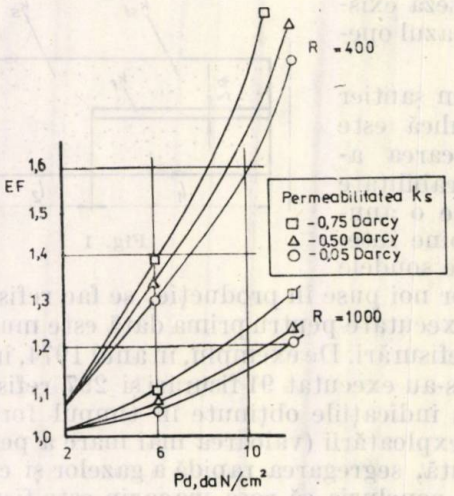


Fig. 2

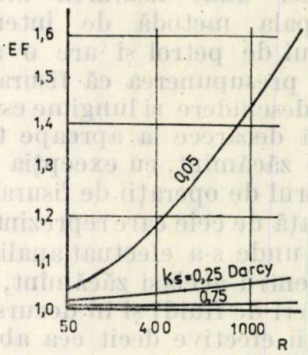


Fig. 3

Se observă că odată cu creșterea presiunii diferențiale și a numărului lui Reynolds de la începutul fisurii, coeficientul EF crește.

2. CORELAREA REZULTATELOR DIN TEHNICA DE ȘANTIER CU CELE TEORETICE

Urmărirea rezultatelor dintr-un șantier din țara noastră a confirmat pe cele obținute mai înainte. În figura 4 sînt date valorile coeficientului EF în funcție de pierderile de presiune prin frecări Δp, obținute la 50 operații de fisurare. Se observă că, odată cu creșterea lui Δp, valoarea lui EF scade.

În figura 5 este reprezentată valoarea creșterii debitului G, obținută ca urmare a operației de fisurare, raportată la unitatea de strat fisurată, în funcție de debitul de pompare, $Q1$ raportat tot la unitatea de strat fisurată.

A fost necesar să se introducă debitul de pompare raportat la unitatea de strat fisurată deoarece grosimile efectiv fisurate în tehnica de șantier au avut valori care au variat în limite foarte mari. După cum se observă, coeficientul G ca și EF, au avut valori mai mari dacă debitul de pompare a fost mai mare. Tendința de creștere a coeficienților EF și

G odată cu creșterea debitului de pompare se explică prin aceea că odată cu creșterea debitului se măresc pierderile de presiune prin frecări ceea ce conduce la micșorarea presiunii diferențiale pe strat,iar pe de altă parte creșterea debitului de pompare crește plusul de debit G pe unitatea de strat fisurată.

Aceste două tendințe pe care le are debitul de pompare asupra eficienții unei operații conduce la concluzia că puterea hidraulică la nivelul stratului de fisurare este un parametru de care depinde eficacitatea operațiilor. Puterea hidraulică se definește prin relația

$$P = Q \cdot p, \qquad (9)$$

unde Q este debitul de injecție, iar p presiunea la nivelul stratului situat la adîncimea A. Presiunea la nivelul stratului se calculează cu relația

$$p = p_{ag} + \rho g A - \rho \frac{8 Q^2 \lambda}{\pi^2 D^5} A \qquad (10)$$

în care au fost utilizate notațiile :

p_{ag} — presiunea realizată la agregatele de pompare;
ρ — masa specifică a fluidului;
λ — coeficientul de rezistență;
D — diametrul interior al materialului tubular prin care are loc pomparea fluidului.

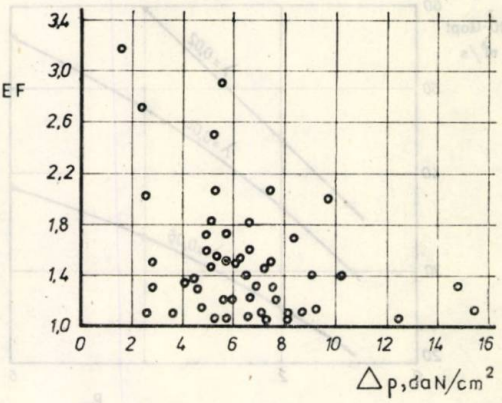


Fig. 4

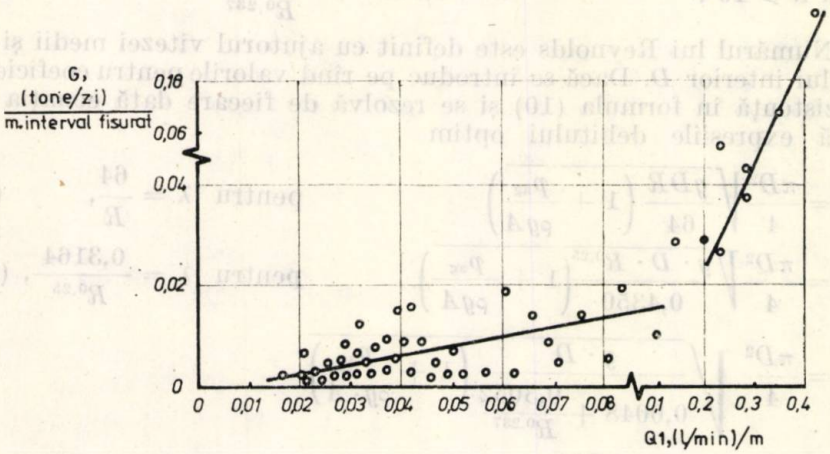


Fig. 5

3. POSIBILITĂȚI DE OPTIMIZARE A DEBITULUI DE POMPARE

În ipoteza că valoarea coeficientului λ din formula (10) nu depinde de Q, situație în care nu depinde nici de numărul lui Reynolds, valoarea lui Q pentru care puterea hidraulică este maximă rezultă din ecuația

$$\frac{dP}{dQ} = 0. \tag{11}$$

În urma calculelor se obține

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{(p_{ag} + \rho g A)\pi^2 D^5}{24\,\rho\lambda A}}. \tag{12}$$

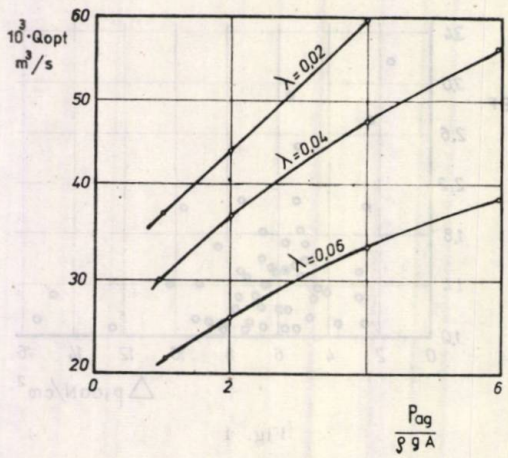


Fig. 6

În figura 6 se redă, pentru mai multe valori ale coeficientului λ, debitul care face maximă puterea hidraulică la nivelul stratului notat cu Q_{opt} în funcție de presiunea adimensională $p_{ag}/(\rho g A)$ pentru această situație.

În general, coeficientul λ depinde de numărul lui Reynolds, R și de Q. Relațiile de calcul pentru λ în funcție de numărul Reynolds sînt

pentru $R < 3\,000$, $$\lambda = \frac{64}{R} \tag{13'}$$

pentru $3\,000 \leqslant R < 10^5$, $$\lambda = \frac{0{,}3164}{R^{0{,}25}}, \tag{13''}$$

pentru $R \geqslant 10^5$, $$\lambda = 0{,}0032 + \frac{0{,}221}{R^{0{,}237}}. \tag{13'''}$$

Numărul lui Reynolds este definit cu ajutorul vitezei medii și diametrului interior D. Dacă se introduc pe rînd valorile pentru coeficientul de rezistență în formula (10) și se rezolvă de fiecare dată ecuația (11) rezultă expresiile debitului optim

$$Q_{opt} = \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{gDR}{64}\left(1 + \frac{p_{ag}}{\rho g A}\right)} \qquad \text{pentru } \lambda = \frac{64}{R}, \tag{14'}$$

$$Q_{opt} = \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{g \cdot D \cdot R^{0{,}25}}{0{,}4350}\left(1 + \frac{p_{ag}}{\rho g A}\right)} \qquad \text{pentru } \lambda = \frac{0{,}3164}{R^{0{,}25}}, \tag{14''}$$

$$Q_{opt} = \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{g \cdot D}{0{,}0048 + \frac{0{,}3052}{R^{0{,}237}}}\left(1 + \frac{p_{ag}}{\rho g \cdot A}\right)}$$

pentru $\lambda = 0{,}0032 + \frac{0{,}221}{R^{0{,}237}}$. (14''')

Valorile lui Q_{opt} în funcție de raportul $p_{ag}/(\rho\, gA)$ și de numărul lui Reynolds pentru trei valori ale diametrului țevilor de extracție, folosite în mod frecvent la operații, sînt prezentate în figura 7. Calculele au fost efectuate pe un calculator electronic FELIX C—256.

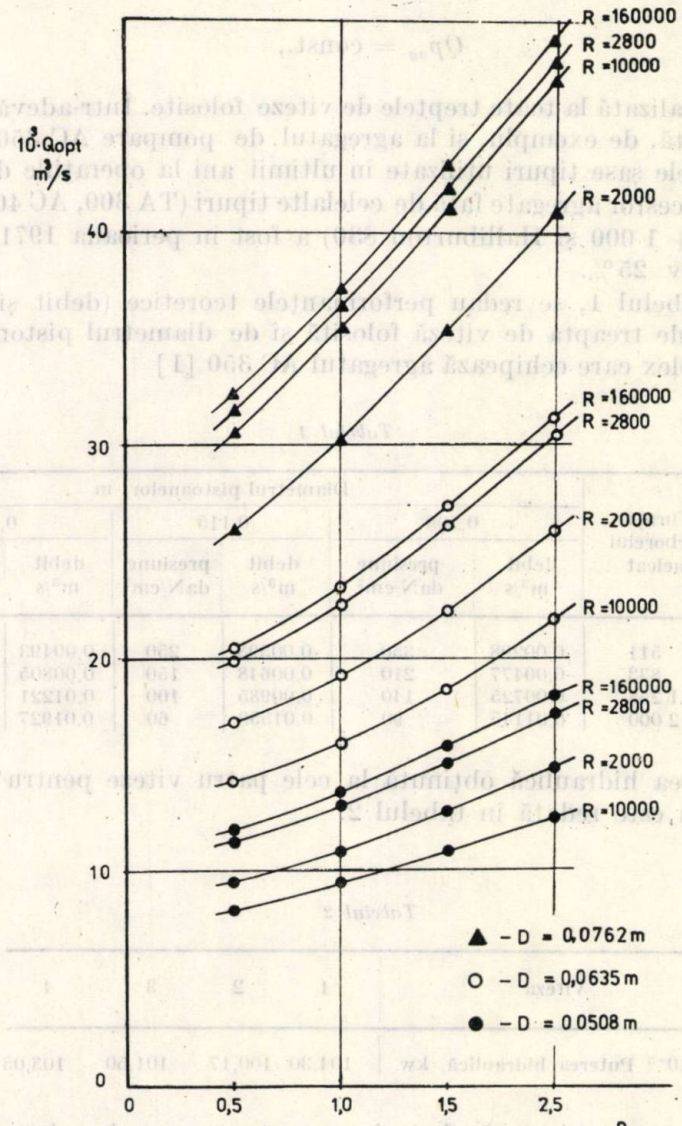


Fig. 7

Valoarea debitului optim depinde de mărimea coeficientului λ de valoarea raportului $p_{ag}/(\rho gA)$ și de diametrul interior D al materialului tubular prin care se efectuează pomparea fluidului de fisurare de către agregatele de pompare.

Agregatele sînt construite pentru a realiza o putere constantă la arborele motor și din acest motiv între cei doi parametri, debitul Q și presiunea de pompare p_{ag}, există relația

$$Qp_{ag} = \text{const.}, \tag{15}$$

care este realizată la toate treptele de viteze folosite. Într-adevăr, această relație există, de exemplu, și la agregatul de pompare AC 350, care este unul din cele șase tipuri utilizate în ultimii ani la operațiile de fisurare. Ponderea acestor agregate față de celelalte tipuri (TA 300, AC 400, AC 500, ACF 700 + 1 000 și Halliburton 830) a fost în perioada 1971—1977 de aproximativ 25%.

În tabelul 1, se redau performanțele teoretice (debit și presiune) în funcție de treapta de viteză folosită și de diametrul pistonului de la pompa duplex care echipează agregatul AC 350 [1]

Tabelul 1

Viteza	Turația arborelui melcat	Diametrul pistoanelor, m					
		0,100		0,115		0,177	
		debit m^3/s	presiune daN/cm²	debit m^3/s	presiune daN/cm²	debit m^3/s	presiune daN/cm²
1	511	0,00298	350	0,00398	250	0,00493	200
2	833	0,00477	210	0,00648	150	0,00805	120
3	1 268	0,00725	140	0,00985	100	0,01221	80
4	2 000	0,01145	90	0,01558	60	0,01927	30

Puterea hidraulică obținută la cele patru viteze pentru diametrul de 0,100 m este redată în tabelul 2.

Tabelul 2

Viteza	1	2	3	4
10^{-3} Puterea hidraulică, kw	101,30	100,17	101,50	103,05

Utilizarea unui număr de trei sau șapte agregate la cele patru trepte de viteze realizează un debit și un raport dintre presiunea agregatelor și trei adîncimi ale stratului de 1200, 1000 și 800 m așa cum se prezintă în figura 8 pentru cele patru trepte de viteze ale agregatelor. Pe aceeași figură se prezintă și debitele considerate optime, calculate cu relațiile (14′), (14″), (14‴) pentru țevile de extracție cu diametrul 0,0635 m în funcție de numărul lui Reynolds. Indicat ar fi ca pentru situațiile prac-

tice (adîncimea stratului) să se aleagă parametrii hidrodinamici și tehnologici de pompare (numărul lui Reynolds, numărul de agregate, treapta de viteză) care apar din intersecțiile celor două familii de curbe. Se observă că pentru un număr mare de agregate utilizate la operația și la viteze superioare de lucru, debitul realizat este cu mult mai mare decît cel optim

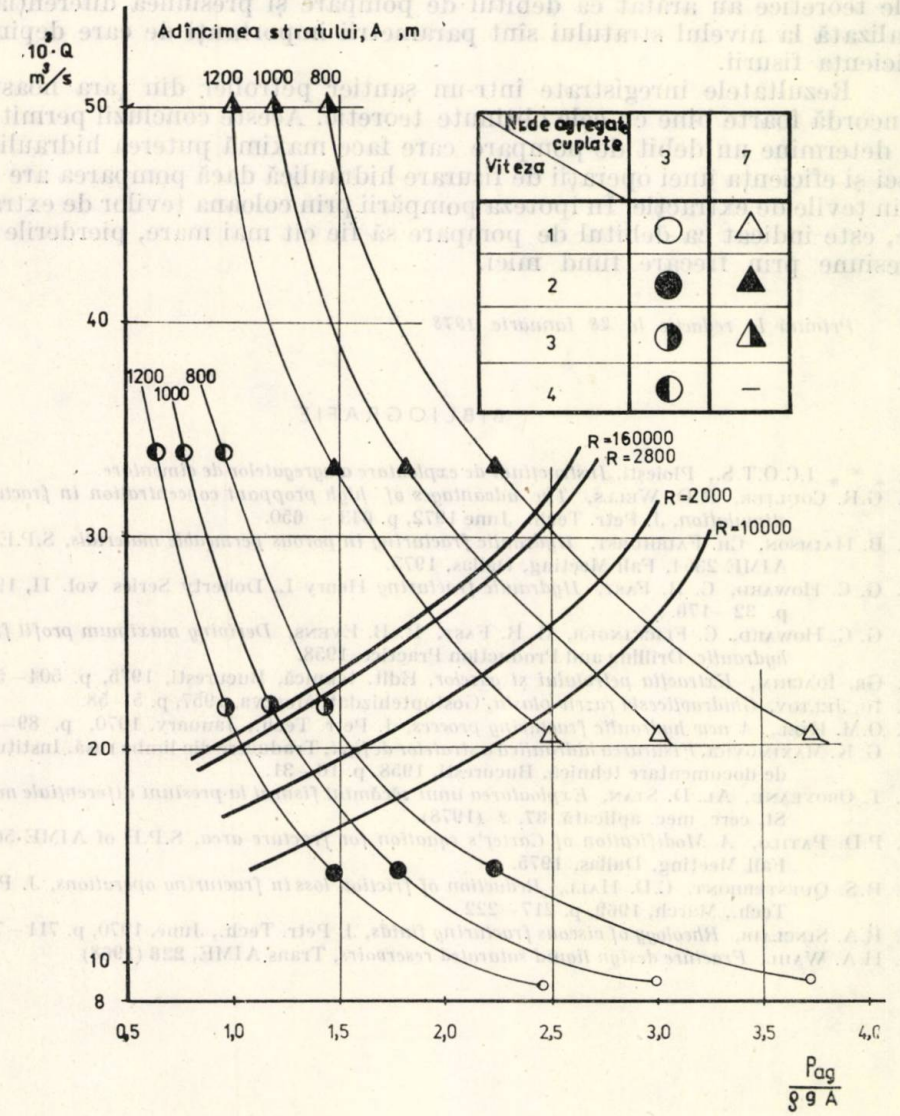


Fig. 8

și din acest motiv este indicat ca în asemenea situații pomparea fluidului să se efectueze prin coloana de exploatare, deoarece prin aceasta pierderile de presiune prin frecare sînt mult mai mici decît prin țevile de extracție.

4. CONCLUZII

Presupunerea că o sondă ce exploatează un zăcămînt fisurat produce printr-o fisură echivalentă face posibilă o analiză a fiecărui parametru de care depinde eficiența fisurii practice în blocul poros. Rezultatele teoretice au arătat că debitul de pompare și presiunea diferențială realizată la nivelul stratului sînt parametrii importanți de care depinde eficiența fisurii.

Rezultatele înregistrate într-un șantier petrolier din țara noastră concordă foarte bine cu cele obținute teoretic. Aceste concluzii permit să se determine un debit de pompare care face maximă puterea hidraulică, deci și eficiența unei operații de fisurare hidraulică dacă pomparea are loc prin țevile de extracție. În ipoteza pompării prin coloana țevilor de extracție, este indicat ca debitul de pompare să fie cît mai mare, pierderile de presiune prin frecare fiind mici.

Primită la redacție la 28 ianuarie 1978

BIBLIOGRAFIE

1. * * * I.C.O.T.S., Ploiești, *Instrucțiuni de exploatare a agregatelor de cimentare.*
2. G.R. Coulter, R.D. Wells, *The advantages of high proppant concentration in fractures stimulation*, J. Petr. Tech., June 1972, p. 643 — 650.
3. B. Haimson, Gh. Fairhurst, *Hydraulic fracturing in porous permeable materials*, S.P.E. of AIME 2354, Fall Meeting, Dallas, 1975.
4. G. C. Howard, C. R. Fast, *Hydraulic fracturing* Henry L. Doherty Series vol. II, 1970, p. 32—176.
5. G. C. Howard, C. Flickinger, C. R. Fast, R. B. Evens, *Deriving maximum profit from hydraulic*, Drilling and Production Practice, 1958.
6. Gr. Ioachim, *Extracția petrolului și gazelor*, Edit. tehnică, București, 1975, p. 504—505.
7. Iu. Jeltov, *Ghidravliceski razriv plasta*, Gostoptehizdat, Moscva, 1957, p. 5—58.
8. O.M. Kiel, *A new hydraulic fracturing procces*, J. Petr. Tech., January, 1970, p. 89—96.
9. G. K. Maximovici, *Fisurarea hidraulică a stratelor de țiței*, Traducere din limba rusă, Institutul de documentare tehnică, București, 1958, p. 10—31.
10. T. Oroveanu, Al. D. Stan, *Exploatarea unui zăcămînt fisurat la presiuni diferențiale mari*, St. cerc. mec. aplicată, **37**, 2 (1978).
11. P.D. Patilo, *A Modification of Carter's equation for fracture area*, S.P.E of AIME 5630, Fall Meeting, Dallas, 1975.
12. R.S. Questerhont, C.D. Hall, *Reduction of friction loss in fracturing operations*, J. Petr. Tech., March, 1969, p. 217—222.
13. R.A. Sinclair, *Rheology of viscous fracturing fluids*, J. Petr. Tech., June, 1970, p. 711—719.
14. H.A. Wahl, *Fracture design liquid saturated reservoirs*, Trans AIME, **228** (1968).

AUTOMATIZAREA DESCOMPUNERII MECANISMELOR PLANE ÎN GRUPE ASSURICE ELEMENTARE

de I. SZÉKELY, T. MUREŞAN
Institutul politehnic Cluj-Napoca

În lucrare se iau în considerare mecanismele plane static determinate şi care nu conţin grade de libertate de prisos. Pentru automatizarea descompunerii unor asemenea mecanisme, în grupe assurice elementare, se prezintă un algoritm de calcul utilizînd graful asociat al mecanismului. Acest graf permite obţinerea tuturor variantelor de descompunere posibile. Pe parcursul calculelor, utilizatorul poate cere să-i fie prezentate una, mai multe sau toate variantele existente.

Se consideră un mecanism plan format din n elemente (inclusiv cel fix), c_5 cuple cinematice de clasa a cincea (de rotaţie sau translaţie) şi k elemente motoare. Desfacerea automatizată în grupe assurice se va face în următoarea succesiune :

1. Se determină gradul de mobilitate al mecanismului cu formula $M = 3(n - 1) - 2c_5$.

2. Se extrag (se separă), din mecanism, un număr de lanţuri cinematice, care includ elementele motoare şi care totalizează $M + 3$ grade de libertate. Astfel de lanţuri cinematice se numesc lanţuri motoare. În cazul cînd lanţurile motoare nu conţin batiul, înseamnă că toate elementele motoare sînt nelegate de batiu [1], [2], cu precizarea că în astfel de cazuri, batiul intră în mod obligatoriu în componenţa uneia din grupele assurice. Avînd în vedere că grupele assurice se caracterizează prin aceea că ele au totdeauna cuple cinematice marginale (denumite terminale sau exterioare) şi luînd în considerare că aceste grupe nu pot avea elemente marginale, rezultă că lanţurile motoare ce se separă trebuie să conţină elementele terminale, care se leagă de cuplele marginale ale grupelor.

3. Lanţurile cinematice rămase, după separarea lanţurilor motoare, satisfac fiecare în parte (dacă mecanismul este determinat) relaţia $3n - 2c_5 = 0$, deci reprezintă cîte o grupă assurică compusă sau elementară. Grupele assurice compuse se numesc acelea care sînt formate din mai multe grupe assurice elementare, acestea din urmă neputîndu-se descompune în grupe mai simple.

Problema ce se studiază în această lucrare constă în elaborarea unei metode de desfacere a unei grupe compuse în grupe elementare, metodă, care permite efectuarea acestei operaţii prin intermediul maşinilor electronice de calcul. La elaborarea acestei metode se va utiliza graful asociat

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 403–411.

mecanismului, nodurile reprezentînd elemente, iar arcele graiului cuple cinematice. Metodologia şi succesiunea de lucru se va ilustra prin cîteva exemple.

EXEMPLUL 1. Fie dat mecanismul reprezentat în figura 1*a* la care punctul *D* se deplasează pe o dreaptă verticală, iar *M* pe o elipsă a cărei axă mare se suprapune cu batiul *AG*. Graful asociat este dat în figura 1*c*. Conform formulei structurale rezultă $M = 3(8 - 1) - 2.10 = 1$, adică mecanismul are un singur grad de mobilitate, elementul *1* fiind considerat conducător. Pe baza celor expuse mai sus, se separă lanţul motor format

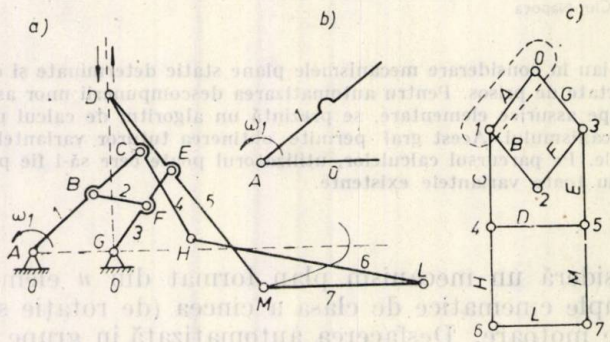


Fig. 1

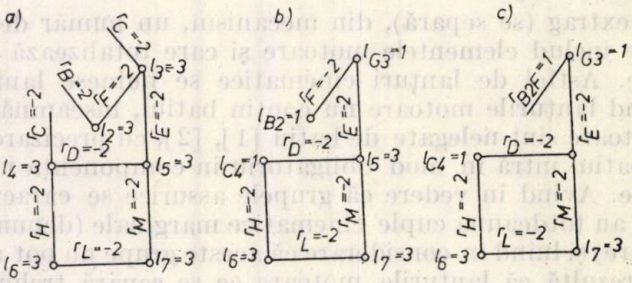


Fig. 2

din elementele *0*, *1* şi cupla cinematică dintre ele, notată cu *A*, (fig. 1*b*) subgraful corespunzător fiind scos în evidenţă în figura 1*c* prin linii punctate. Lanţul motor *OA*1 fiind format din două elemente şi o cuplă are gradul de libertate $L = 3.2 - 2 = 4 = M + 3$ (unde $M = 1$ este gradul de mobilitate al mecanismului studiat). Lanţul cinematic rămas după ce s-a efectuat separarea lanţului motor *OA1* are graful asociat reprezentat în figura 2*a* şi gradul de mobilitate $M = 3.6 - 2.9 = 0$, deci formează o grupă assurică. În acest graf nodurile reprezintă gradele de libertate ale elementelor, notate cu l_i (unde $i = 1, 2, 3, \ldots$), iar arcele indică restricţiile impuse în mişcările relative ale elementelor de cuplele cinematice, notate cu r_x(unde $x = B, C, D, \ldots$).

Avînd în vedere că elementele în plan au trei grade de libertate rezultă că $l_2 = l_3 = \ldots = l_7 = 3$. Luînd în considerare că în mecanismele studiate toate cuplele cinematice sînt de clasa a cincea, ele impun două restricții în mișcările relative ale elementelor, adică $r_x = -2$.

Cuplele marginale ale grupei assurice compuse, din figura 2*a* sînt *B*, *C* și *G* (vezi și graful din figura 1*c*). Avînd în vedere că fiecare din aceste cuple cinematice introduc două restricții în mișcările relative ale elementelor *2*, *4*, respectiv *3* ale grupei assurice, față de elementele terminale *0* și *1* aparținînd lanțului motor, rezultă că lanțurile cinematice formate din cupla *C* și elementul *4* (notat cu *C4*), cupla *B* și elementul *2* (notat cu *B2*), respectiv cupla *G* și elementul *3* (notat cu *G3*) au fiecare gradul de mobilitate $l_{C4} = l_{B2} = l_{G3} = 1$. Prin urmare, nici unul din aceste lanțuri nu formează grupă. Pe de altă parte, se poate afirma că fiecare cuplă marginală a grupei compuse, împreună cu elementul de care se leagă va intra în mod obligatoriu în componența aceleiași grupe elementare. Acest fapt se marchează prin transformarea grafului din figura 2*a* în graful din figura 2*b*, unde nodurile la care s-au redus cuplele marginale reprezintă gradele de libertate ale lanțurilor cinematice obținute. Se observă că graful din figura 2*b* are un singur lanț cinematic terminal, reprezentat prin nodul exterior *B2*, toate celelalte noduri fiind interioare. Lanțul cinematic *B2* se reduce împreună cu cupla *F* la lanțul *B2F* (fig. 2*c*), care are gradul de libertate $r_{B2F} = -1$, deci nici acesta nu formează o grupă. În continuare toate lanțurile cu grad de libertate pozitiv $l_i > 0$ vor fi asociate nodurilor, iar cele cu grad de libertate negativ, $r_x < 0$, se vor asocia arcelor grafului. Astfel, o grupă se va forma întotdeauna prin comasarea unui arc și a unui nod, care împreună au gradul de libertate egal cu zero. Acest fapt este scos în evidență în figura 3*a* unde s-a format grupa elementară *B2F3G*, rămînînd un graf cu o singură cuplă marginală. Cupla cinematică marginală *E* (fig. 3*a*) se reduce la elementul *5* formînd lanțul *E5* cu un singur grad de libertate (fig. 3*b*). Graful din această figură nu mai are nici lanț terminal, adică el este format dintr-un contur închis, unde nodurile reprezintă atît elemente, cît și lanțuri.

Se observă că nodul cu valoarea $l_7 = 3$ este legat de celelalte noduri numai prin două arce $r_M = -2$ și $r_L = -2$. Aceasta înseamnă că elementul *7* se poate lega de alte elemente numai prin două cuple cinematice *M* și *L*, deci trebuie să intre împreună cu acestea în formația uneia și aceleiași grupe elementare. În cazul cînd una din cuple s-ar separa, atunci lanțul cinematic rămas (*M7* sau *L7*) ar avea un element terminal, nepermițînd astfel formarea unei grupe assurice. Avînd un element terminal, nepermițînd astfel formarea unei grupe assurice. Avînd în vedere că lanțul cinematic *L7M* are gradul de libertate $r_{L7M} = -1$, după transformări se obține graful din figura 3*c*. Aplicînd raționamentul expus mai sus și elementului *6* rezultă că el trebuie să se reducă împreună cu lanțul *L7M* și cupla *H* formînd lanțul cinematic *H6L7M*, care are gradul de mobilitate zero, deci formează o grupă assurică. Se observă că lanțul cinematic rămas *C4D5E* formează de asemenea o grupă assurică. În acest fel grupa compusă, considerată la începutul exemplului, s-a descompus în trei grupe cinematice elementare de clasa a doua.

Analizînd cu atenţie modul de soluţionare al exemplului de mai sus rezultă că în general, la un mecanism plan lanţurile motoare nu pot fi separate de mecanism arbitrar. În figura 4 sînt reprezentate principalele configuraţii ale lanţurilor motoare ale mecanismelor plane cu gradul de mobilitate inclus în limitele $1 \leqslant M \leqslant 4$. Elementele motoare sînt marcate cu săgeată, iar elementele care nu intră în lanţ cu linie punctată. Se observă că dacă unul din lanţurile motoare conţine o cuplă marginală (figura 4*d* cupla *C*), aceasta din urmă trebuie în mod obligatoriu să fie legată de un element care nu intră în componenţa lanţurilor motoare, ci face parte integrantă dintr-o grupă assurică. În figura 4*d* un astfel de element este reprezentat cu linii punctate, el trebuind să conţină totdeauna încă cel puţin două cuple, neaparţinînd lanţurilor motoare. În caz contrar, în timpul descompunerii mecanismului în grupe s-ar obţine lanţuri cinematice, care ar avea elemente terminale, deci un astfel de lanţ nu ar putea constitui o grupă assurică. Se menţionează faptul că, de exemplu, lanţul motor din figura 4*f* se poate obţine prin comasarea lanţurilor motoare din figura 4*h*.

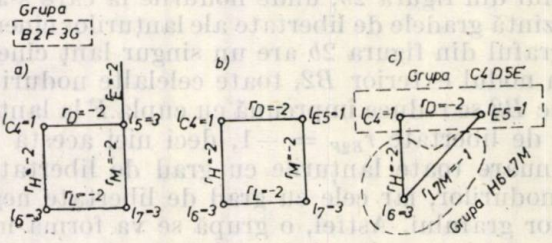


Fig. 3

În mod similar se pot obţine şi alte configuraţii ale lanţurilor motoare pe baza sistematizării date în figura 4, legînd între ele, în toate modurile posibile, lanţurile reprezentate în această figură. Faptul că lanţurile motoare trebuie să conţină, în mod obligatoriu, elemente terminale iese în evidenţă cel mai convingător la mecanismele care conţin elemente notoare, cu mai multe coordonate generalizate, nelegate de batiu. Se subliniază faptul că fiecare cuplă marginală de clasa a cincea a unei grupe assurice, fiind legată de elemente motoare, permite elementului grupei respective să execute doar o singură mişcare relativă în raport cu elementul motor corespunzător, care aparţine lanţului motor. De aici rezultă că un singur element motor *1* cu trei coordonate generalizate (fig. 4*e*) necesită în lanţ trei elemente terminale *2*, *3* şi *4*, care se leagă la cuplele marginale ale grupelor assurice.

După extragerea lanţurilor motoare din mecanism, lanţurile rămase trebuie să aibă fiecare gradul de mobilitate zero, formînd, în general, o grupă compusă. În graful asociat al unei grupe compuse se ataşează iniţial nodurile reprezentînd elementele grupei, valoarea $l_i = 3$, iar arcelor reprezentînd cuplele cinematice ale grupei, valoarea $r_{ij} = -2$. Elementele lanţurilor motoare de care se leagă cuplele marginale ale grupei (în număr de cel puţin două) se vor reprezenta, convenţional, prin noduri de valoare $l_i = 0$. În urma transformărilor aplicate grafului, la momentul dat,

un nod de indice i va reprezenta un lanț cinematic cu grad de libertate nenegativ, $l_i \in \{0, 1, 2, 3\}$, terminat prin elementul i (în rest avînd ca și terminalele numai cuple cinematice), iar un arc $i\,j$ va reprezenta un lanț cinematic legat prin cuple de elementele i și j și va avea gradul de libertate $r_{ij} \in \{-1, -2\}$. Se subliniază faptul că la fiecare moment, pentru orice nod i, este satisfăcută relația $l_i + \sum_j r_{ij} \leqslant 0$, de asemenea pentru orice pereche de noduri i și j este valabilă relația $l_i + r_{ij} + l_j \geqslant 0$. În cele ce urmează, pentru ușurarea expunerii și pentru înlesnirea descompunerii

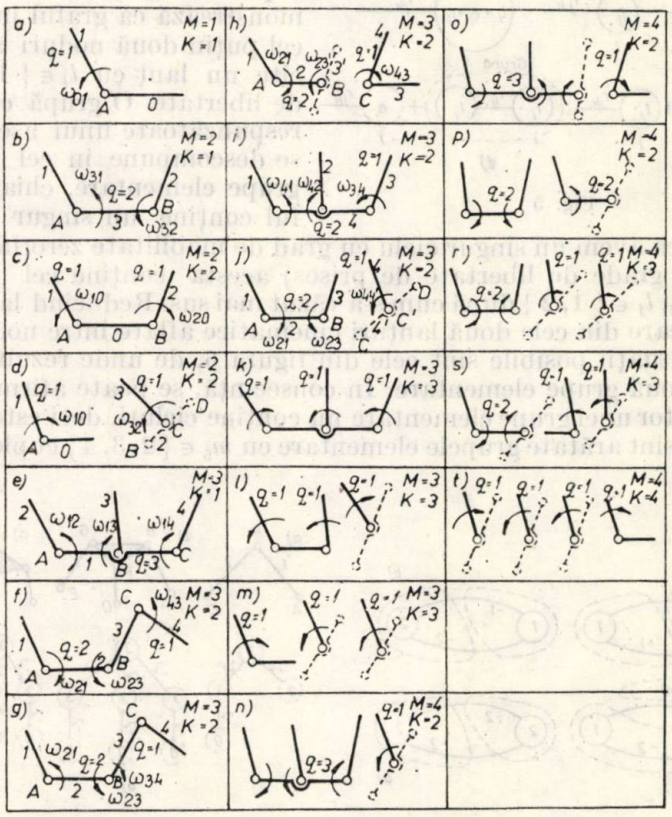


Fig. 4

automatizate, atît nodurile cît și arcele (fiecare din aceștia reprezentînd lanțuri cinematice, care constituie, în general, arbori) se vor introduce și păstra într-un tabel special, care trebuie actualizat după fiecare transformare a grafului. Algoritmul de descompunere a grupei compuse în grupe elementare necesită în primul rînd efectuarea transformărilor care privesc nodurile terminale ale grafului (fig. 5*a*), adică a nodurilor care se leagă numai printr-un arc de un alt nod al grafului. Nodurile pentru care $l_i = 0$ se consideră întotdeauna terminale (ele se notează cu linii punctate).

Din figura 5*a* rezultă că pentru asigurarea unei descompuneri corecte este necesar să se satisfacă relaţiile $l_i + r_{ij} \leqslant 0$, respectiv $l_i + r_{ij} + l_j \geqslant 0$. În cazul inegalităţilor stricte graful din figura 5*a* se transformă într-un graf reprezentat în figura 5*b*. În urma aplicării acestor transformări se obţin în general o parte din grupele elementare căutate şi un graf în care fiecare nod de valoare l_i pozitivă face parte din cel puţin un ciclu (fig. 3*b*). Un astfel de graf corespunde tot unei grupe compuse care (ţinînd seamă de transformările lanţurilor terminale) are la origine cel puţin două cuple marginale. Acest fapt demonstrează că graful în cauză are cel puţin două noduri asociate cu cîte un lanţ cu $l_i \in \{1, 2\}$ grade de libertate. O grupă compusă corespunzătoare unui asemenea graf se descompune în cel puţin două grupe elementare, chiar dacă graful conţine un singur ciclu. Într-adevăr, dacă avem un singur ciclu cu grad de mobilitate zero(fără legături pasive sau grade de libertate de prisos) acesta conţine cel puţin două noduri cu $l_i, l_j \in \{1, 2\}$ după cum s-a văzut mai sus. Reducînd la cîte un singur arc fiecare din cele două lanţuri cinematice aflate între nodurile i şi j, singurele situaţii posibile sînt cele din figura 6, de unde rezultă că avem cel puţin două grupe elementare. În consecinţă, se poate afirma că graful corespunzător unei grupe elementare nu conţine cicluri, deci este un arbore. În figura 7 sînt arătate grupele elementare cu $m_5 \in \{2, 3, 4\}$ cuple marginale

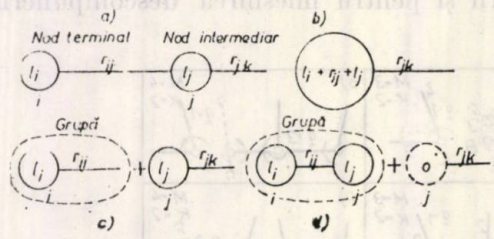


Fig. 5

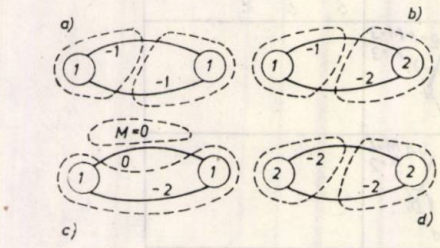


Fig. 6

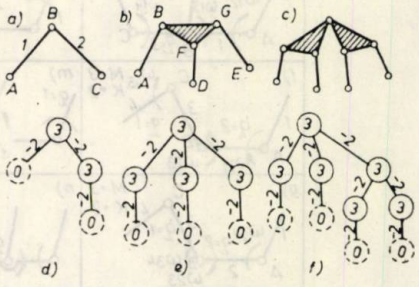


Fig. 7

împreună cu arborii corespunzători. Se observă că trecerea de la o grupă elementară cu m_5 cuple marginale la o grupă elementară cu $m_5 + 1$ cuple marginale se face prin înlocuirea unui lanţ terminal format dintr-un element şi o cuplă (figurile 8*a* şi 8*b*) cu un lanţ terminal echivalent, din punct de vedere al gradelor de libertate, format din trei elemente şi patru cuple (figurile 8*c* şi 8*d*). Din cele spuse rezultă că la grupele elementare există o relaţie între numărul cuplelor marginale m_5 şi numărul n al elementelor grupei sub forma $n = 2\ (m_5 - 1)$. Înlocuind această egalitate în relaţia $c_5 = 3n/2$, care de asemenea caracterizează o grupă, rezultă $c_5 = 3(m_5 - 1)$.

Prin urmare fiind dat numărul m_5 de cuple marginale ale unei grupe elementare se determină atît numărul n de elemente cît și numărul c_5 de cuple cinematice ale unei astfel de grupe. În consecință, se poate afirma că numărul de cuple marginale constituie principalul criteriu de clasificare a grupelor assurice elementare. Urmărind cu atenție figurile 7*b* și 7*c* se observă că în cadrul unei grupe elementare, cel mai lung lanț cinematic liniar (ale cărui elemente se leagă numai la două cuple) este format dintr-un element și două cuple. Singura excepție o constituie grupa la care $m_5 = 2$ (fig. 7*a*), formată dintr-un singur lanț liniar conținînd două elemente și trei cuple. Avînd în vedere faptul că pentru formarea unei grupe compuse, grupele elementare se asociază prin legarea cuplelor marginale ale unei grupe la elementele altei grupe, formînd în punctele de legare lanțuri cinematice ramificate, rezultă că într-o grupă compusă reală pot exista numai lanțuri liniare cu maximum două elemente. Aceste lanțuri se reduc obligatoriu în graful asociat grupei (graf, care nu mai conține lanțuri terminale), fie la o grupă elementară cu $m_5 = 2$ (fig. 8*e*), fie la un arc cu $r_x = -1$ fig. (8*f*). Prin urmare, după transformările corespunzătoare se ajunge totdeauna la un graf la care toate nodurile sînt cuprinse în cicluri fără ca vreun element ($l_i = 3$) să fie conținut într-un lanț liniar.

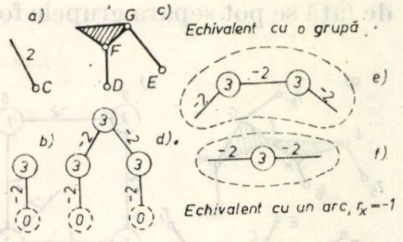


Fig. 8

EXEMPLUL 2. Fie dată grupa din figura 9*a* cu $n = 10$, $c_5 = 15$ și $m_5 = 4$, avînd cuplele marginale T_1, T_5, T_6 și T_{10}. Se observă că această grupă nu satisface relația $n = 2\ (m_5 - 1)$ și nu conține lanț liniar cu peste

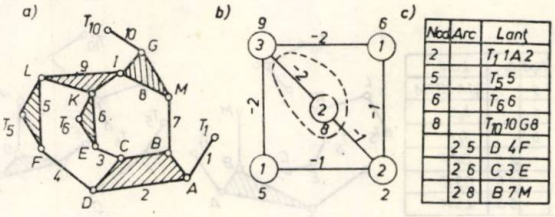


Fig. 9

două elemente, de unde rezultă că este o grupă compusă corect. Faptul că este o grupă compusă îl indică și existența ciclurilor în graful asociat, care în figură nu este reprezentat. Aplicînd acestui graf transformări similare cu cele expuse pînă în prezent se obține graful din figura 9*b* unde nodurilor *2*, *5*, *6*, *8* și arcelor *2 5*, *2 6*, *2 8*, le corespund lanțurile date în tabelul din figura 9*c*. Se observă că dacă s-ar forma o grupă comasînd arcul *2 5*. nodul *2* și arcul *2 6*, atunci ar rezulta o descompunere în două grupe elementare cu trei, respectiv patru cuple marginale (fig. 10*a*). Nu este, însă, nici o garanție că s-a realizat cea mai simplă descompunere

posibilă. Poate există modalităţi de descompunere în mai multe grupe elementare mai simple. În asemenea cazuri, pentru găsirea unor grupe elementare cît mai simple se cercetează, în primul rînd, lanţurile liniare ale grafului. Avînd în vedere că orice nod aparţinînd unui asemenea lanţ are valoarea ataşată $l_i \in \{1, 2\}$, şi cum orice arc are valoarea ataşată $r_{ij} \in \{-1, -2\}$, înseamnă că în fiecare lanţ liniar se poate separa o grupă elementară, micşorînd numai cu unu numărul ciclurilor grafului. În cazul de faţă se pot separa grupele formate prin comasarea nodului *8* cu arcul *8 9*, a nodului *6* cu arcul *2 6*, sau a nodului *5* cu arcul *2 5*. Alegînd grupa formată din nodul *8* şi arcul *8 9*, (*Iδ G10* T_{10}) graful din figura *9b* se transformă în graful din figura *10b*. Se precizează faptul că prin separarea unei grupe, nodul *i* (de care grupa respectivă era legată printr-un arc înainte de separare) trebuie să mai rămînă legat la atîtea arce încît să fie satisfăcută în continuare relaţia $l_i + \sum_j r_{ij} \leqslant 0$ (în cazul de faţă din figura *10b*, rezultă că pentru nodul *9* este valabilă egalitatea $l_9 + r_{96} + r_{95} = 3 - 2 - 2 = -1$).

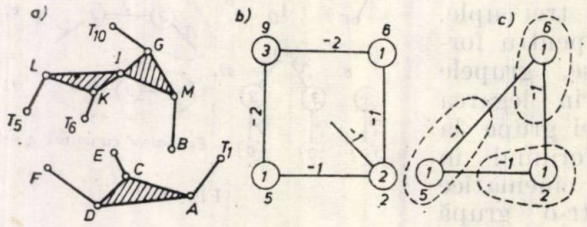
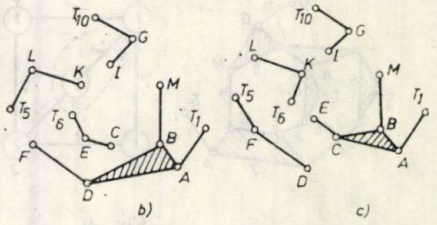


Fig. 10

Reducînd lanţurile terminale ale grafului din figura *10b* se formează graful din figura *10c* cu tabelul corespunzător reprezentat în figura *11a*. Datorită simetriei există două descompuneri posibile (simetria se observă şi pe graful din figura *9b*). Una din descompunerile posibile este scoasă în

Nod	Arc	Lant
2		$T_1$1A2B7M
5		$T_5$5
6		$T_6$6
	25	D4F
	26	C3E
	56	L9K

a)



b) c)

Fig. 11

evidenţă pe graful din figura *10c*, iar grupele assurice elementare obţinute în urma ambelor descompuneri sînt reprezentate în figurile *11b* respectiv *11c*. În cazul cînd iniţial în graful din figura *9b* s-ar fi separat grupa formată din nodul *6* şi arcul *2 6*, sau grupa formată din nodul *5* şi arcul *2 5* s-ar fi obţinut una din grupele assurice elementare reprezentate în figurile *11b* şi *11c*. Din cele expuse rezultă că cea mai simplă descompunere a grupei compuse din figura *9a* constă din trei grupe elementare la care $m_5 = 2$ şi o grupă caracterizată prin $m_5 = 3$.

În cazul general se poate întîmpla să se ajungă la un graf fără lanţuri liniare (fig. 12*a*). De obicei aceste grafe au totodată şi proprietăţi de simetrie, ceea ce înseamnă că există mai multe posibilităţi de descompunere. În cazul cînd necesităţile impun, se pot urmări toate posibilităţile, în caz contrar se concentrează atenţia numai asupra unora din variante, celelalte făcîndu-se în mod similar. De exemplu, în cazul de faţă se alege ciclul format din nodurile *1*, *3* şi *4* şi se separă grupa formată din nodul *1* şi arcul *1*, *3*. Grafurile corespunzătoare sînt reprezentate în figurile *12b* (unde nodul *1* este terminal) şi *12c*.

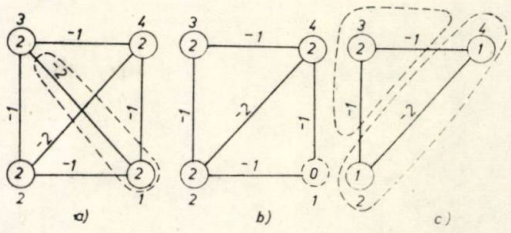


Fig. 12

Pe baza studiului efectuat, în concluzie, se poate afirma că procesul de descompunere a grupelor assurice compuse, în grupe elementare se poate reduce la operaţii bine definite ca natură şi ordine privind graful asociat mecanismului. Aceste operaţii permit automatizarea procesului de descompunere prin utilizarea calculatoarelor electronice. Un interes deosebit îl prezintă realizarea unui sistem de calcul on-line permiţînd utilizatorului să ceară, în cazul variantelor multiple, pe cele dorite.

Primită la redacţie la 2 noiembrie 1976

BIBLIOGRAFIE

1. N. I. Manolescu, L. Buda, *Pentru un studiu structural unitar al mecanismelor-motor plane cu elemente conducătoare nelegate la bază*, IFToMM INTERNATIONAL SYMPOSIUM on LINKAGES and COMPUTER DESIGN METHODS, Bucharest, Romania, June 7 — 13, 1973, Volume A, Paper A29, p. 386—397.
2. N. I. Manolescu, M. Dranga, *Compararea lanţurilor cinematice şi a mecanismelor din punct de vedere structural cu ajutorul teoriei grafelor*, IFToMM INTERNATIONAL SYMPOSIUM on LINKAGES and COMPUTER DESIGN METHODS, Bucharest, Romania, June 7—13, 1973, Volume A, Paper A30, p. 398—408.

CALCULUL SPAȚIAL AL GRINZILOR CĂILOR DE RULARE DIN OȚEL*

de IOAN CARABA
Institutul politehnic „Traian Vuia", Timișoara

Grinzile căilor de rulare din oțel, prin felul în care sînt alcătuite, reprezintă structuri spațiale a căror secțiune este antrenată în întregime la preluarea solicitărilor cu toate că încărcările aduse de podurile rulante acționează în planul inimii grinzii verticale. În lucrarea de față se face o prezentare succintă a cauzelor care determină apariția defectelor la grinzile căilor de rulare și se formulează o teorie asupra calculului de conlucrare spațială a acestor tipuri de structuri. Avînd în vedere că grinzile căilor de rulare reprezintă elemente zvelte, cu lungime foarte mare în raport cu dimensiunile secțiunii transversale, pentru calculul de conlucrare spațială s-a aplicat teoria barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă, alcătuite din profile cu contur simplu conex și dublu sau multiplu conex.
Rezultatele calculelor teoretice au fost verificate experimental pe modele ale unor grinzi de rulare ce deservesc poduri rulante de 500/125 kN — L = 20,75 ... 23,50 m.
Prin lucrarea de față, pe lîngă aspectele economice și de siguranță în exploatare pe care le vizează, se aduce o contribuție originală la dezvoltarea îmbunătățirii metodelor de calcul din mecanica construcțiilor.

1. INTRODUCERE

Grinzile căilor de rulare din oțel, din halele industriale, depozitele și estacadele descoperite, reprezintă elemente de construcții importante, atît prin funcțiunile lor cît și prin cota-parte a cheltuielilor din valoarea totală a construcției. După[1] valoarea grinzilor căilor de rulare ajunge, în cazul halelor industriale la circa 20%, iar la estacade descoperite se ating procente de 45 — 55% din valoarea totală. Din punct de vedere funcțional, este cunoscut faptul că de modul în care se comportă grinzile căilor de rulare depinde în bună măsură desfășurarea procesului tehnologic din halele sau de pe platformele estacadelor. Cu toate acestea, în ultima perioadă de timp, atît în țara noastră cît și în străinătate, au fost semnalate numeroase defecte și avarii la grinzile căilor de rulare din oțel [2], [3]. Cauzele defectelor, cum sînt cele din figurile 1 și 2, sînt multiple, ele sînt legate atît de schimbarea procesului de fabri-

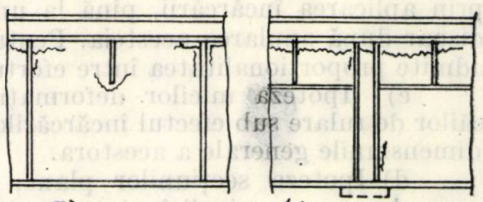


Fig. 1

* Lucrare prezentată la cea de a IV-a Conferință de mecanică, București, 18—20 decembrie 1975.

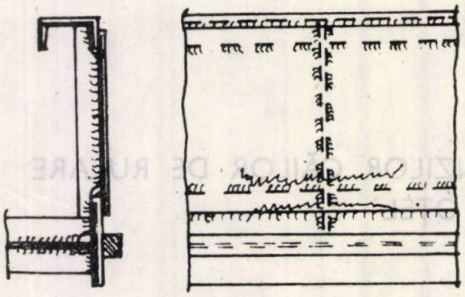


Fig. 2

cație din halele, de creșterea încărcărilor și a regimurilor de lucru, cît și de metodele clasice de calcul folosite care au oferit posibilitatea să se cunoască starea reală de eforturi în toate elementele componente ale structurii. De aceea s-a considerat necesar, și o serie de factori au favorizat, ca să se formuleze teoretic și să se verifice experimental calculul spațial al grinzilor căilor de rulare.

Dacă se are în vedere faptul că grinzile căilor de rulare sînt elemente de construcții zvelte, cu lungimi mari în raport cu dimensiunile secțiunii transversale, atunci pentru calculul spațial se poate aplica teoria barelor cu pereți subțiri cu secțiune simplu conexă, dublu conexă sau compusă (formată din secțiuni simplu, dublu și multiplu conexă).

Calculul de conlucrare spațială se va prezenta pentru cazul general al grinzilor cu secțiune compusă (fig. 3).

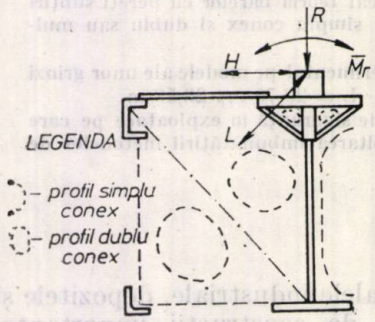


Fig. 3

2. IPOTEZE ȘI PRINCIPII DE CALCUL

Pentru calculul spațial al grinzilor căilor de rulare din oțel se adună următoarele ipoteze și principiile de calcul:

2.1. IPOTEZE ÎN PRIVINȚA MATERIALULUI

a) Ipoteza omogenității și izotropiei, conform căreia materialele din care se alcătuiesc grinzile căilor de rulare au aceleași proprietăți fizico-mecanice în orice punct și după orice direcție dusă dintr-un punct al materialului.

b) Ipoteza elasticității perfecte, după care deformațiile cauzate prin aplicarea încărcării, pînă la un anumit nivel al efortului unitar, dispar după anularea acesteia. Pentru domeniul elastic al solicitărilor se admite proporționalitatea între eforturile unitare și deformațiile specifice.

c) Ipoteza micilor deformații, după care deformațiile grinzilor căilor de rulare sub efectul încărcărilor sînt mici și neglijabile în raport cu dimensiunile generale a acestora.

d) Ipoteza secțiunilor plane, conform căreia secțiunile plane și normale pe axa grinzii înainte de deformare, rămîn plane și normale pe axa medie deformată a grinzii și după deformare.

2.2. IPOTEZE DE BARE CU PEREȚI SUBȚIRI

a) Lungimea grinzii (a barei) este mare în raport cu dimensiunile secției transversale.

b) Conturul secţiunii transversale este deformabil în planul său. Indeformabilitatea transversală este asigurată prin rigidizări transversale infinit rigide în planul lor şi de rigiditate neglijabilă în lungul barei.

c) Grosimea peretelui este mică în raport cu dimensiunile secţiunii transversale.

d) La barele cu secţiune compusă, eforturile unitare tangenţiale sectoriale (τ_{ri}), sînt constante pe grosimea peretelui.

2.3. PRINCIPII DE CALCUL ADMISE

Pentru calculul spaţial al grinzilor căilor de rulare din oţel se admite principiul suprapunerii eforturilor şi principiul lui B. de Saint-Venant.

3. CALCULUL DE CONLUCRARE SPAŢIALĂ A GRINZII VERTICALE DE RULARE CU GRINDA ORIZONTALĂ DE FRÎNARE LA PRELUAREA SOLICITĂRII DE ÎNCOVOIERE OBLICĂ CU TĂIERE

3.1. EFORTURI UNITARE DIN ÎNCOVOIERE CU TĂIERE

Starea de eforturi unitare în grinzile căilor de rulare din încovoiere oblică cu tăiere, se poate determina după ce s-au calculat solicitările produse de încărcările aduse de podurile rulante şi s-a stabilit geometria secţiunii transversale a grinzilor.

Alcătuirea şi adoptarea secţiunii grinzii căii de rulare se face [4] pe bază de consum minim de oţel, de săgeata minimă admisă cît şi din condiţii constructive. Pe ansamblul secţiunii adoptate se calculează caracteristicile geometrice faţă de sistemul de axe central principal, cum sînt : S_x, S_y, I_x, I_y etc.

3.1.1. EFORTURI UNITARE NORMALE

Pentru determinarea eforturilor unitare normale (σ) într-o secţiune curentă z, de pe lungimea grinzii căii de rulare, se recurge la ecuaţiile de echilibru static ce se pot scrie pentru un element diferenţial izolat din grindă, astfel :

$$\int_A \sigma \mathrm{d}A = N_z, \quad \int_A \sigma \cdot y \mathrm{d}A = M_x, \quad \int_A \sigma \cdot x \mathrm{d}A = -M_y. \tag{1}$$

Pentru rezolvarea integralelor din sistemul de ecuaţii (1) este necesar să se studieze modul de variaţie a efortului unitar (σ) pe secţiunea transversală. În acest scop se recurge la ipoteza (2.1.d) cu ajutorul căreia se obţine o imagine asupra stării deformate a barei şi în consecinţă şi asupra repartiţiei efortului unitar normal (σ) pe secţiunea transversală. Se poate arăta cu uşurinţă că pentru o fibră curentă de lungime elementară $\mathrm{d}z$,

dacă ţinem seama de deplasările datorită translaţiei secţiunii şi rotaţiilor în jurul axelor, alungirea totală are expresia :

$$\mathrm{d}\bar{u} = (\varkappa_x \cdot Y + \varkappa_y \cdot X + e)\,\mathrm{d}s, \tag{2}$$

de unde, alungirea specifică a elementului diferenţial $\mathrm{d}z$, rezultă :

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}z} = -\varkappa_x Y + \varkappa_y X + e. \tag{3}$$

În baza legii lui Hooke (2.1.b), efortul unitar normal (σ) se poate scrie :

$$\sigma = E\varepsilon = E(-\varkappa_x Y + \varkappa_y X + e). \tag{4}$$

Dacă se introduce expresia (4) în sistemul de ecuaţii (1) şi se are în vedere un sistem de axe de inerţie centrale, rezultă necunoscutele :

$$e = \frac{N_z}{EA}$$

$$\varkappa_x = -\frac{M_{\bar{x}} I_{\bar{y}} + M_{\bar{y}} I_{\bar{x}\bar{y}}}{E(I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I^2_{\bar{x}\bar{y}})}; \qquad y = -\frac{M_{\bar{y}} I_{\bar{x}} + M_{\bar{x}} I_{\bar{x}} + M_{\bar{x}} I_{\bar{x}\bar{y}}}{E(I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I^2_{\bar{x}\bar{y}})}. \tag{5 a, b, c}$$

Cu acestea efortul unitar normal (σ) într-o fibră curentă, raportat la un sistem de axe de inerţie centrale, se poate scrie :

$$\sigma_{\bar{z}} = \frac{N_{\bar{z}}}{A} + M_{\bar{x}} \frac{I_{\bar{y}}\bar{Y} - I_{\bar{x}\bar{y}} - \bar{X}}{I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I^2_{\bar{x}\bar{y}}} - M_{\bar{y}} \frac{I_{\bar{x}}\bar{X} - I_{\bar{x}\bar{y}}\bar{Y}}{I_{\bar{x}} I_{\bar{y}} - I^2_{\bar{x}\bar{y}}}. \tag{6}$$

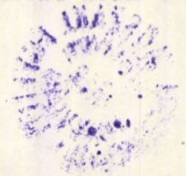
Dacă raportăm secţiunea la un sistem de axe de inerţie principal, expresia (6) efortului unitar normal (σ) devine :

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x. \tag{6'}$$

Cu relaţia (6) sau (6') se poate determina efortul unitar normal în orice punct de pe secţiunea transversală a grinzii căii de rulare.

3.1.2. EFORTURI UNITARE TANGENŢIALE

În cazul barelor cu pereţi, cum sînt considerate grinzile căilor de rulare, eforturile unitare tangenţiale pot atinge valori mari, comparabile cu eforturile unitare normale, ca urmare a formei secţiunii transversale mai



complicată. Eforturile unitare tangențiale sînt constante pe grosimea peretelui, ceea ce permite ca să se poată calcula fluxul de forfecare din forța tăietoare T, cu relația

$$t_T = \tau_T \delta. \tag{7}$$

În multe cazuri, cînd forma secțiunii transversale a grinzii căii de rulare este mai complicată și se urmărește cunoașterea stării de eforturi tangențiale în lungul liniei mediane a conturului, se recurge la calculul fluxului de forfecare, iar apoi se poate explicita și efortul unitar tangențial.

Fluxul de forfecare din forțe tăietoare, se calculează diferit după cum secțiunea transversală este simplu conexă, dublu conexă sau compusă. În cazul unei secțiuni transversale simplu conexe, fluxul de forfecare în raport cu axele principale de inerție, se calculează cu relația

$$t_T^0 = -\left[\frac{T_y S_{x(s)}}{I_x} + \frac{T_x S_{y(s)}}{I_y}\right]. \tag{8}$$

În cazul secțiunii transversale dublu sau multiplu conexe, fluxul de forfecare total (t^i) se compune din fluxul de forfecare corespunzător profilului simplu conex (t_T^0) și fluxul de forfecare suplimentar ($\tilde{t}_T$) constant și necunoscut pentru fiecare celulă în parte :

$$t_T^i = t_T^0 + \tilde{t}_T. \tag{9}$$

Fluxul de forfecare suplimentar, în cazul general al unei secțiuni multiplu conexe, se determină dintr-un sistem de ecuații ce se poate scrie plecînd de la forma generală a ecuației de celulă :

$$\tilde{t}_T^{(i)} \sum_{c_i} \frac{b_{ik}}{\delta_{ik}} - \sum_{j=1}^{n} \tilde{t}_T^{(j)} \left(\frac{b_{ik}}{\delta_{ik}}\right)_{i,j} + \sum_{c_i} \frac{L\, T_{ik}^0}{\delta_{ik}} = 0, \tag{10}$$

unde

$L\, T_{ik}^0 = \int_i^k t_T^0 \, ds$ reprezintă forța de forfecare pe lungimea porțiunii de lamelă ik.

Cîte o asemenea ecuație (10) se poate scrie pentru fiecare contur dublu conex (celulă) în parte, ajungînd la un sistem de ecuații unde drept necunoscute sînt fluxurile de forfecare suplimentare ($\tilde{t}_T^{(i)}$, $\tilde{t}_T^{(j)}$ corespunzătoare fiecărei celule. După rezolvarea sistemului de ecuații se poate calcula fluxul de forfecare total cu relația (9) pentru fiecare celulă componentă a secțiunii.

În cazul secțiunilor compuse formate din porțiuni cu profil simplu conex și porțiuni cu profil dublu și multiplu conex, fluxul de forfecare total se calculează pe porțiunea simplu conexă cu relația (8), iar pe porțiunea dublu și multiplu conexă cu relația (9).

4. CALCULUL DE CONLUCRARE SPAȚIALĂ A GRINZII VERTICALE DE RULARE CU GRINDA ORIZONTALĂ DE FRÎNARE LA PRELUAREA SOLICITĂRII DE RĂSUCIRE

4.1. DEFINIREA DOMENIULUI

În practica construcțiilor se folosesc adesea, cu bune rezultate, elemente de construcții sau chiar ansamble care, în secțiune transversală să apară ca secțiuni compuse, alcătuite din profile simplu conexe și profile dublu sau chiar multiplu conexe. Asemenea elemente, cu secțiune compusă, pot fi întîlnite frecvent în construcțiile industriale ca grinzi ale căilor de rulare, grinzi ale podurilor rulante, stîlpi etc.

Calculul la răsucire împiedicată a barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă este mai complex și se poate conduce în două moduri:

— sub forma unui calcul aproximativ, după W.F. Bornscheuer [5], aplicînd teoria răsucirii împiedicate a barelor cu pereții subțiri cu contur simplu conex, ca o soluție aproximativă la calculul barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă, sau

— sub forma unui calcul mai exact extinzînd, după S.U. Benscoter [6], teoria răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu profil dublu și multiplu conex la calculul barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă.

În lucrarea de față s-a adoptat modul de calcul după teoria lui S.U. Benscoter dezvoltată și aplicată la bare cu pereți subțiri cu secțiune compusă.

4.2. STAREA DE DEFORMAȚIE ȘI DE EFORTURI UNITARE

Starea de deformație a barei este definită de deplasările longitudinale și cele după tangenta la curba ce definește conturul secțiunii transversale, în punctele considerate.

În baza ipotezelor de calcul admise, deplasarea după tangentă ($\bar{v}$) se determină cu relația

$$\bar{v} = \varphi(z)\, r. \tag{11}$$

Deplasarea axială, care caracterizează deplasarea secțiunii transversale, se calculează cu

$$\bar{W} = -\frac{\mathrm{d}f(z)}{\mathrm{d}z}\,\bar{\omega}, \tag{12}$$

unde $f(z)$ este funcția de deplasare a lui Benscoter, iar $\bar{\omega}$ reprezintă suprafața sectorială care se calculează:

— pentru partea dublă conexă, cu relația:

$$\bar{\omega} = \int_{s_0}^{s} r\,\mathrm{d}s - \psi \int_{s_0}^{s} \frac{\mathrm{d}s}{\delta}, \quad \text{iar} \tag{13}$$

— pentru partea simplu conexă a secțiunii transversale cu

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_0 + \int_{s_0}^{s} r\,\mathrm{d}s. \tag{14}$$

Alungirea specifică în lungul barei, știind că ω nu depinde de coordonata z, rezultă

$$\varepsilon_z = \frac{\partial \overline{W}}{\partial_z} = -\frac{\mathrm{d}^2 f(z)}{\mathrm{d}z^2}\,\overline{\omega}. \tag{15}$$

Cu aceasta, în baza legii lui Hooke, se poate determina efortul unitar normal sectorial ($\sigma_{\overline{\omega}}$):

$$\sigma_{\overline{\omega}} = E\,\varepsilon_z = -E\,\frac{\mathrm{d}^2 f(z)}{\mathrm{d}z^2}\,\overline{\omega}. \tag{16}$$

Efortul unitar normal sectorial ($\sigma_{\overline{\omega}}$) variază pe lungimea grinzii, fapt ce dă naștere la eforturi unitare tangențiale suplimentare (τ). Acestea se pot obține din ecuația de echilibru ce se poate scrie pentru un element diferențial din peretele barei:

— pentru partea dublu și multiplu conexă:

$$\tau = \frac{M_r}{2\,A_m\,\delta} + \frac{E}{\delta}\,\frac{\mathrm{d}^3 f(z)}{\mathrm{d}z^3}\,\overline{S}^*_{\overline{\omega}}. \tag{17}$$

— pentru partea simplu conexă:

$$\tau = \frac{E}{\delta}\,\frac{\mathrm{d}^3 f(z)}{\mathrm{d}z^3}\,\overline{S}^*_{\overline{\omega}}. \tag{18}$$

Pe lîngă efortul unitar tangențial suplimentar, în secțiunea barei mai apare efortul unitar tangențial corespunzător răsucirii libere și care se poate calcula:

— pentru partea dublu conexă cu relația

$$\tau_{rl} = \frac{M_{rl}}{2\,A_m\delta}, \quad \text{iar} \tag{19}$$

— pentru partea simplu conexă a secțiunii transversale:

$$\tau_{rl} = \frac{M_{rl}}{I_r}\,\delta. \tag{20}$$

4.3. ECUAȚIA DIFERENȚIALĂ A RĂSUCIRII ÎMPIEDICATE

Stabilirea ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate a barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă se poate face adoptînd:

— metoda energetică, sau

— metoda echilibrului deplasărilor axiale în zona dublu sau multiplu conexă.

Adoptînd metoda a doua şi scriind condiţia de continuitate a deplasărilor axiale pe lungimea conturului închis, rezultă relaţia

$$\oint_{\Phi} \frac{\partial \overline{W}}{\partial s} \, \mathrm{d}s = 0, \tag{21}$$

din care se obţin ecuaţiile :

$$\tau = G\left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{W}}{\partial s}\right) = G\left(\frac{\partial \varphi(z)}{\partial z} r + \frac{\partial \overline{W}}{\partial s}\right), \tag{22}$$

$$M_r = \oint \tau \, r \, \mathrm{d}A. \tag{23}$$

Cu acestea, după efectuarea calculelor intermediare se ajunge la un sistem de două ecuaţii diferenţiale de forma

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}^4 f(s)}{\mathrm{d}z^4} - k^2 \frac{\mathrm{d}^2 \varphi(z)}{\mathrm{d}z^2} &= -\frac{1}{EI_{\overline{\omega}}} \frac{\mathrm{d}Mr}{\mathrm{d}z}, \\ \frac{\mathrm{d}\varphi(z)}{\mathrm{d}z} - \zeta \frac{\mathrm{d}f(z)}{\mathrm{d}z} &= \frac{1}{GI_p} M_r, \end{aligned} \tag{24}$$

unde s-au introdus notaţiile :

$$I_p = \oint r^2 \, \mathrm{d}A + \int_A r^2 \, \mathrm{d}A \, ; \quad I_r = \frac{\Omega^2}{S_0} \, ; \quad \zeta = 1 - \frac{I_r}{I_p}, \tag{25 a, b, c, d, e, f.}$$

$$k^2 = \frac{G}{E} \frac{I_r}{I_{\overline{\omega}}} \zeta \, ; \quad n = \frac{1}{EI_{\overline{\omega}}} \zeta \, ; \quad m_r = -\frac{\mathrm{d}M_r}{\mathrm{d}z}.$$

Diferenţiind odată ecuaţia a doua din (24) şi ţinînd seama de notaţiile (25) se ajunge la forma finală a ecuaţiei diferenţiale a răsucirii împiedicate :

$$\frac{\mathrm{d}^4 f(z)}{\mathrm{d}z^4} - k^2 \frac{\mathrm{d}^2 f(z)}{\mathrm{d}z^2} = n \cdot m_r. \tag{26}$$

Rezolvarea problemei răsucirii împiedicate a grinzilor căilor de rulare, asimilate ca bare cu pereţi subţiri cu secţiune compusă, se conduce în două etape şi anume :

a) În prima etapă se calculează caracteristicile geometrice şi sectoriale ale secţiunii transversale a barei, cum sînt : $\overline{\omega}$, $\overline{S}^*_{\overline{\omega}}$, I_r, I_p, $I_{\overline{\omega}}$, k, n etc.

b) În etapa a doua se rezolvă ecuaţia diferenţială a răsucirii împiedicate (26), în funcţie de modul de încărcare şi de rezemare a grinzii, după care se poate calcula funcţia de deplasare $[f(z)]$ şi primele trei derivate ale acesteia în funcţie de care se poate determina starea de deformaţie şi de eforturi unitare în orice punct de pe secţiunea transversală a grinzii.

5. VERIFICĂRI EXPERIMENTALE PE MODELE

Pentru verificarea stării de eforturi unitare din grinzile căilor de rulare, la care s-a ajuns pe baza calculului spaţial al acestora s-a elaborat un program de investigaţii experimentale pe modele. Cercetările experimentale s-au efectuat în cadrul Laboratorului Catedrei de construcţii metalice de la Institutul politehnic „Traian Vuia" din Timişoara, aşa cum rezultă din figura 4. Modelele încercate reprezintă grinzi ale căilor de rulare simplu

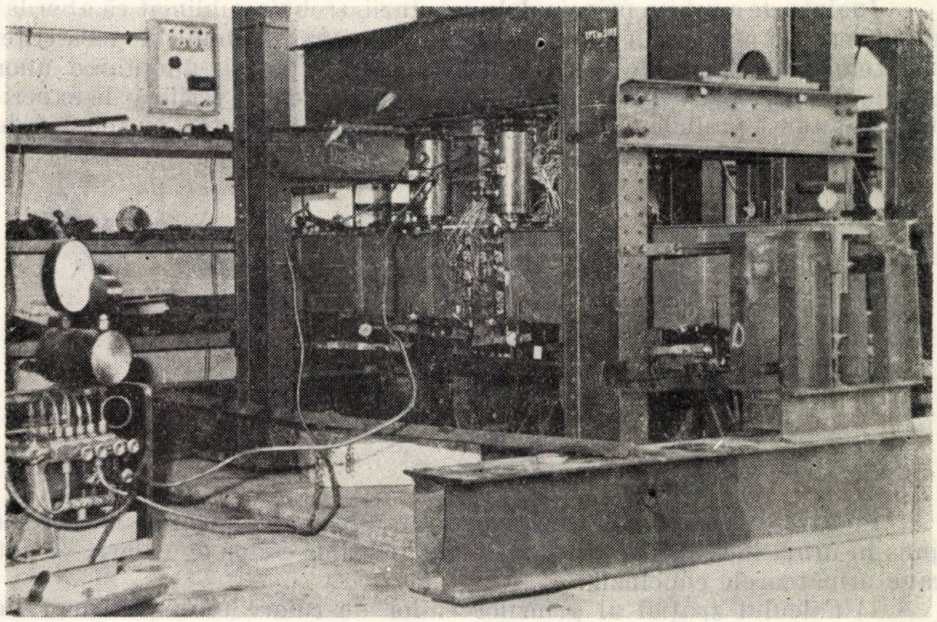


Fig. 4

rezemate cu deschiderea de 12,0 m, ce deservesc mai multe poduri rulante de 500/125 kN — L = 20,75 — 23,50 m cu suspensia elastică a încărcării avînd regim greu de funcţionare. Modelele încercate prezintă similitudine completă.

Pentru studiul experimental al stării de eforturi unitare s-au folosit două metode complementare :

— metoda lacurilor casante pentru determinarea spectrului liniilor eforturilor unitare principale, şi

— metoda tensometriei electrice (după trei direcţii) pentru determinarea cantitativă a eforturilor unitare principale.

Măsurarea deformaţiilor s-a făcut cu microcomparatoare şi flexi-metre.

Pentru a îmbunătăţi precizia măsurătorilor s-au făcut cîte şapte citiri pentru fiecare serie de încărcări, iar rezultatele obţinute au fost prelucrate statistic.

Calculele teoretice, cît şi prelucrarea datelor experimentale s-au făcut pe bază de program cu ajutorul calculatorului electronic IRIS—50 de la Centrul teritorial de calcul electronic Timişoara. Rezultatele la care s-a ajuns pe cale experimentală, pe baza calculului spaţial şi după metodele clasice de calcul, pentru efortul unitar normal, sînt reprezentate în figura 5*a*, *b*, *c*.

4. CONCLUZII

Înainte de a schiţa principalele concluzii, trebuie subliniat că abordarea teoretică a acestei lucrări a fost posibilă numai în condiţiile existenţei unei tehnici moderne de calcul automat care a permis adoptarea unor scheme şi ipoteze de calcul mai complexe. De asemenea, verificările experimentale au fost posibile numai în condiţiile unei bune dotări cu tehnică de investigare experimentală.

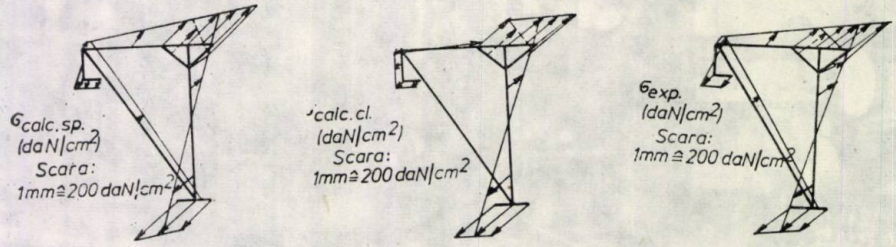


Fig. 5 a,b,c.

Pe baza calculelor teoretice şi a rezultatelor experimentale la care s-a ajuns în urma încercărilor pe modele ale grinzilor căilor de rulare, se pot trage următoarele concluzii :

1) Calculul spaţial al grinzilor căilor de rulare este confirmat de rezultatele experimentale la care s-a ajuns. După cum rezultă din figura 5, pe tot conturul secţiunii transversale, diagrama de eforturi normale rezultate din măsurători este acoperită de diagrama de eforturi unitare rezultate din calculul spaţial al grinzii.

2) Dacă se compară rezultatele experimentale ($\tau_{exp.}$) cu rezultatele calculate ($\tau_{calc.}$) după metodele clasice, rezultă că pe conturul secţiunii transversale sînt puncte în care valorile măsurate depăşesc pe cele calculate.

3) Defectele care apar la grinzile căilor de rulare, în zona de prindere a inimii grinzii orizontale de talpa superioară a grinzii verticale, se datoresc în bună măsură faptului că în această zonă, eforturile unitare normale reale depăşesc pe cele de calcul.

4) Grinzile căilor de rulare cu un singur perete, cu talpa superioară întărită cu lamele înclinate, se pretează bine la preluarea efectelor prin-

cipale și secundare ale încărcărilor aduse de podurile rulante. Aceasta rezultă atît din calculul de conlucrare spațială, cît și din rezultatele experimentale obținute pe modele.

5) Cunoscînd starea reală de eforturi unitare, se poate interveni în alcătuirea secțiunii transversale găsind astfel, noi căi de reducere a consumului de oțel (5—7%) în condițiile unei siguranțe sporite în exploatare.

6) Prin lucrarea de față (care a constituit tema tezei de doctorat a autorului, elaborată sub conducerea științifică a tov. Acad. D. Mateescu), pe lîngă aspectele economice pe care le vizează, se aduce o contribuție originală la dezvoltarea și îmbunătățirea metodelor de calcul din Mecanica Construcțiilor.

BIBLIOGRAFIE

1. N. Bucur, *Proiectarea rațională a căilor de rulare pentru momente încovoietoare între 15—50 tfm*, Revista construcțiilor și materialelor de construcții, *3* (1960).
2. D. Mateescu, I. Caraba, *Asupra unor factori care determină scoaterea pretimpurie din exploatare a grinzilor căilor de rulare*, Revista construcțiilor *10* (1969).
3. D. Mateescu, I. Caraba, *Calculul grinzilor de rulare. Faza* 1, Temă în planul de stat. Contract cu M.C. Ind.
4. D. Mateescu, D. Roșu, I. Caraba, *Construcții metalice. Exemple de calcul*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1972.
5. F. W. Bornscheuer, *Sistematische Darstelung des Biege-und Verdrehworganges unter besonderer Berücksichtinung der Wölbkraftlorsion*, Der Stahlbau *1*, 1952, u. *3* (1953).
6. U.S. Benscoter, *A Theory of Torsion Bending for Multicell Beams*, Journal of Applied Mechanics, March, 1954.
7. R. Dziewolski, *Etude théorique et expérimentale d'une poutre en caisson asimétrique avec deux appendices*, A.I.P.Ch., Rio de Janeiro, 1964.
8. Z. B. Vlasov, *Pièces longues en voiles minces*, Editions Eyrolles, Paris, 1962.
9. A.A. Umanskii, *Stroitelinaia mehanica samoleta*, Gosud. Naucino-Tehniceskoe izdatelistvo Oborongiz, Moskva, 1961.

CALCULUL STRUCTURILOR DIN REȚELE DE GRINZI PLANE RETICULATE DIN BETON PRECOMPRIMAT, REZEMATE ÎN PUNCTE*

(I)

de A. IONESCU, AL. CĂTĂRIG
Institutul politehnic Cluj-Napoca

Lucrarea prezintă o metodă de calcul a structurilor din rețele de grinzi plane reticulate din beton precomprimat, rezemate în puncte, care ține seama de modul real de comportare mecanică a acestor tipuri de structuri.
Se prezintă un mod de explicitare a anizotropiei caracteristice acestui tip de structuri, influențele asupra stărilor de eforturi și deformații a torsiunii grinzilor reticulate, a dublării grinzilor marginale și a încărcărilor mobile.
Acest tip de structuri constituie soluția optimă pentru acoperișurile halelor industriale universale de deschideri mari.

1. GENERALITĂȚI

Lucrarea prezintă calculul rețelelor ortogonale de grinzi plane, reticulate din beton precomprimat pentru structurile integral prefabricate ale acoperișurilor universale cu trame independente având rezemări la colțuri.

Prin grinzi plane reticulate se înțeleg grinzile plane alcătuite din bare legate reciproc în noduri rigide, de tipul grinzilor cu zăbrele și a grinzilor cadru, având topologie oarecare.

Structurile din rețele de grinzi plane reticulate amintite se pot realiza prin asamblarea și postcomprimarea bidirecțională, pe panouri independente, a unor elemente prefabricate spațiale sau plane (fig. 1 și 2), rezemarea făcîndu-se la colțuri, articulat, pe stîlpi din beton armat. Operațiunile de asamblare și postcomprimare se execută la sol, structura ridicîndu-se la cotă prin procedeul de liftare.

Soluția conform figurii 1 se recomandă pentru trame independente cu număr impar de ochiuri pătrate pe ambele direcții, dimensiunea ochiului adoptîndu-se $a = 1{,}50 - 3{,}00$ m, cu pod tehnic și transport suspendat greu.

Soluția conform figurii 2, se recomandă pentru trame independente cu număr par sau impar de ochiuri pătrate pe ambele direcții, dimensiunea ochiului adoptîndu-se $a = 4{,}50 - 6{,}00$ m, cu pod tehnic și transport suspendat ușor.

---

* Lucrare prezentată la cea de IV-a Conferință de mecanică, București, 18–20 decembrie 1975.

ST. CERÇ. MEC. APL. TOM 37, NR. 3, 1978, P. 425–434.

Înălțimea acestor structuri se recomandă a se adopta $h = \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{16}\right) L$, unde L este dimensiunea laturii scurte a rețelei.

Cu soluția constructivă din figura 2 s-a proiectat și s-a executat construcția pieții acoperite agroalimentare din municipiul Gheorghe Gheorghiu-Dej, județul Bacău, alcătuită din cinci pavilioane independente cu trama pătrată avînd dimensiunea laturii de 21,00 m.

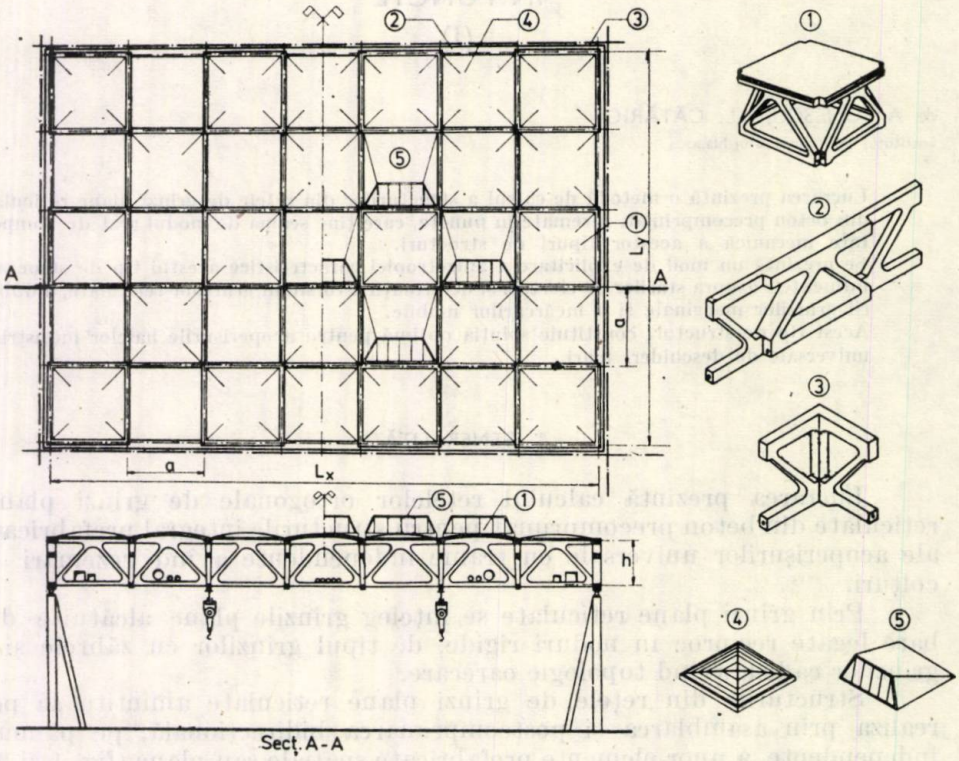


Fig. 1.

Elementele prefabricate s-au pozat la sol conform planului de montaj din figura 3, rosturile între ele s-au matat cu mortar de ciment prin injectare (fig. 3, detaliile 1 și 2), iar asamblarea s-a efectuat prin postcomprimare bidirecțională în tălpile inferioare cu fascicule de cabluri drepte.

Liftarea la cotă a structurii unei astfel de trame independente s-a făcut odată cu stîlpii structurii, care în timpul acestei operațiuni s-au rotit în articulațiile de legătură cu structura. Aspecte ale montajului la sol a structurii unei trame independente și a liftării la cotă a unei structuri învecinate sînt ilustrate în figura 4.

Structura din rețele de grinzi plane reticulate se reazemă articulat, la colțuri, pe stîlpi prefabricați din beton armat (fig. 5), detaliul unei articulații fiind ilustrat în figura 6.

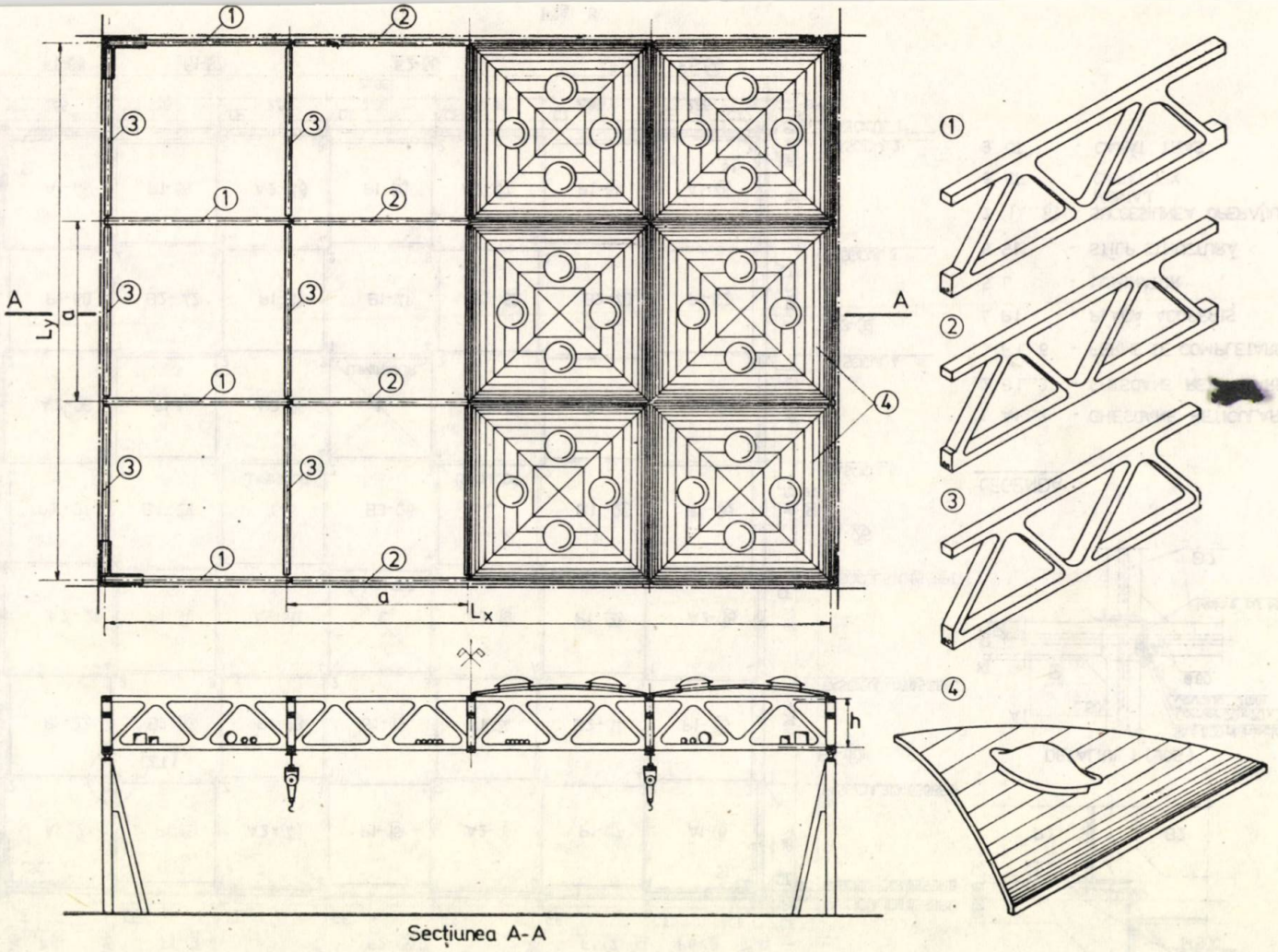
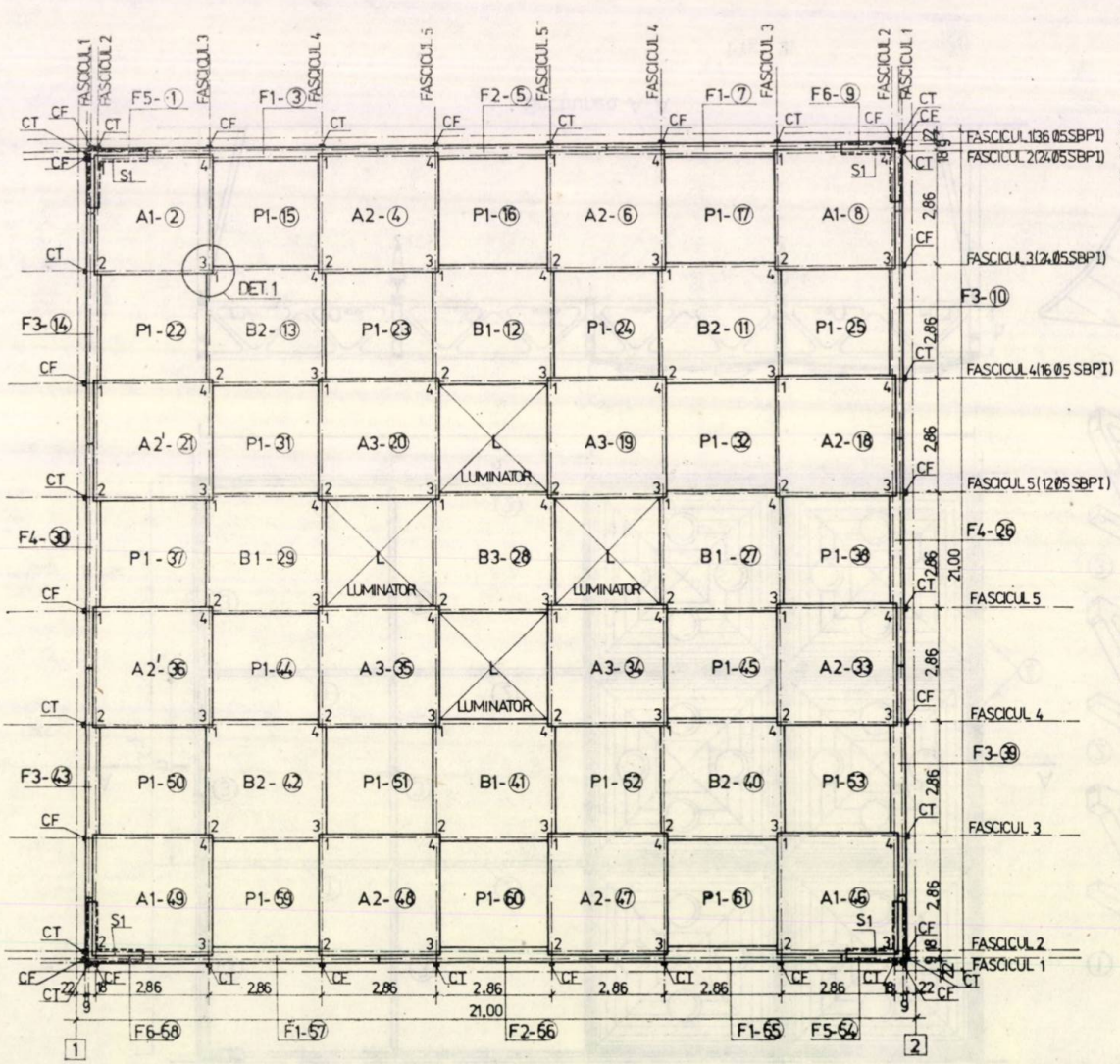
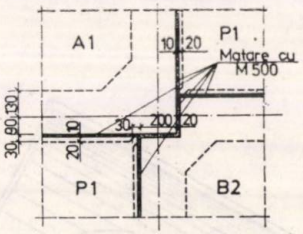


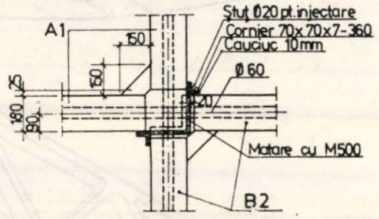
Fig. 2.



DETALIUL 1 (SUS)



DETALIUL 1 (JOS)



LEGENDA :

1. A1...3 - CHESOANE RETICULARE TIP A
2. B1...3 - CHESOANE RETICULARE TIP B
3. F1...6 - FERME DE COMPLETARE CONTUR
4. P1 - PLACĂ ACOPERIŞ
5. L - LUMINATOR
6. S1 - STÎLP STRUCTURĂ
7. ①...61 - SUCCESIUNEA OPERAŢIUNILOR DE MONTAJ.
8. CF - CAPĂT FIX
9. CT - CAPĂT TRAS

Fig. 3.

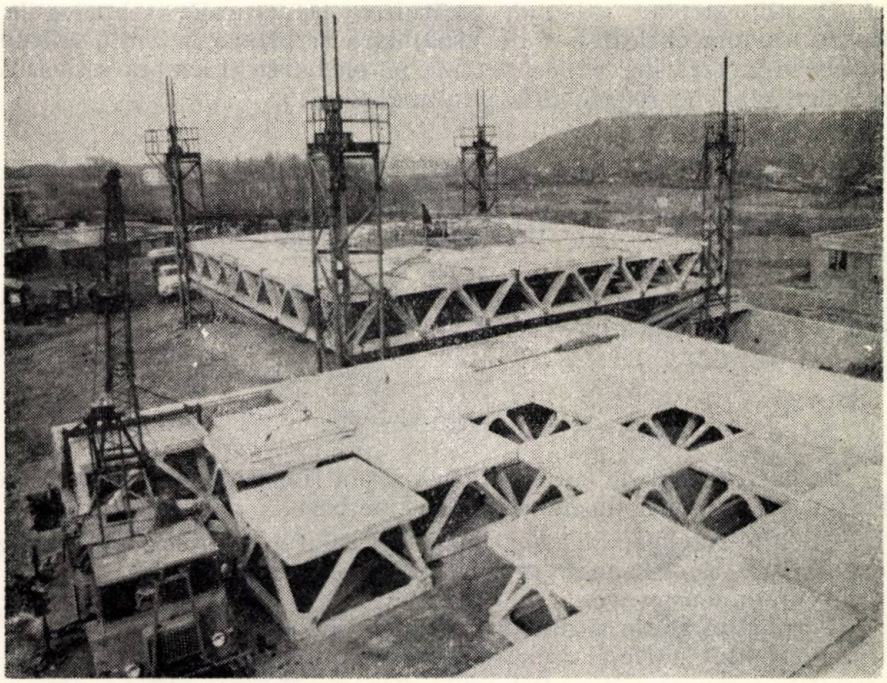


Fig. 4.

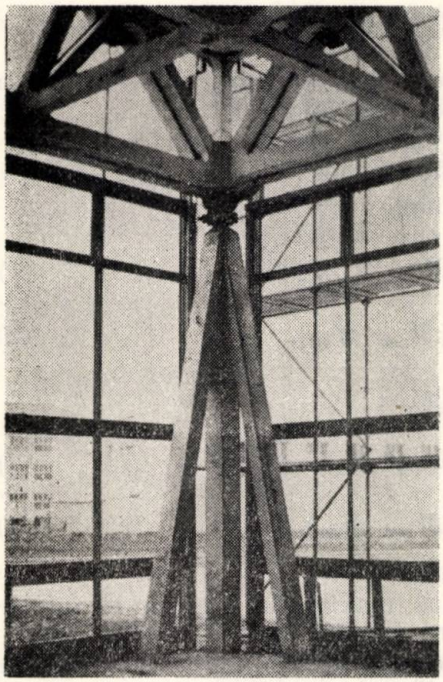


Fig. 5.

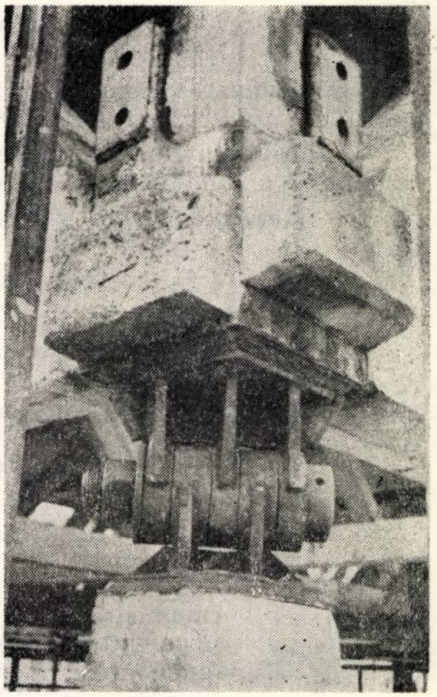


Fig. 6.

Detalii privind calculul, alcătuirea structurală, tehnologiile de formare ale prefabricatelor, de asamblare și liftare la cotă precum și rezultatele încercărilor experimentale pe elemente și asupra structurii la scară naturală sînt redate pe larg în lucrarea [1].

2. ORGANIZAREA CALCULULUI

2.1. DESCHIDERI DE CALCUL

Pe cele două direcții ortogonale, deschiderile de calcul se consideră L_x, respectiv L_y, măsurate între axele rezemărilor (fig. 1, 2).

2.2. ÎNCĂRCĂRI

Încercările sînt de natură statică și pot fi constituite din forțe generalizate aplicate în nodurile rețelei sau pe bare.

Calculul rețelelor de grinzi plane reticulate din beton armat și beton precomprimat se efectuează în următoarele etape:

— predimensionarea,
— calculul static și dimensionarea etapa I,
— calculul static și dimensionarea etapa a II-a.

2.3. PREDIMENSIONAREA

Determinarea momentelor încovoietoare maxime în grinzile rețelei se face în ipoteza de placă elastică rezemată punctual la colțuri.

Valorile maxime ale momentelor încovoietoare în grinzile rețelei se recomandă a se determina cu relațiile de mai jos:

— Rețele de grinzi marginale simple

$$M_{r\max} \geqslant 1{,}30\ a(M_{xr},\ M_{yr}), \tag{1}$$

$$M_{m\max} \geqslant 0{,}40\ a(M_{xm},\ M_{ym}), \tag{2}$$

— Rețele cu grinzi marginale dublate:

$$M_{r\max} \geqslant 1{,}60\ a(M_{xr},\ M_{yr}), \tag{3}$$

$$M_{m\max} \geqslant 0{,}50\ a(M_{xm},\ M_{ym}), \tag{4}$$

în care

$M_{r\max}$ — momentele încovoietoare maxime în grinzile marginale
$M_{m\max}$ — momentele încovoietoare maxime în grinzile centrale,
M_{xr}, M_{yr} — momentele încovoietoare maxime pe unitate de lățime a plăcii, în mijlocul fișiilor de contur,

M_{xm}, M_{ym} — momentele încovoietoare maxime pe unitate de lățime a plăcii, în mijlocul fîșiilor centrale,
a — dimensiunea ochiului rețelei.

Valorile momentelor M_{xr}, M_{yr}, M_{xm}, M_{ym} sînt date în literatura de specialitate [2].

Relațiile (1) — (4) cu caracter de recomandări în etapa de redimensionare, au la bază rezultatele calculelor de dimensionare a unei largi serii de rețele de grinzi plane reticulate din beton precomprimat.

În urma predimensionării se rezolvă următoarele :
— conformarea structurală a grinzilor reticulate,
— determinarea elementelor geometrice ale barelor,
— precizarea barelor întinse și comprimate,
— determinarea secțiunilor de armătură și a fasciculelor de precomprimare inițiale.

Din motive tehnologice se vor adopta aceleași elemente geometrice pentru toate grinzile reticulate ale rețelei.

2.4. CALCULUL STATIC ȘI DIMENSIONAREA ETAPA I

Determinarea stărilor de eforturi și deformații în grinzile rețelei se face în ipoteza de rețea de grinzi plane, rezemată punctual la colțuri, cu următoarele observații :

— momentele de inerție la încovoiere I ale grinzilor reticulate se consideră cele ale tălpilor (fig. 7) astfel :

$$I = A_s h_s^2 + A_i h_i^2, \tag{5}$$

în care

A_s, A_i reprezintă ariile secțiunilor transversale ale tălpii superioare, respectiv inferioare, ale grinzii reticulate,
h_s, h_i — distanțele centrelor de greutate ale secțiunii tălpii superioare, respectiv inferioare, pînă în centrul de greutate O al întregii secțiuni,

— momentele de inerție la torsiune ale grinzilor reticulate se pot neglija datorită efectului lor mic asupra stării de eforturi din structură (circa 0,5% — 1%).

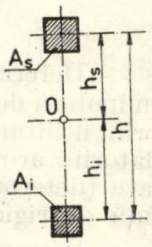


Fig. 7.

Calculul numeric se poate efectua cu ajutorul programului RETGRI [3] elaborat de COCC București, care prezintă următoarele caracteristici :

— permite determinarea stărilor de eforturi și deformații în structurile de tip rețele de grinzi plane cu topologie oarecare, alcătuite din bare drepte cu secțiune constantă, legăturile barelor putînd prezenta orice fel de discontinuități ;

— punctele de rezemare pot avea orice poziție, pot bloca una sau mai multe deplasări și pot fi de natura unor reazeme elastice pe direcțiile date ;

— încărcările sînt forțe generalizate statice, aplicate pe noduri sau pe bare, normale pe planul rețelei ;

— pentru rezolvare este folosită metoda deplasărilor în formulare matriceală;

— datele de intrare cuprind descrierea structurii (număr de noduri, bare, noduri blocate, coordonatele nodurilor, caracteristicile barelor) și a încărcărilor (număr de ipoteze, noduri și bare încărcate, punctele de aplicație ale forțelor și intensitățile lor, combinații de ipoteze de încărcare);

— rezultatele obținute sînt eforturile (moment încovoietor, moment de torsiune, forță tăietoare) de la capetele barelor și deplasărilor nodurilor.

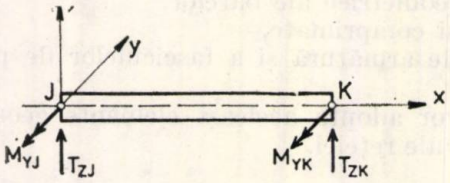


Fig. 8.

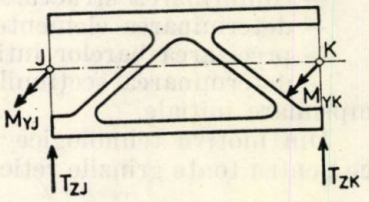


Fig. 9.

Pentru tipul de structură în studiu, solicitările de la extremitățile unei bare JK a rețelei sînt referite la sistemul local al barei cu sensurile pozitive conform figurii 8; aceleași solicitări referite la bara reticulată sînt ilustrate în figura 9.

Elementele componente ale grinzilor reticulate sînt solicitate diferențiat la eforturi axiale de compresiune și întindere, dimensionarea lor efectuîndu-se conform prescripțiilor tehnice în vigoare.

Ca urmare a calculului de dimensionare, barele grinzilor reticulate vor avea armări diferențiate în funcție de natura solicitărilor la care sînt supuse (întindere sau compresiune), iar fasciculele de precomprimare din tălpile inferioare vor rezulta de asemenea diferite, în concordanță cu momentele încovoietoare maxime din fiecare grindă.

2.5. CALCULUL STATIC ȘI DIMENSIONAREA ETAPA A II-A

Determinarea stărilor de eforturi și deformații în structură se face în ipoteza de rețea de grinzi plane reticulate, rezemată punctual la colțuri, prin utilizarea programului de calcul RETGRI [3] cu observația că datorită armărilor și precomprimărilor diferențiate ale grinzilor reticulate (determinate la (§ 2.4) acestea vor avea rigidități diferite EI_i, față de rigiditatea constantă EI adoptată în calculul static etapa I.

Determinarea momentelor de inerție diferențiate I_i ale grinzilor reticulate se bazează pe definiția cunoscută a rigidității unui element pe o direcție z:

$$R_z = EI_z = k\frac{P_z}{f_z}, \tag{6}$$

în care

P_z este forța sau sistemul de forțe ce acționează pe direcția z,

f_z — săgeata elementului de direcție,

k — coeficient ce ține seama de modul de rezemare al elementului.

Calculul săgeții f a grinzii cu moment de inerție I considerate în calculul etapa I și a săgeților $f_i (i = 1 \ldots n)$ a celor n grinzi reticulate ale rețelei se face considerînd aceste grinzi încărcate cu un sistem de forțe verticale unitare $P = 1$, grinzile avînd aceleași condiții de rezemare

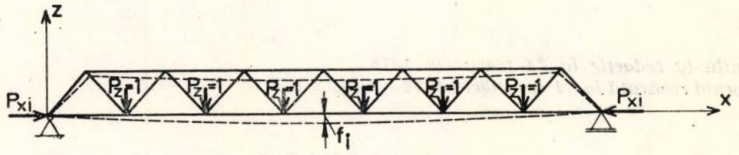


Fig. 10.

(fig. 10). Influența precomprimărilor diferențiate ale grinzilor reticulate se ia în considerare prin introducerea forțelor de precomprimare corespunzătoare fiecărei grinzi P_{zi} (calculate la § 2.4) ca forțe exterioare.

Calculul acestor săgeți se face ținînd seama de comportarea mecanică reală a grinzilor reticulate, prin considerarea rigidităților reale ale barelor și nodurilor conform [4].

Datorită adoptării sistemului comun de forțe unitare $P = 1$ acelorași condiții de rezemare și aceluiași material, din relația (6) rezultă

$$f \cdot I = f_i I_i \qquad (i = 1 \ldots n),$$

din care

$$I_i = I \frac{f}{f_i} \qquad (i = 1 \ldots n). \tag{7}$$

Determinarea stărilor de eforturi și deformații în barele componente ale grinzilor reticulate se face cu ajutorul programului GRIRETA [5], încărcările fiind cele stabilite în urma rezolvării rețelei și forțelor din precomprimare.

Programul GRIRETA a fost elaborat în cadrul Facultății de construcții din Cluj-Napoca și are următoarele elemente caracteristice:

— permite calculul structurilor plane de formă oarecare alcătuite din bare drepte cu secțiune constantă sau avînd porțiuni infinit rigide la extremități [4], prinse rigid în noduri;

— încărcările sînt forțe generalizate statice, aplicate pe noduri și cuprinse în planul structurii;

— rezolvarea se face utilizînd metoda deplasărilor în formulare matriceală;

— datele de intrare sînt minime, ele referindu-se la caracterizarea structurii (număr de noduri, reazeme și bare, coordonatele nodurilor și

reazemelor, caracteriscicile barelor) și a încărcărilor (număr de ipoteze de încărcare, nodurile încărcate, direcțiile și valorile forțelor);

— ca rezultate se obțin eforturile (moment încovoietor, forță tăietoare, forță axială) de la extremitățile barelor și deplasările nodurilor.

Se menționează că luarea în considerare a rigidităților reale ale grinzilor reticulate conduce la redistribuiri sensibile de eforturi în structură față de cele determinate în etapa I.

Dimensionarea barelor componente ale grinzilor reticulate se efectuează conform prescripțiilor în vigoare și conduce la precizarea definitivă a caracteristicilor de armare și precomprimare ale acestor grinzi.

Primită la redacție la 24 februarie 1976
În formă revăzută la 14 decembrie 1977

BIBLIOGRAFIE

1 A. Ionescu, *Rețele de grinzi rezemate în puncte pentru structuri de acoperișuri universale integral prefabricate, din beton precomprimat*, Teză de doctorat, Cluj-Napoca, 1975.
2. K. Stiglat, H. Wippel. Platten, Zweite Auflage, Verlag von Wilhelm & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, 1973.
3. * * * *Utilizarea calculatorului electronic în proiectare, structuri de rezistență, program RETGRI*, MCInd. C.O.C.C., București, 1974.
4. A. Ionescu, Al. Cătărig, *Grinzi reticulate din beton armat și precomprimat*, St. cerc. mec. apl., *1*, (1977).
5. C. Bia, Al. Cătărig, *Program bazat pe generarea directă sub formă condensată (semibandă) a metricei de rigiditate în calculul structurilor plane*, Al II-lea Simpozion de informatică și conducere, vol. I, Cluj-Napoca, 1976.
6. M. Mihăilescu, ș.a., *Rețele de grinzi din beton armat pentru hale industriale*, Revista Construcțiilor, *10* (1965).
7. M. Mihăilescu, A. Ionescu, O. Bota, *Structuri reticulare din elemente prefabricate pentru hale industriale*, Institutul politehnic Cluj, Sesiunea științifică a cadrelor didactice, 22—23 decembrie, 1969.
8. M. Mihăilescu, A. Ionescu, Al. Cătărig, I. Olariu, *Rețele de grinzi suspendate cu tiranți oblici*, Buletinul științific al Institutului politehnic Cluj, 1973.
9. M. Mihăilescu, A. Erdely, A. Ionescu, D. Zăicescu, N. Dascălu, *Couverture bidirectionelle constituée des elements spatiaux d'un seul type assemblée par postcontrainte*, F.I.P. Congres, New-York, mai 1974.
10. M. Mihăilescu, A. Erdely, A. Ionescu, M. Dascălu, E. Pănescu, *Prototip de structură bidirecțională pentru hale industriale*, Arhitectura R.S.R. *2*, 1975.

ANALIZA EFORTURILOR DIN REZERVOARELE CILINDRICE CIRCULARE PRIN UTILIZAREA ELEMENTELOR FINITE INELARE

de OVIDIU MÎRȘU, RICHARD FRIEDRICH
Institutul politehnic „Traian Vuia", Timișoara

În lucrare se analizează starea de eforturi în pereții rezervoarelor cilindrice circulare, sub acțiunea încărcărilor axial simetrice, cu metoda elementelor finite utilizînd inele cilindrice. Rezemările pereților s-au presupus de tip articulație, încastrare elastică și încastrare perfectă. Pe baza aplicării metodei amintite s-a elaborat un program de calcul ce a permis studierea variației eforturilor n_θ și m_x pentru precomprimare pornind de la marginea superioară, respectiv de la marginea inferioară, cît și din umplerea treptată a rezervorului.

1. PROGRAMUL DE CALCUL

Funcție de caracteristicile geometrice ale inelelor și plăcilor se determină matricele rigidităților acestora și se construiește matricea rigidităților structurii în ansamblu, reținîndu-se numai semibanda caracteristică. Se introduc apoi condițiile de margine, deplasările nodale corespunzătoare diferitelor ipoteze de încărcare rezultînd din rezolvarea simultană a sistemelor de ecuații de condiție. Pe baza legăturii între deplasări și eforturi rezultă eforturile n_θ și m_x.

2. MATRICELE RIGIDITĂȚILOR

2.1. Pentru inelul cilindric se admite cîmpul de deplasări [1]

$$u_x = c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + c_4 x^3, \tag{1}$$

$$u_\varphi = \mathrm{d}u_x/\mathrm{d}x.$$

Ținînd seama de notațiile din figura 1*a*, legătura între deplasările din relația (1) și cele nodale se exprimă sub forma

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-3\xi^2+2\xi^3 & (\xi-2\xi^2+\xi^3)l & 3\xi^2-2\xi^3 & (-\xi^2+\xi^3)l \\ (-6\xi+6\xi^2)l & 1-4\xi+3\xi^2 & (6\xi-6\xi^2)/l & -2\xi+3\xi^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \cdot \tag{2}$$

Deformațiile specifice

$$\varepsilon_\theta = u_x/R, \qquad \varepsilon_\varphi = \mathrm{d}u_\varphi/\mathrm{d}x, \tag{3}$$

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 435–441.

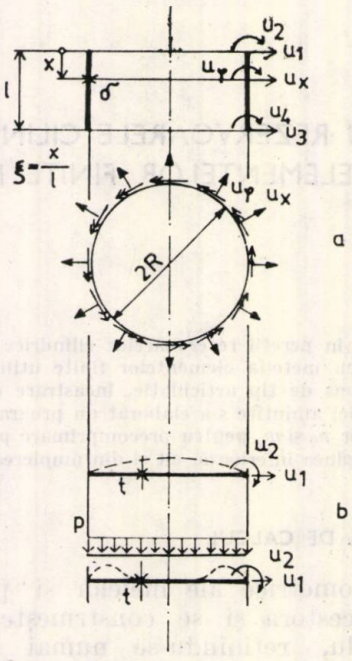


Fig. 1. — Notații. *a* Inele cilindrice ; *b* plăci circulare,

au expresiile

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_\theta\\ \varepsilon_\varphi\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}(-3\xi^2+2\xi^3)/R & (\xi-2\xi^2+\xi^3)l/R & (3\xi^2-2\xi^3)/R & (-\xi^2+\xi^3)l/R\\ (-6+12\xi)/l^2 & (-4+6\xi)/l & (6-12\xi)/l^2 & (-2+6\xi)/l\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\\ u_3\\ u_4\end{bmatrix}, \tag{4}$$

Adoptînd drept lege fizică relația [2] :

$$\begin{bmatrix}n_e\\ m_x\end{bmatrix}=E\delta\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & \delta^2/12(1-\nu^2)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_\theta\\ \varepsilon_\varphi\end{bmatrix}, \tag{5}$$

matricea rigidităților rezultă de forma

$$[k]=2\pi RlE\delta$$

$$\begin{bmatrix}\frac{13}{35R^2}+\frac{12D_1}{l^4} & \frac{11l}{210R^2}+\frac{6D_1}{l^3} & \frac{9}{70R^2}-\frac{12D_1}{l^4} & -\frac{13l}{420R^2}+\frac{6D_1}{l^3}\\ & \frac{l^2}{105R^2}+\frac{4D_1}{l^2} & \frac{13l}{420R^2}-\frac{6D_1}{l^3} & -\frac{l^2}{140R^2}+\frac{2D_1}{l^2}\\ & & \frac{13}{35R^2}+\frac{12D_1}{l^4} & -\frac{11l}{210R^2}-\frac{6D_1}{l^3}\\ & \text{simetric} & & \frac{l^2}{105R^2}+\frac{4D_1}{l^2}\end{bmatrix}, \tag{6}$$

în care $D_1 = \delta^2/12\,(1-\nu^2)$.

Pentru o lege de forma [1]

$$\begin{bmatrix} n_\theta \\ m_x \end{bmatrix} = \frac{E\delta}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \delta^2/12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_\varphi \end{bmatrix}, \tag{7}$$

matricea rigidităţilor este

$$[k] = \frac{2\pi RlE\delta}{1-\nu^2}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{13}{35R^2}+\frac{\delta^2}{l^4} & \frac{11l}{210R^2}+\frac{\delta^2}{2l^3} & \frac{9}{70R^2}-\frac{\delta^2}{l^4} & -\frac{13l}{420R^2}+\frac{\delta^2}{2l^3} \\ & \frac{l^2}{105R^2}+\frac{\delta^2}{3l^2} & \frac{13l}{420R^2}-\frac{\delta^2}{2l^3} & -\frac{l^2}{140R^2}+\frac{\delta^2}{6l^2} \\ & & \frac{13}{35R^2}+\frac{\delta^2}{l^4} & -\frac{11l}{210R^2}-\frac{\delta^2}{2l^3} \\ & \text{simetric} & & \frac{l^2}{105R^2}+\frac{\delta^2}{3l^2} \end{bmatrix} \tag{8}$$

Calcule comparative pentru inele de înălţimi uzuale arată că matricele (6) şi (8) dau rigidităţi foarte apropiate de cele determinate exact, conform lucrării [4]

2.2. Matricea rigidităţilor unei plăci circulare este de forma (fig. 1*b*)

$$[k] = \frac{Et}{R(1-\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & t^2/12 \end{bmatrix}, \tag{9}$$

respectiv, în cazul rezemării pe un mediu continuu [3],

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{Et}{R(1-\nu)} & 0 \\ 0 & t^2\sqrt[3]{\frac{E^2P}{16(1-\nu^2)^2}} \end{bmatrix}. \tag{10}$$

3. VARIAŢIA EFORTURILOR ÎN PEREŢII UNUI REZERVOR CILINDRIC

Problema variaţiei eforturilor în timpul precomprimării şi umplerii s-a studiat pentru un rezervor cilindric neacoperit, cu $R = 20$ m, $l = 6$ m şi $\delta = 22$ cm. Peretele s-a aproximat cu 10 inele de înălţime egală, luîndu-se în considerare două moduri de prindere în placa de bază: articulat şi încastrat. Pentru calcul s-a adoptat matricea rigidităţilor de forma (6).

Situațiile studiate sînt schițate în figura 2, reprezentînd :

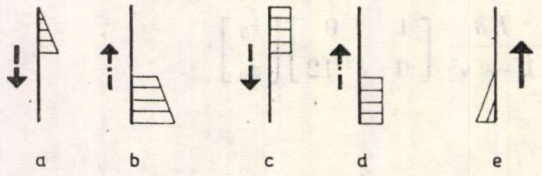


Fig. 2. — Moduri de încărcare.

— precomprimarea liniară pornind de la marginea superioară (*a*), respectiv inferioară (*b*) ;

— precomprimarea uniformă, în aceleași variante ca mai sus (*c*, *d*) ;

— umplerea treptată (*e*).

Diagramele eforturilor n_θ și m_x în zece faze consecutive de precomprimare de tip (*a*), peretele fiind articulat de placa de bază, sînt reprezentate în figura 3. Înfășurătoarele eforturilor maxime în situațiile (*a*) și (*b*),

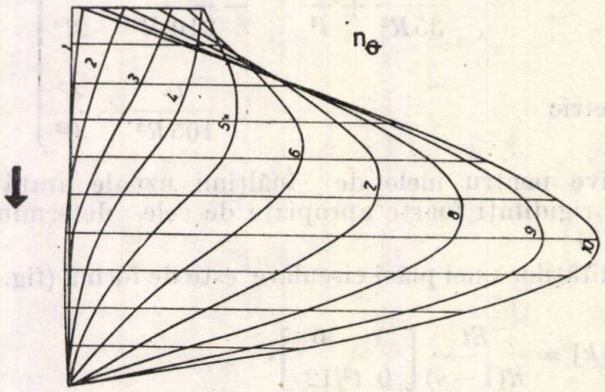
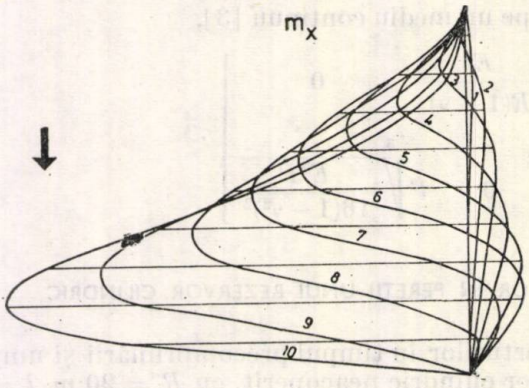


Fig. 3. — Variația eforturilor în timpul precomprimării de tip (*a*).



peretele fiind considerat articulat, respectiv încastrat în placa de bază, sînt date în figura 4.

Se observă că eforturile de compresiune n_θ prezintă diferențe importante față de valorile finale în vecinătatea marginii superioare a

rezervorului, pe restul înălțimii diferențele fiind neesențiale, în timp ce momentele de încovoiere m_x diferă față de valorile finale pe toată înălțimea peretelui.

Rezultate similare se obțin în cazul precomprimării uniforme. Diagramele din figura 5 corespund unui efort total de precomprimare

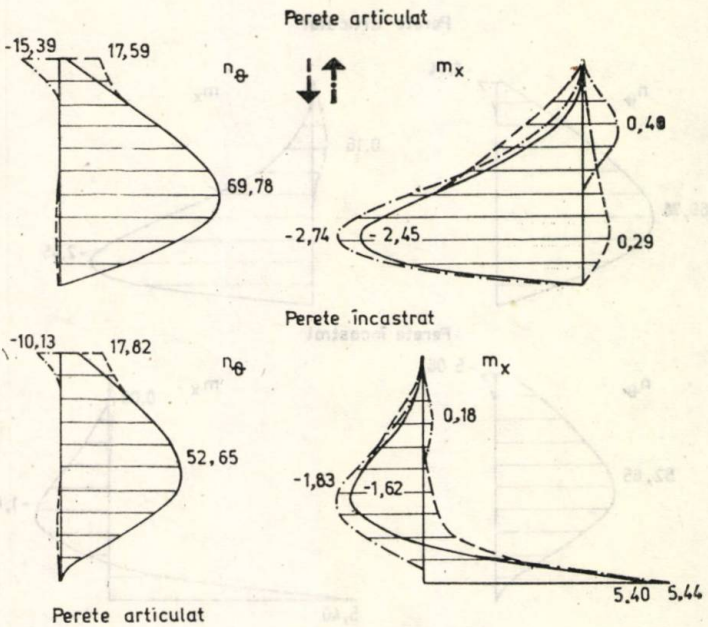


Fig. 4.— Diagrame înfășurătoare pentru precomprimarea (*a*).

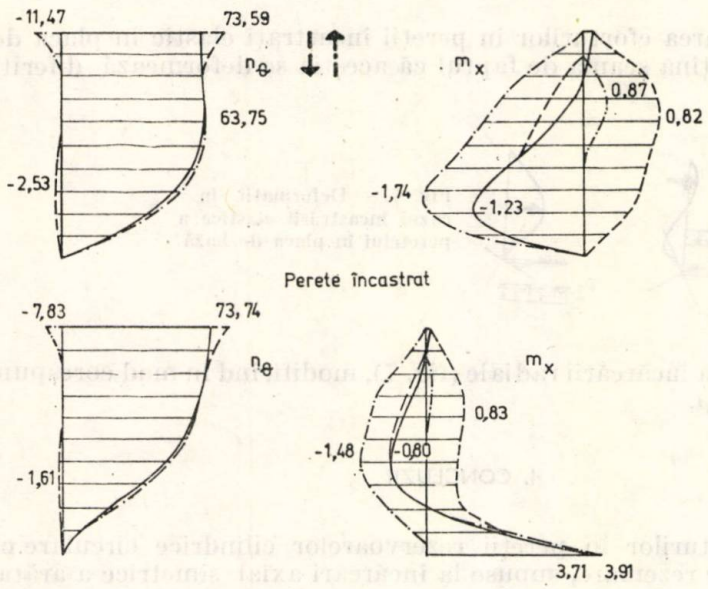


Fig. 5. — Diagrame înfășurătoare pentru precomprimarea (*b*).

egal celui din cazul precomprimării liniare; abaterile momentelor m_x față de valorile finale sînt considerabile.

Calculele s-au făcut neglijînd pierderile de tensiuni.

Rezultatele privind umplerea treptată a rezervorului sînt date în diagramele din figura 6. Se constată că în acest caz eforturile n_θ și m_x generate în timpul umplerii nu diferă esențial față de cele finale.

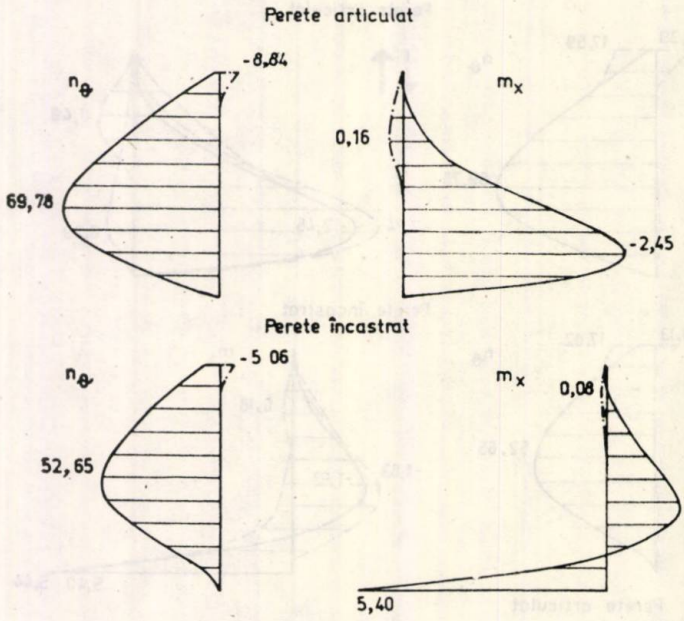


Fig. 6. — Diagrame înfășurătoare pentru umplere.

La determinarea eforturilor în pereții încastrați elastic în placa de bază trebuie să se țină seama de faptul că aceștia se deformează diferit,

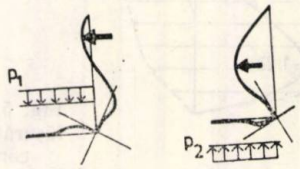


Fig. 7. — Deformații în cazul încastrării elastice a peretelui în placa de bază.

în funcție de poziția încărcării radiale (fig. 7), modificînd în mod corespunzător încărcarea p.

4. CONCLUZII

Studiul eforturilor în pereții rezervoarelor cilindrice circulare cu diferite condiții de rezemare, supuse la încărcări axial simetrice a arătat că starea de eforturi depinde de funcția de precomprimare și de sensul de înaintare a precomprimării. Abateri esențiale față de situația finală apar

în ceea ce privește compresiunea n_θ în vecinătatea marginii superioare a peretelui, iar pentru momentele m_x pe toată înălțimea peretelui. Umplerea treptată a rezervorului nu conduce la eforturi mult diferite de cele finale.

Programul întocmit permite și studiul altor probleme legate de recipienți cilindrici încărcați axial simetric, pe lîngă cele prezentate mai sus.

Primită la redacție la 11 iunie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. O.C. ZIENKIEWICZ, *The finite element method in engineering science*, London, McGraw-Hill, 1971.
2. O. MÎRȘU, R. FRIEDRICH, *Construcții industriale speciale din beton armat*, București, E.D.P., 1975.
3. K. GIRKMANN, *Flächentragwerke*, Wien, Springer-Verlag, 1963.
4. GY. MÁRKUS, *Theorie und Berechnung rotationssymmetrischer Bauwerke*, Budapest, Akadémiai Kiadó, 1967.

CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA RĂCIRII CU JET DE CEAȚĂ A PROCESULUI DE AȘCHIERE

de GLADCOV PETRE,
Institutul politehnic București

Răcirea cu jet de ceață a procesului de așchiere prezintă numeroase avantaje comparativ cu sistemul clasic de lucru.
În lucrare se prezintă sintetic aceste avantaje, ca și unele rezultate ale cercetărilor întreprinse de autor în direcția realizării unei instalații cu aplicabilitate industrială în acest scop, dîndu-se totodată și unele date referitoare la eficiența instalației realizate.

Una dintre metodele utilizate frecvent în vederea măririi durabilității sculelor așchietoare și îmbunătățirii calității suprafețelor prelucrate prin așchiere constă în răcirea și ungerea sculelor cu lichide pulverizate, în timpul procesului de așchiere, spre deosebire de sistemul clasic de răcire a acestora cu emulsii sau uleiuri în stare naturală, care prezintă unele dezavantaje dintre care se pot aminti următoarele :

1. Imposibilitatea pătrunderii jetului de lichid pe tăișurile sculelor, datorită unei pelicule de vapori ce se formează în jurul acestora, la contactul lichidelor cu metalul încălzit la cîteva sute de grade, ceea ce conduce la o răcire nerațională a sculei.

2. Imposibilitatea trimiterii lichidului de ungere - răcire asupra tăișurilor sculelor, cu o viteză suficientă pentru a putea străpunge stratul de vapori, întrucît în acest caz se produc deobicei cantități mari de stropi, ceea ce duce la pierderi mari de lichid, iar utilizarea unor carcase de protecție etanșe este nerațională în cazul mașinilor universale, datorită imposibilității urmăririi de către muncitor a procesului de așchiere.

3. Poluarea accentuată a atmosferei atelierelor de prelucrare prin așchiere, mai ales în cazul metodelor dinamice de prelucrare, ca de exemplu la prelucrarea cu cuțite rotative.

4. Consumul relativ mare de lichide de ungere-răcire, cu efectele economice cunoscute.

5. Costul relativ ridicat al pompelor pentru circularea lichidelor de ungere-răcire.

În cazul răcirii cu lichide pulverizate sub formă de ceață, în jeturi fine proiectate asupra tăișurilor sculelor, unele dintre dezavantajele citate anterior dispar, deoarece :

1. Jetul de ceață are deobicei dimensiuni transversale mici și se poate proiecta pînă în zona din imediata apropiere a tăișurilor sculei,

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 443–450.

cu o viteză de sute de ori mai mare decît vitezele jeturilor de lichide, ceea ce conduce la realizarea unor energii cinetice suficient de mari pentru străpungerea stratului de vapori formați în procesul așchierii.

2. Temperatura jetului de ceață este mult scăzută față de cea a lichidelor de ungere, care în timpul utilizării și recirculării în instalația de răcire se încălzesc.

3. Absorbția căldurii de către jeturile de ceață se produce în condiții mult mai bune, întrucît acest sistem utilizează căldura latentă de vaporizare, care este de zeci de ori mai mare decît valoarea căldurii specifice a lichidelor utilizate în mod curent la răcirea proceselor de așchiere.

4. În cazul prelucrării fontelor, cantitatea de praf din atmosfera atelierelor de prelucrare scade de pînă la 7 ori, fără a se mări cantitatea de vapori ai lichidelor utilizate, întrucît concentrația emulsiilor utilizate poate fi de numai 1,5%, iar cantitatea lichidelor vehiculate este mult mai mică.

5. Cheltuielile legate de consumul de lichide de răcire este corespunzător scăzut.

Cele de mai sus se completează prin aceea că utilizarea răcirii cu jet de ceață conduce la obținerea unor durabilități mult mărite a sculelor așchietoare, influențînd direct asupra consumului de scule și deci și asupra prețului de cost al produselor prelucrate prin așchiere. În plus, calitatea suprafețelor prelucrate crește simțitor. [1] — [4].

Instalațiile cunoscute de pulverizare a lichidelor de răcire se compun în principiu dintr-o rețea de aer comprimat și dintr-o rețea de transport a lichidului de răcite la pulverizator.

Acesta se aduce de obicei la o presiune de 2—3 daN/cm² cu ajutorul unor pompe centrifugale sau cu pistonașe [2], [3], fie cu ajutorul unui recipient hidrofor, lucrînd cu presiune de aer comprimat de-asupra lichidului [5].

În literatură se descriu diferite sisteme de amestec al celor două componente ce produc jetul de lichid pulverizat [6], [7], [8], sisteme în care amestecul se realizează în interiorul pulverizatoarelor, ceea ce implică aducerea lichidului la pulverizator sub presiune.

De aici decurge necesitatea elementelor necesare generării acestei presiuni, ca și a elementelor pentru dozarea componentelor, ceea ce conduce la complicarea instalației în general și a pulverizatorului, fără să se asigure totuși funcționarea în regim staționar a acestuia, la debitele foarte mici de lichid pulverizat, datorită vitezelor relativ mari ale lichidului în apropierea acestor elemente de dozare, care produc turbulențe generatoare de antrenări în mișcare ale depunerilor pe conducte și deci posibile înfundării ale căilor de acces al lichidului la ajutajul pulverizatorului.

În cercetările experimentale întreprinse la Institutul politehnic din București s-a căutat o soluție practică de pulverizator la care complicațiile enumerate mai sus să fie diminuate, simultan cu o reducere a complexității instalației de pulverizare a unor debite mici de lichid (în jur de 200 ml/oră, la presiuni ale aerului de maximum 3...4 daN/cm²).

Ca urmare a acestor cercetări experimentale s-a ajuns la o instalație foarte simplă, alcătuită în principiu din elementele prezentate în

figura 1 : un rezervor de lichid *1*, protejat împotriva pătrunderii așchiilor rezultate din procesul de așchiere, o conductă pentru lichid *2* și alta pentru aerul comprimat *3*, care aduc elementele de amestec la pulverizatorul aspirat *4*, de concepție proprie, avînd la bază un brevet de invenție [9].

Reglarea debitului de lichid pulverizat de realizează nu cu ajutorul unor robineți, care ar provoca străngulări pe conducte, ci doar prin variația poziției reciproce a ajutajelor pentru aer și lichid, din care componentele ies în atmosferă și numai apoi se amestecă.

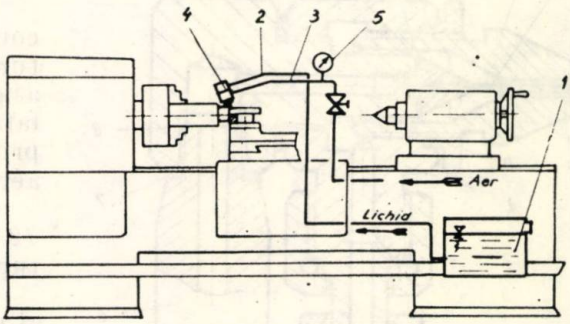


Fig. 1. — Schema de principiu a instalației.

Reglarea presiunii aerului comprimat se realizează cu ajutorul unui reductor de presiune *5*, care asigură aerului presiunea constantă dorită, în funcție de debitul de lichid necesar de pulverizat.

Rezervorul de lichid nu are suprapresiune, iar deplasarea lichidului prin conducte se face prin aspirarea lui de către pulverizatorul însuși.

Conductele sînt racordate la pulverizator cu ajutorul unui tub flexibil, ceea ce permite poziționarea pulverizatorului practic în orice poziție față de sculă.

Instalația poate pulveriza debite mici de lichid, reglabile practic pînă la zero, la presiuni obișnuite și chiar mai mici decît cele utilizate în mod curent la răcirea cu lichide pulverizate a procesului de așchiere, fără ca regimul staționar de pulverizare să sufere.

Acest aspect este foarte important, întrucît nerealizarea regimului staționar de pulverizare poate conduce la spargerea tăișurilor sculelor, dacă acestea sînt din materiale cu conductivitate termică scăzută, caz din ce în ce mai frecvent în practică.

Absorbția lichidului se poate realiza comod de la diferențe de nivel de pînă la 1,5...2 m.

Instalația de concepție proprie se poate utiliza atît la mașinile cu gabarite mari, cît și la mașinile unelte mici.

În Institutul politehnic București s-au experimentat astfel de instalații atît pe un strung cu diametrul maxim de prelucrare de 500 mm, cît și pe un strung cu diametrul maxim de prelucrare de 224 mm.

Elementul esențial al instalației este pulverizatorul, avînd construcția prezentată în figura 2.

El se compune dintr-un corp *1* la care se racordează niplul *2*, cu ajutorul unei piulițe olandeze *3*.

Niplul se racordează la rețeaua de aer comprimat cu ajutorul unui furtun *4*.

Lichidul este aspirat printr-un tub flexibil etanș *5* și intră în pulverizator printr-un racord *6*, etanșat cu o garnitură *7* și înșurubat într-un cot *8*. Acesta este înșurubat în corpul *1*, etanșarea asigurîndu-se prin garnitura *9*.

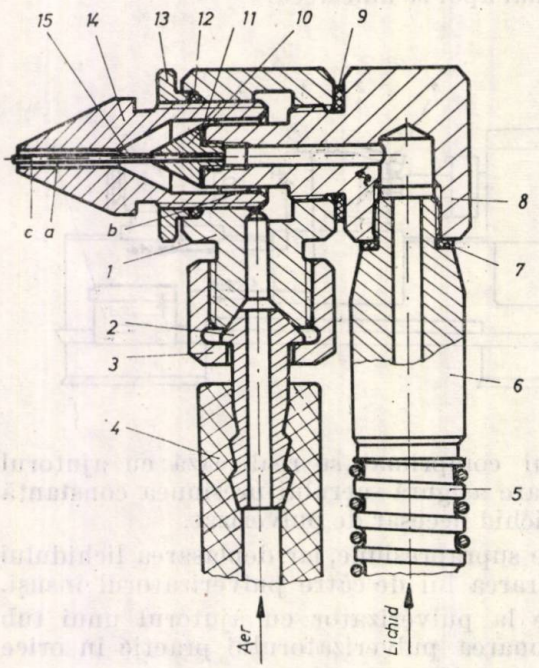


Fig. 2. — Construcția pulverizatorului.

La cotul *8* se atașează conul *10*, etanșat prin garnitura *11*. O altă garnitură *12* asigură etanșarea corpului *1* față de ajutajul exterior *14*, prin care iese în atmosferă aerul comprimat.

Strîngerea garniturii *12* este asigurată de presetupa *13*.

Concentric cu orificiul *a* al piesei *14* trece o țeavă *15*, lipită în conul *10*. Prin aceasta este aspirat lichidul, amestecat foarte fin cu aerul comprimat, după ieșirea ambelor componente în atmosferă.

Amestecul se face prin destinderea aerului comprimat la ieșirea lui din orificiul inelar *a*, după ce în prealabil a fost turbionat în niște canale elicoidale *b*, realizate între piesele *8* și *14*.

Ca urmare a amestecului dintre lichid și aerul comprimat se formează un jet de ceață foarte fină, care se poate proiecta pe partea activă a sculei, pe fața de așezare sau pe cea de degajare după dorință.

Raportul dintre debitul de aer și cel de lichid se poate regla cel mai comod prin simpla rotire a ajutajului *14* față de corpul *1*, ceea ce conduce la modificarea randamentului de absorbție a lichidului datorită modificării poziției axiale a ajutajelor pentru lichid *c* și, respectiv, pentru aer, *a*.

Pentru cazuri speciale, debitul de aer comprimat și cel de lichid se pot modifica prin modificarea dimensiunilor active ale ajutajelor (care sînt schimbabile) sau prin modificarea diferenței de nivel de la care se aspiră lichidul, cu variația corespunzătoare a presiunii a aerului comprimat.

În vederea dimensionării ajutajelor s-au făcut experimentări cu diferite dimensiuni active ale acestora, determinîndu-se debitul maxim în fiecare caz [10].

În figura 3 se prezintă un grup de diagrame ale debitului orar maxim de lichid pulverizat, în funcție de presiunea aerului la intrarea în pulverizator și de înălțimea de aspirație a lichidului, pentru unul din cuplurile de dimensiuni ale secțiunii transversale ale ajutajelor de ieșire a aerului și respectiv apei.

Capacitatea de absorbție a căldurii de către jet de-a lungul acestuia a fost pusă în evidență prin măsurarea temperaturii amestecului la diferite distanțe de la ieșirea din pulverizator.

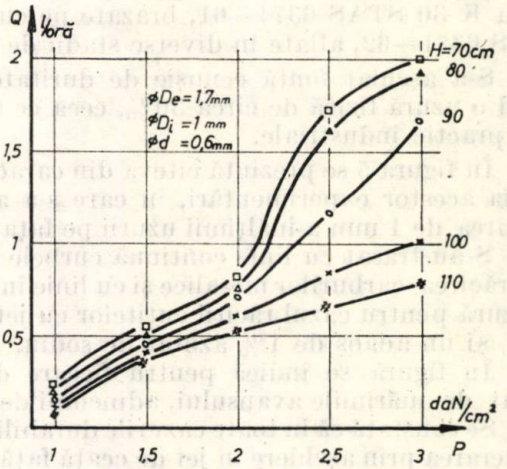


Fig. 3. — Diagrame de debit.

S-au obținut în acest mod diagrame de variație a temperaturii în jet în funcție de distanța de la pulverizator la sculă și de presiunea aerului comprimat utilizat, unele din aceste diagrame fiind prezentate în figura 4.

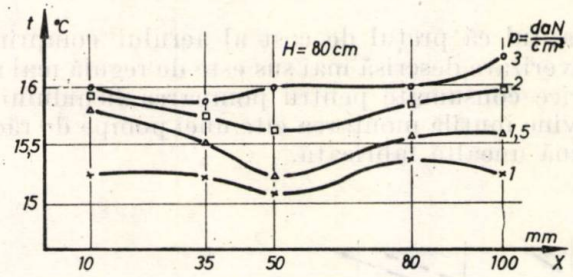


Fig. 4. — Diagrame de presiune, temperatură-distanță.

Din figură rezultă că pînă la 50 mm distanță față de pulverizator nu se produc în nici un caz creșteri esențiale ale temperaturii în jet, aceasta rămînînd relativ stabilizată la circa 15,5°C, ceea ce reprezintă doar 58% față de temperatura mediului ambiant, care în timpul măsurătorilor a fost de peste 27°C.

Creșterea distanței de la pulverizator la sculă nu este recomandabilă întrucît, cu toate că nu se afectează temperatura jetului, la valori mari ale acestei distanțe scade viteza particolelor amestecului, ceea ce duce la

scăderea energiei cinetice a acestora și deci la micșorarea eficacității procesului de răcire și ungere.

Cu ajutorul instalației experimentale prezentate principial în figura 1 s-au făcut printre altele cercetări pentru determinarea influenței răcirii cu jet de ceață asupra durabilității unor cuțite de strung armate cu plăcuțe din carburi metalice realizate din materiale românești, în cadrul I.C.E.M. — București.

Au fost experimentate plăcuțe de tipul A 25 STAS 6373—72 din grupa K 30 STAS 6374—61, brazate pe cuțite laterale dreapta 32 × 32 STAS 6381—62, aflate în diverse stadii de reascuțire.

S-a așchiat fontă cenușie de duritate mică, pe un strung normal avînd o uzură fizică de circa 30%, ceea ce situează determinările în condiții practic industriale.

În figura 5 se prezintă cîteva din caracteristicile de uzură ridicate cu ocazia acestor experimentări, în care s-a admis drept criteriu de uzură valoarea de 1 mm a înălțimii uzurii pe fața de așezare principală a sculei.

S-au trasat cu linie continuă curbele de uzură ridicate la strunjirea fără răcirea carburilor metalice și cu linie întreruptă au fost trasate curbele de uzură pentru cazul răcirii cuțitelor cu jet de ceață, realizată cu emulsie 1,5% și un adaos de 1% azotat de sodiu.

În figură se indică pentru fiecare diagramă indicativul plăcuței urmat de mărimile avansului, adîncimii de așchiere și vitezei de așchiere.

Se constată că în toate cazurile durabilitatea sculelor crește simțitor la prelucrarea prin așchiere în jet de ceață față de sistemul clasic (fără răcire) utilizat la așchierea cu scule avînd tăișuri din carburi metalice.

În figura 6 se prezintă o fotografie realizată cu ocazia experimentărilor discutate mai sus.

Creșterea durabilității sculelor așchietoare, realizată prin răcirea acestora cu jet de ceață în timpul lucrului, permite realizarea unor importante economii prin reducerea corespunzătoare a consumului de materiale de scule.

Se poate menționa faptul că prețul de cost al aerului comprimat utilizat de instalația de pulverizare descrisă mai sus este de regulă mai mic decît costul energiei electrice consumate pentru pomparea lichidului de răcire obișnuit. În plus, devine inutilă montarea cîte unei pompe de răcire (cel puțin) pe fiecare mașină unealtă fabricată.

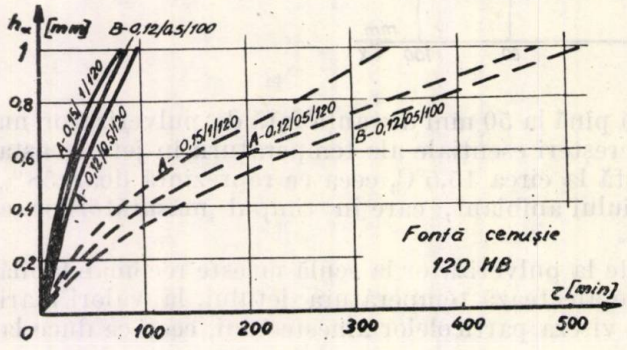


Fig. 5. — Diagrame de uzură a cuțitelor.

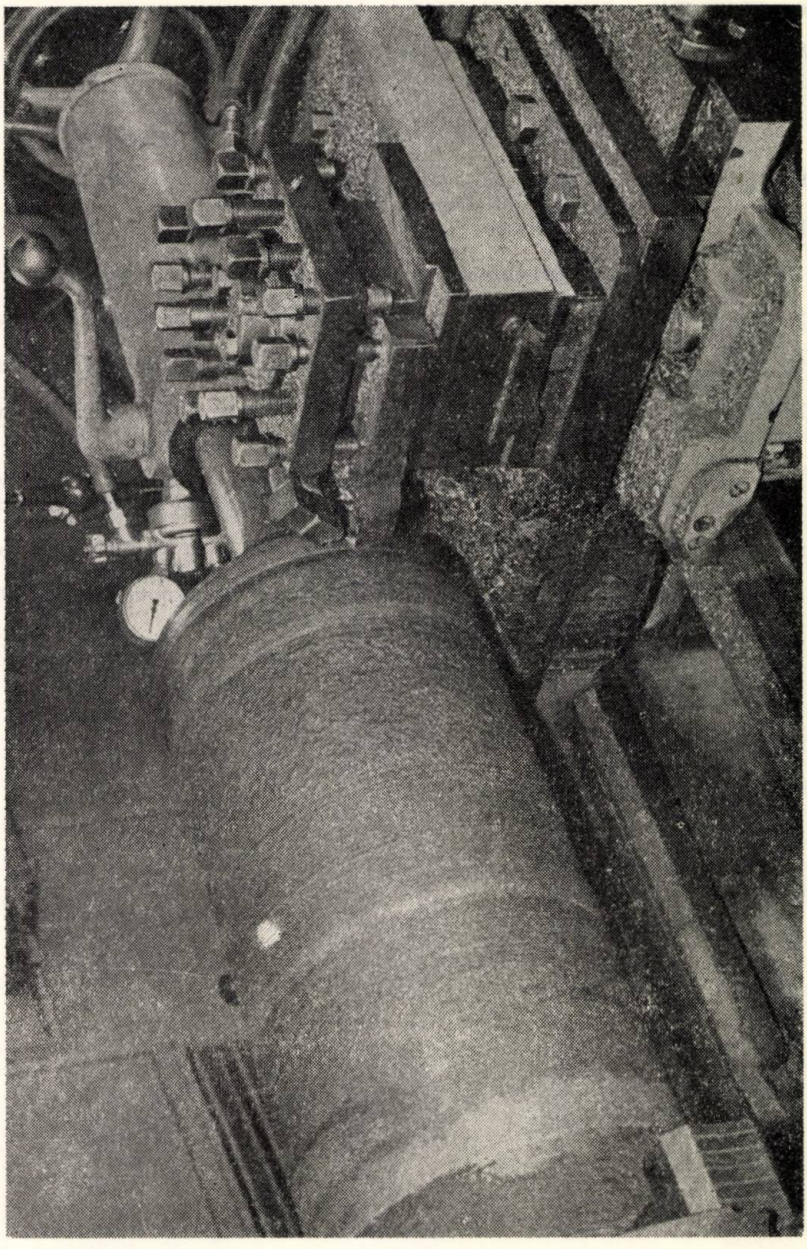


Fig. 6. — Instalația experimentală, în timpul lucrului.

De aici rezultă că introducerea în utilizarea curentă a metodei de răcire cu jet de ceață a sculelor așchietoare în uzinele care dispun de rețea de aer comprimat este o măsură pe deplin justificată din punct de vedere economic.

Primită la redacție la 18 octombrie 1976

BIBLIOGRAFIE

1. A. R. BĂNCILĂ, G. S. GEORGESCU, *Noutăți în construcția și folosirea mașinilor unelte, dispozitivelor și sculelor*, Edit. tehnică, București, 1969.
2. G. DRĂGHICI, *Metode tehnologice înaintate de prelucrare a metalelor*, Edit. tehnică, București, 1965.
3. G. DRĂGHICI, *Influența răcirii cu lichid pulverizat asupra cuțitului de strung*, Constr. maș., *12* (1965).
4. D. N. TROIȚKAIA, *Vliianie raspilennih jidkostei na stoikosti rezțov s plastinkami iz tviordih splavov*, Vestnik Mașinostroeniia, *10* (1963).
5. P. V. KRUPENEA, *Opit ohlajdeniia instrumenta raspilennimi jidkosteami*, Mașinostroiteli, *2* (1963).
6. A. N. REZNIKOV, *Teploobmen pri rezanii i ohlajdenie instrumentov*, Mașghiz, Moskva, 1966.
7. I. PROSKUREAKOV, V. PETROV, *Tonkoraspilennoe ohlajdenie rejușcih instrumentov*, Mașghiz Moskva, 1962.
8. B. PLĂHTEANU, I. CONDREA, *Contribuții la studiul răcirii — ungerii prin pulverizarea lichidelor la joasă presiune la strunjirea profilată a rolelor de rulmenți*, Bul. Inst. Polit. Iași, **XIII**, **XIV**, *3*, *4*.
9. P. GLADCOV, *Dispozitiv pulverizator pentru răcirea cu jet de ceață a sculelor așchietoare*, Brevet de invenție (Hotăr. OSIM 1.08.1974).
10. P. GLADCOV, *Cercetări experimentale privind asimilarea unui sistem de răcire cu jet de ceață a procesului de așchiere*, Constr. maș. *2* (1976).

TRADUCTOARE DE DEPLASARE, VITEZĂ ŞI ACCELERAŢIE, LA MECANISME

de V. I. GHIU, A. M. RACOVIŢĂ, G. M. GIUROVICI
Institutul de fizică şi tehnologia materialelor

În lucrare sînt descrise tipuri de traductoare de deplasare, viteză şi acceleraţie realizate în cadrul Laboratorului de maşini şi mecanisme din Centrul de mecanică a solidelor. Avantajul pe care-l prezintă aceste traductoare îl constituie posibilitatea utilizării lor la efectuarea de măsurări asupra mecanismelor funcţionînd la viteze ridicate, de ordinul 3000 cicli pe minut. Se indică baza teoretică a diferitelor tipuri de traductoare, precum şi caracteristicile tehnice speciale ale traductoarelor CMS. Forma lor constructivă şi soluţiile tehnice adoptate pentru experimentare, sînt prezentate în fotografiile din text.

În cadrul Laboratorului de maşini şi mecanisme există preocupări cu caracter permanent pentru realizarea unor traductoare adecvate necesităţilor specifice, cît şi pentru determinarea unor metode experimentale de măsurare optime.

În diverse situaţii din cadrul contractelor de cercetare, traductoarele firmelor specializate ca : Brüel şi Kjaer, RFT, Baldwin, Philips etc., aflate în dotarea laboratorului, nu au acoperit domeniul de lucru necesar.

Pentru instalaţia mecano-electronică cu came, în diversele ei variante modificate şi perfecţionate, au fost utilizate traductoare de deplasare liniară de tip rezistiv. În scopul măsurării directe a deplasărilor liniare ale tachetului mecanismului cu came (determinarea profilului camei), s-au încercat traductoare parametrice proprii, de tip inductiv diferenţial, care asigurau o plajă de la 0—11 mm. Întrucît pe tija traductorului era montată o bară de ferită, care este un material casant, limita superioară de viteză era restrînsă. Acest tip de traductor s-a utilizat în combinaţie cu o punte tensometrică RFT cu 3 canale, tip.UM.131.

Pentru măsurarea deplasărilor mici s-au utilizat traductoare capacitive. Astfel, la o instalaţie pentru măsurarea abaterilor axiale şi radiale ale broşei s-au folosit două traductoare capacitive, în vederea determinării acestor abateri pe două direcţii X şi Y, inclusiv pentru analizarea acestor abateri după toleranţa maximă admisibilă de ordinul $\pm 0{,}5$ microni.

În figurile 1 şi 2 se prezintă schematic cele două traductoare, iar în figurile 3 şi 4 sînt prezentate vederile de ansamblu.

Aceste traductoare permit realizarea unor măsurări dinamice fără contact cu piesa de măsurat (ca în cazul unui palpator mecanic), în domeniul 1—20 microni cu o eroare de $\pm 0{,}5$ microni.

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 451—458

Se știe că dacă $x \ll d$ și dacă se elimină termenii de grad superior, avem

$$C_x = C_0 + \frac{C_0}{d} \cdot x = C_0 + \Delta C, \tag{1}$$

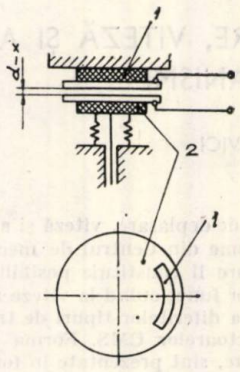


Fig. 1. — Traductor axial, schemă.

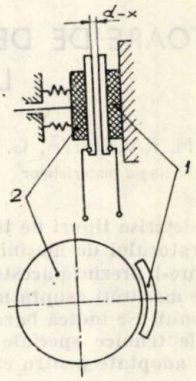


Fig. 2. — Traductor radial, schemă.

unde

x este abaterea,

d — distanța inițială între plăcile condensatorului,

$C_0 = \frac{\varepsilon A}{d}$ — capacitatea statică a traductorului (constanta traductorului).

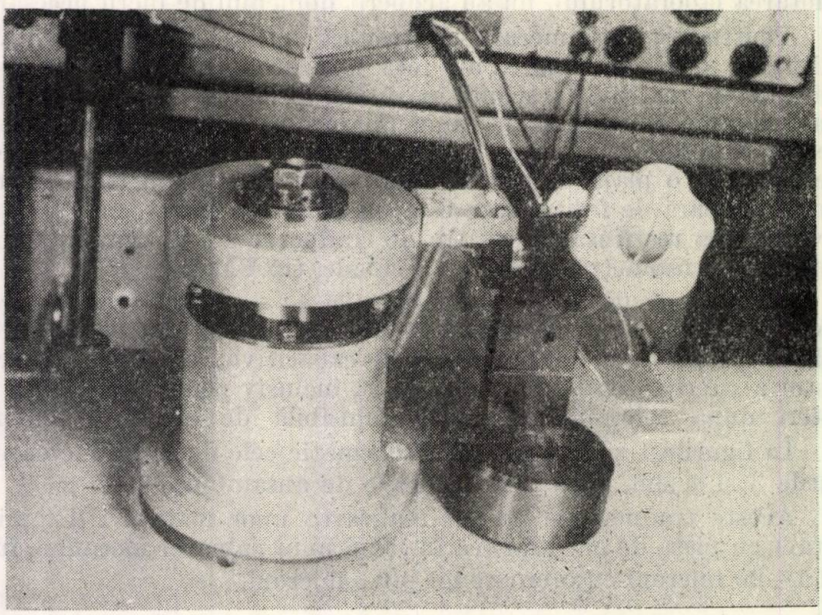


Fig. 3. — Traductor radial, ansamblu.

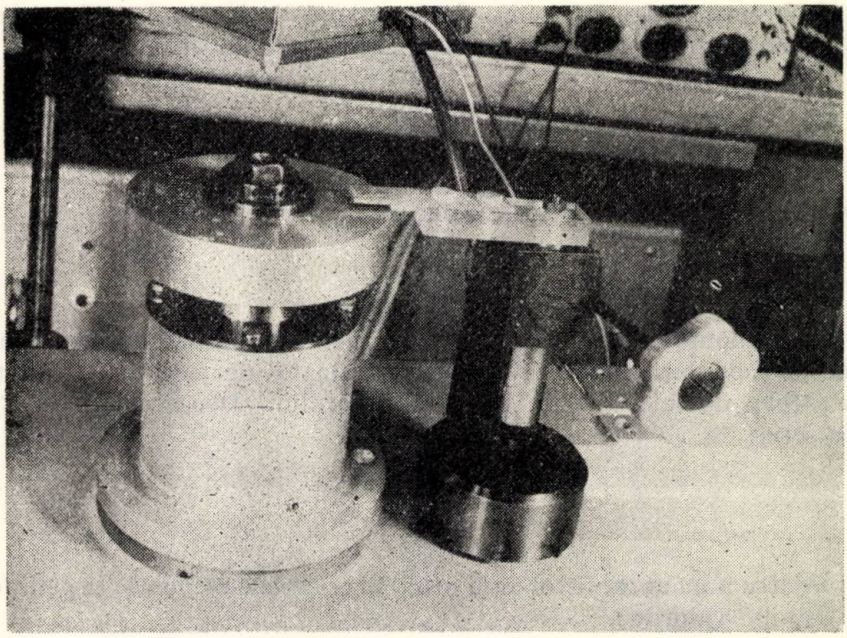


Fig. 4. — Traductor axial, ansamblu.

Aceste traductoare s-au folosit împreună cu un sistem electronic de măsură și afișare, a cărui schemă de principiu este prezentată în figura 6, iar schema bloc în figura 5.

Cristalul de cuarț piezoelectric are schema echivalentă din figura 7. Cea de-a doua frecvență de rezonanță poate fi modificată prin variația lui C_p și astfel, în cazul utilizării unui montaj de oscilator adecvat, se pot obține variații de frecvență de oscilație în limite strînse, prin variația capacității conectate în paralel.

Dacă cristalul este montat între baza tranzistorului și masă, atunci frecvența de oscilație este dată de relația

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_e}\left(\frac{1}{C_e} + \frac{1}{C_p}\right)}, \tag{2}$$

unde

C_p este capacitatea totală, în paralel cu cristalul, formată din :

- capacitatea condensatorului din schema echivalentă ;
- capacitatea bază emitor ;
- capacitatea bază conector ;
- capacitatea conexiunii de reacție pozitivă.

Deci

$$C_p = C_p' + C_0 + \Delta C + \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}. \tag{3}$$

Diferența dintre frecvența de rezonanță derivație f_0 astfel determinată și frecvența de rezonanță serie f_r, raportată la ultima, este

$$\frac{f_0 - f_r}{f_r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_e}{C_p} \tag{4}$$

și deoarece $C_e \ll C_p$, se poate aproxima

$$f_0 \cong f_r.$$

Prin montarea traductorului capacitiv în paralel cu cristalul, se obține o modulație de frecvență determinată de variația distanței d dintre cele două armături ale traductorului. Deoarece $\Delta C \ll C_p$, se poate scrie

$$\frac{f}{f_0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_e}{C_p} \cdot \frac{\Delta C}{C_p}. \tag{5}$$

Pentru a nu avea distorsiuni mari, la cristalele de cuarț, experimental s-au stabilit valorile :

$$\frac{C_e}{C_p} = \frac{1}{200} \rightarrow \frac{1}{1000}, \tag{6}$$

iar

$$\frac{\Delta C}{C_p} < \frac{1}{5}. \tag{7}$$

Rezultă o deviație relativă de frecvență foarte mică :

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{2000} \div \frac{1}{10000}. \tag{8}$$

În figura 8 se prezintă o vedere de ansamblu a sistemului electronic împreună cu oscilograful și traductorul capacitiv, în poziție de lucru.

Traductorul capacitiv folosit a avut o suprafață de 3 cm^2 cu o distanță inițială între armaturi de 0,1 mm, deci $C_0 = 72$ pF.

Pentru $\Delta x = 20$ μm ; $\Delta C = 14{,}4$ pF ; $f_{max} = 332$ Hz.

Sensibilitatea oscilatorului este : $\Delta f/\Delta C = 23$ Hz/pF, iar sensibilitatea traductorului : $\Delta f/\Delta x = 16{,}6$ Hz/μm.

Prin fotografiere s-a obținut de pe ecranul oscilografului, diagrama abaterii axiale prezentată în figura 9.

Pentru studiul cinematic și dinamic al legilor de profilare a camelor, s-a conceput un traductor de viteză, de tip generator foarte robust, prezentat schematic în figura 10 și o vedere de ansamblu în figura 11.

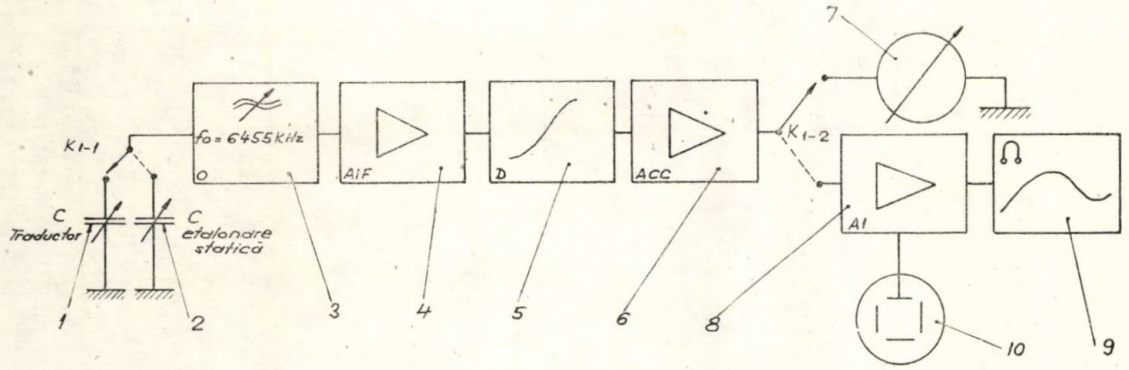


Fig. 5. — Sistem electronic de măsurare, schemă bloc.

1 — traductor capacitiv; *2* — condensator de etalonare statică; *3* — oscilator pilotat cu cuarţ, cu modulaţie în frecvenţă; *4* — amplificator de înaltă frecvenţă; *5* — discriminator de frecvenţă; *6* — amplificator de joasă frecvenţă; *7* — milivoltmetru; *8* — amplificator de ieşire; *9* — oscilator cu 12 bucle; *10* — oscilator catodic.

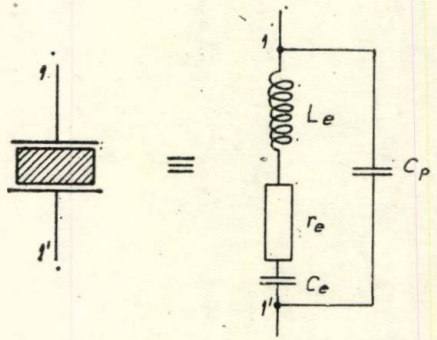


Fig. 7. — Cristal de cuarţ piezoelectric, schemă echivalentă.

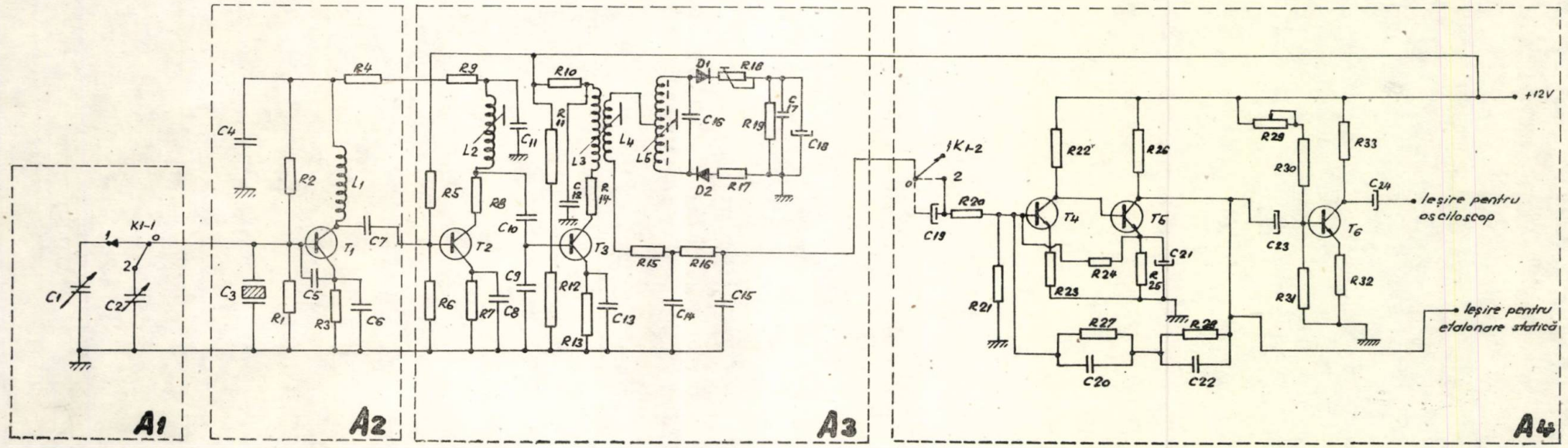
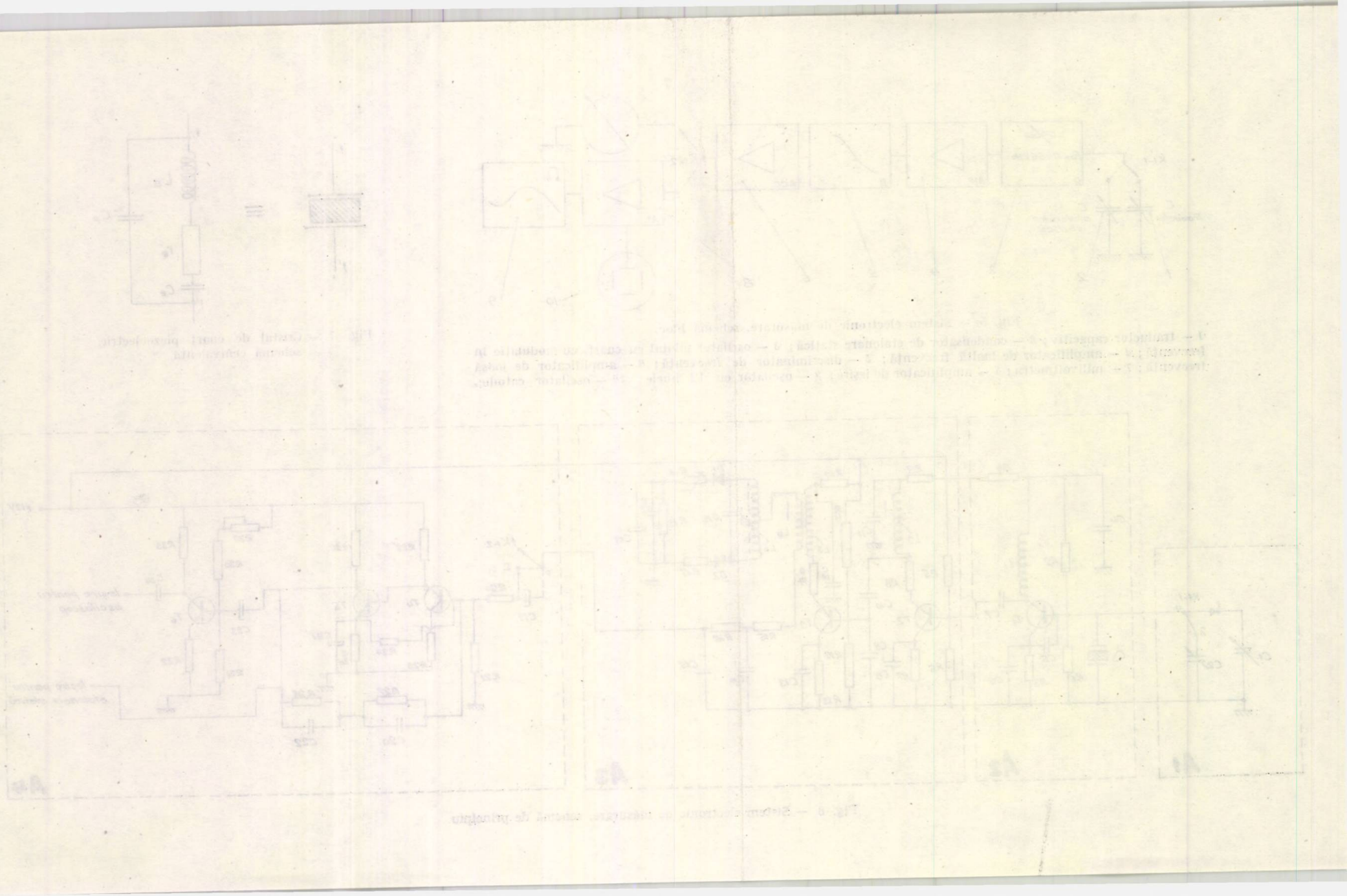


Fig. 6. — Sistem electronic de măsurare, schemă de principiu.



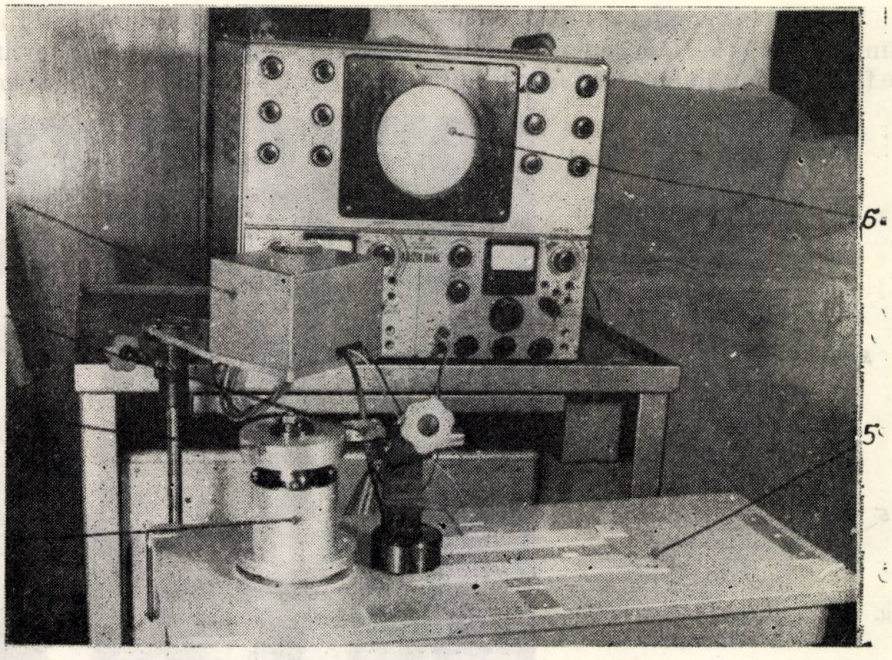


Fig. 8. — Sistem de măsurare, a abaterilor axiale şi radiale ale broşei, ansamblu general.
1 — bloc electronic de prelucrarea semnalelor; *2* — traductor capacitiv; *3* — disc ∅ 100 mm; *4* — broşă; *5* — platină; *6* — oscilograf catodic.

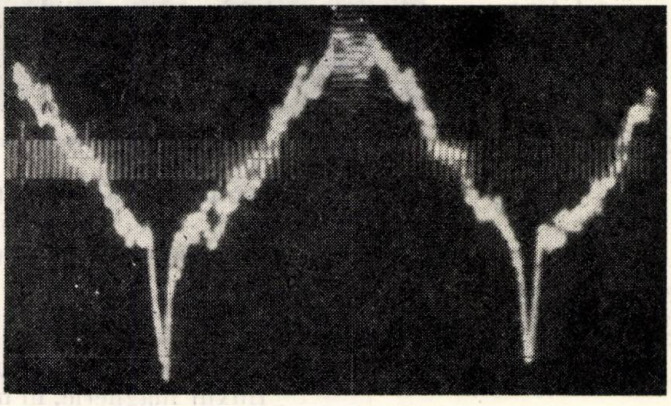


Fig. 9. — Diagrama abaterii axiale.

În schema din figura 12, se observă că la deplasarea unui conductor al unei bobine într-un cîmp magnetic constant, în acesta se induce o tensiune electromotoare :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}. \tag{9}$$

Dacă un conductor situat perpendicular pe liniile de forță ale unui cîmp de inducție B, se deplasează într-o direcție perpendiculară față de liniile de forță ale cîmpului și față de propria sa direcție, atunci în conductor se

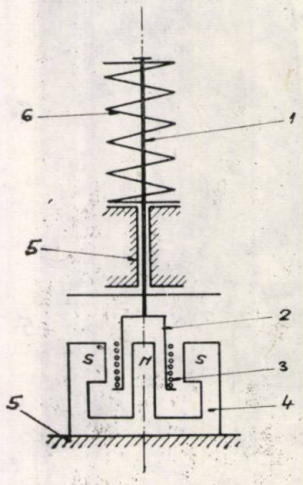


Fig. 10. — Traductor de viteză, schemă de principiu: *1* — element de intrare; *2* — carcasa bobinei mobile; *3* — înfășurarea bobinei; *4* — piesă polară și magnet permanent; *5* — suportul fix al traductorului; *6* — arcul supapei.

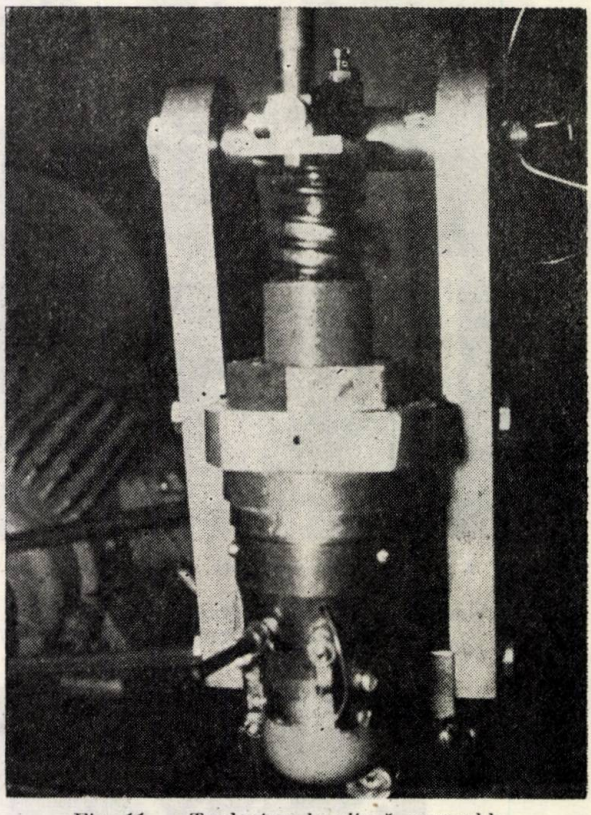


Fig. 11. — Traductor de viteză, ansamblu.

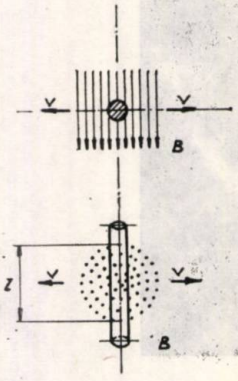


Fig. 12. — Deplasarea unui conductor în cîmp magnetic.

induce o tensiune e; această tensiune, în anumite condiții, este direct proporțională cu viteza de deplasare a conductorului, adică

$$e = -B \cdot l \cdot v, \tag{10}$$

unde

l este lungimea conductorului care taie fluxul magnetic, în m:
v — viteza mișcării conductorului, în m/s;
B — inducția magnetică, în Wb/m² sau Tesla;

În funcție de numărul de spire al bobinei și de deplasarea sa x, relația (10) devine

$$e = -n \cdot B \cdot l_a \cdot \frac{\Delta x(t)}{dt}, \tag{11}$$

în care

n reprezintă numărul de spire al bobinei;

B — inducția magnetică;

l_a — lungimea activă a unei spire.

Traductorul de viteză realizat are următoarele caracteristici:

— rezistența în curent continuu, $R_{cc} = 330\ \Omega$;

— numărul de spire, $n = 600$ spire;

— sensibilitatea taductorului, $s = U_e/v_i = 690/k$, în mV·s/m; unde k este un parametru dependent de turația camei;

— $\Delta x \leqslant 12$ mm;

— eroarea de liniaritate $\varepsilon \leqslant 2\%$.

Traductorul de viteză menționat mai sus s-a folosit împreună cu blocul electronic de prelucrare a semnalului, a cărui schemă bloc este prezentată în figura 13, și cu un sistem de afișare

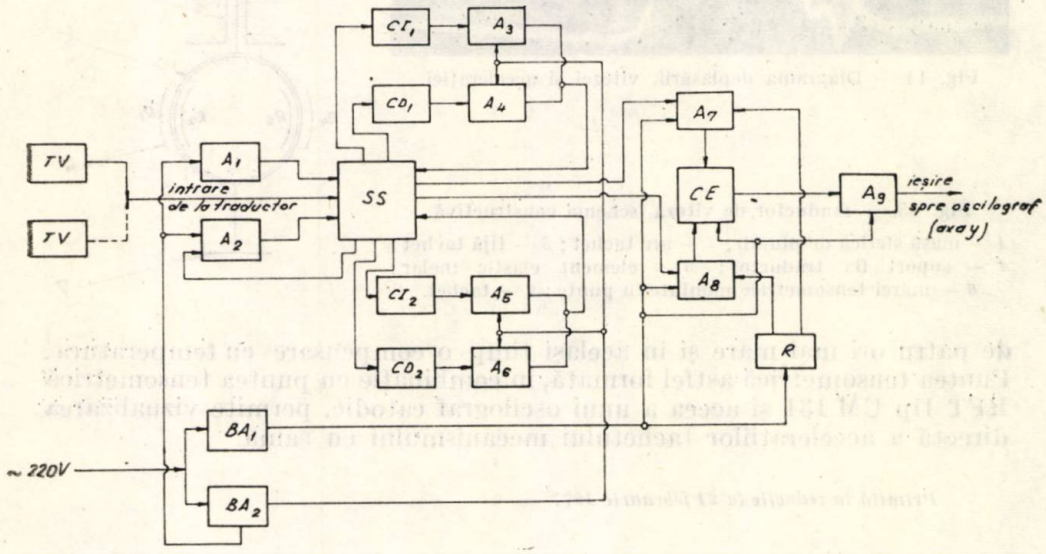


Fig. 13. — Sistem electronic de prelucrare a semnalelor pentru traductorul de viteză, schemă bloc.

TV — traductor de viteză; A_1 — amplificator; SS — sistem de selectare; CI_1 — circuit de integrare; CD_1 — circuit de derivare; CE — comutator electronic; BA_1 — bloc alimentare; R — element de reglare.

În figura 14 se prezintă diagramele celor trei parametri cinematici obținuți la $n = 500$ rot/min, afișați pe ecranul osciloscopului.

Pentru măsurarea accelerațiilor liniare ale tachetului mecanismului cu camă, pe lîngă traductoarele piezoelectrice de accelerație tip Brüel și Kjaer, s-a folosit un traductor tensometric cu convertire indirectă, realizat în cadrul laboratorului. Schema constructivă a traductorului și elementele sale componente sînt prezentate în figura 15.

În timpul măsurării, datorită accelerațiilor apare o forță de inerție F_i care solicită la încovoiere inelul elastic (5) din oțel. Cele patru mărci tensometrice (6) sînt astfel montate în punte, încît se obține o sensibilitate

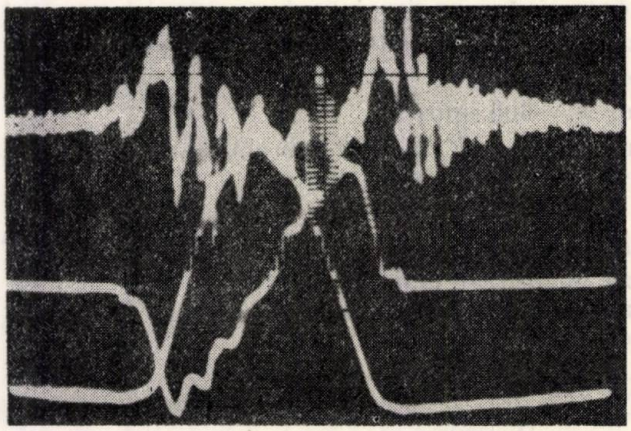


Fig. 14. — Diagrama deplasării, vitezei și accelerației.

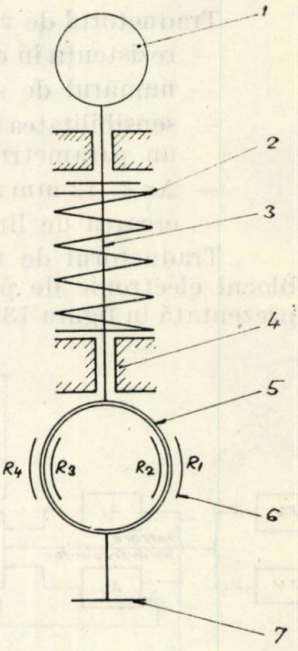


Fig. 15. — Traductor de viteză, schema constructivă.
1 — masă sferică de plumb; *2* — arc tachet; *3* — tijă tachet; *4* — suport fix traductor; *5* — element elastic inelar; *6* — mărci tensometrice montate în punte; *7* — tachet.

de patru ori mai mare și în același timp o compensare cu temperatura. Puntea tensometrică astfel formată, în combinație cu puntea tensometrică RFT tip UM.131 și aceea a unui osciograf catodic, permite vizualizarea directă a accelerațiilor tachetului mecanismului cu camă.

Primită la redacție la 21 februarie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. Brüel & Kjaer, *Master Catalogue*, 1974.
2. I. Felea, *Circuite cu tranzistoare în industrie* (vol. I și II), Edit. tehnică, București, 1964.
3. H. F. Grave, *Măsurarea electrică a mărimilor neelectrice*, Edit. tehnică, București, 1966.
4. Chr. Rohrbach, *Handbuch für elektrisches Messen mechanischer Grössen*, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1967.
5. D. N. Keast, *Measurements in Mechanical Dynamics*, McGraw-Hill Book Company, SUA, 1967.

CALCULATORUL ELECTRONIC, MIJLOC OPORTUN ŞI EFICIENT ŞI ÎN PROCESUL MĂSURĂRII GAZELOR PRIN INSTALAŢII DIFERENŢIALE. I

de ŞTEFAN ROTARU
Întreprinderea de reţele şi instalaţii de distribuţie a gazelor naturale Bucureşti

Utilizarea raţională a gazelor naturale în etapa actuală reclamă creşterea maximală a gradului de precizie în determinarea debitelor de gaze naturale în procesul complex de extracţie, transport şi distribuţie precum şi în cel desfăşurat în instalaţiile de utilizare aparţinînd consumatorilor.
În acest context lucrarea prezintă particularităţile principalelor două sisteme clasice de măsură a gazelor prin instalaţii diferenţiale materializînd elaborarea unui sistem unitar pe scară naţională şi optimizarea procesului de calcul recomandat de STAS 7 347/1—74 prin intermediul calculatorului electronic numeric.

Problema măsurării gazelor a constituit din totdeauna o preocupare de prim ordin în procesul complex de extracţie, transport şi distribuţie al gazelor naturale dar în etapa actuală — datorită utilizărilor sale multiple în diversele procese chimice şi termice — a devenit o foarte importantă problemă a economiei naţionale.

Necesitatea folosirii raţionale a acestui preţios combustibil reclamă o înţelegere profundă a mecanismului celor două sisteme clasice de măsurare diferenţială utilizate în practica curentă a procesului complex amintit pentru determinarea consumurilor de gaze.

Materializarea dezideratului enunţat anterior se va evidenţia prin următoarele acţiuni analitice tratate în două părţi adică :

PARTEA 1

I. Prezentarea sistemului de măsură ;

II. Demonstraţia relaţiei fundamentale de determinare a debitelor de gaze vehiculate prin instalaţii diferenţiale ;

III. Adaptarea relaţiei fundamentale la condiţiile de utilizare a planimetrului de rădăcină pătrată ;

IV. Particularizarea relaţiei fundamentale la condiţiile sistemelor clasice de măsură ;

PARTEA A 2-A

V. Pregătirea relaţiilor particulare şi utilizarea calculatorului electronic numeric în procesul măsurării ;

VI. Concluzii şi propuneri.

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 459—471.

I. PREZENTAREA SISTEMULUI DE MĂSURĂ

Privind din acest punct de vedere, sistemele propuse de standardul 7347/1—74 sînt diferenţiate prin două importante moduri de prelevare a căderii de presiune şi anume :

1.0. *Sistemul de faţă*, caracterizat prin dispunerea prizelor de presiune la o distanţă, egală cu jumătatea diametrului prizei de presiune, faţă de planul suprafeţei amonte şi aval a dispozitivului de ştrangulare (fig. 1 şi fig. 2).

2.0. *Sistemul de flanşă*, determinat de amplasarea prizelor de presiune la distanţe egale ($25{,}4 \pm 1$ mm) de planul suprafeţelor amonte şi aval a dispozitivului de ştrangulare (fig. 3).

În afară de acestea standardul mai prevede şi *sistemul vena contracta*, cunoscut după amplasarea prizelor de presiune la distanţa de (0,9 la 1,1) D în amonte şi (0,84 la 0,34) D pentru $0{,}20 \leqslant \beta \leqslant 0{,}80$ în aval de dispozitivul de ştrangulare.

Fiind tratate separat, incomplet şi diferenţiat în publicaţiile din literatura de specialitate, aceste sisteme vor fi tratate în raport cu recomandările standardului amintit, care, sintetizînd celelalte publicaţii precedente, asigură respectarea condiţiilor impuse de documentele internaţionale de profil.

Caracteristica acestor sisteme, bazate pe metoda clasică a căderii de presiune creeată între faţa amonte şi aval a dispozitivului de ştrangulare utilizat (diafragmă, ajutaj, tub venturii etc.), este reprezentată de unitatea materială dintre dependenţa relaţiei debitului de instalaţia de măsură diferenţială.

Sistemele cu aplicabilitate exclusivă în practica măsurii gazelor prin instalaţii diferenţiale sînt primele două, care, prin condiţia amplasării prizelor de presiune la o distanţă unică şi precisă de faţa amonte şi aval a dispozitivului propriu „Sistemul de faţă" şi „Sistemul de flanşă", se diferenţiază de „Sistemul vena contracta", care este folosit numai în situaţiile particulare ale cazurilor experimentale.

Instalaţiile diferenţiale prezentate (fig. 1—3) au o structură asemănătoare care se compune din trei părţi principale şi anume :

a) panoul de măsură,
b) ansamblul de legătură,
c) debitmetrul diferenţial.

Panoul de măsură este constituit din tronsonul amonte *(5)*, dispozitivul de ştrangulare *(6)*, tronsonul aval *(7)* şi dispozitivele secundare, respectiv robinetele vană cu sertar *(4* şi *9)* şi teaca cu termometrul *(8)*.

Ansamblul de legătură (12) este realizat etanş şi asigură legătura panoului de măsură cu debitmetrul diferenţial ; el se compune din robinetele cu ac (amonte *12.1* şi aval *12.2*) din conductele de legătură (amonte *12.3* şi aval *12.4*), care sînt constituite din ţeavă netedă de oţel.

Debitmetrul diferenţial (13) cu robinetul din amonte de vasul de mare presiune *(12.5)* şi cel din aval de vasul de mică presiune *(12.7)* precum şi cu robinetul de egalizare *(12.6)*.

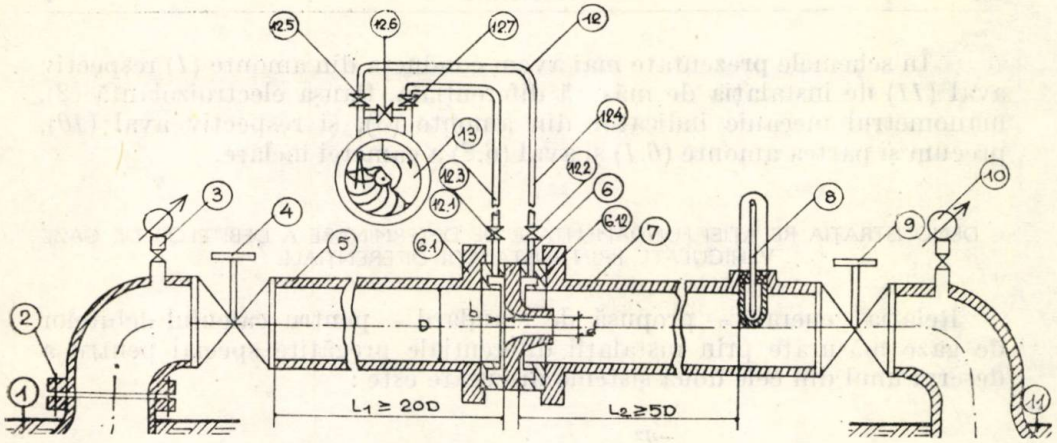


Fig. 1. — Instalație de măsură diferențială pentru sistemul de față cu ajutaj normal în structura sa.

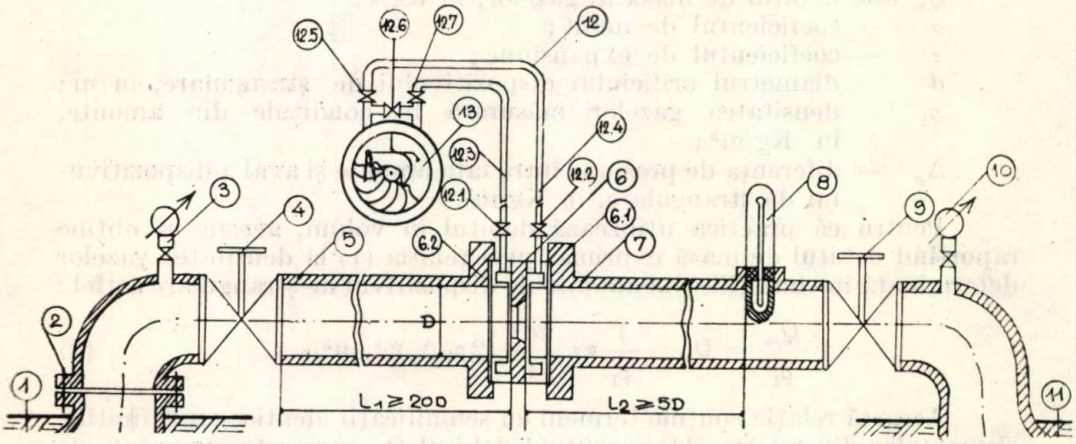


Fig. 2. Instalație de măsură diferențială pentru sistemul de față cu diafragmă normală în structura sa.

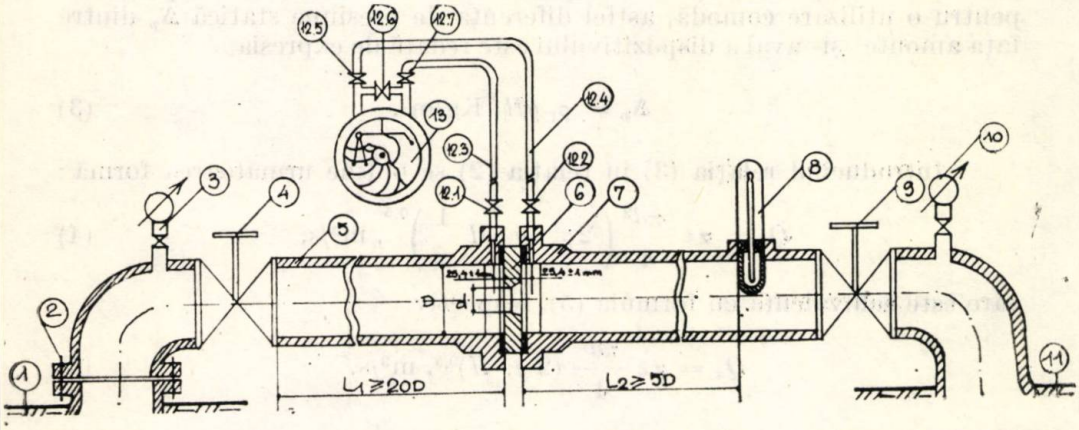


Fig. 3. — Instalație de măsură diferențială pentru sistemul de flanșă cu diafragmă normală în structura sa.

În schemele prezentate mai avem conducta din amonte (*1*) respectiv aval (*11*) de instalația de măsură diferențială, flanșa electroizolantă (*2*), manometrul mecanic indicator din amonte (*3*), și respectiv aval (*10*), precum și partea amonte (*6.1*) și aval (*6.2*) a camerei inelare.

I. DEMONSTRAȚIA RELAȚIEI FUNDAMENTALE DE DETERMINARE A DEBITELOR DE GAZE VEHICULATE PRIN INSTALAȚII DIFERENȚIALE

Relația generală — propusă de standard — pentru calculul debitelor de gaze măsurate prin instalații diferențiale pregătite special pentru a deservi unul din cele două sisteme discutate este :

$$Q_m = \alpha \varepsilon \frac{\pi d^2}{4} \cdot (2\ \rho_1 \cdot \Delta_p)^{0.5},\ \text{Kg/s} ;\ \text{în care} \tag{1}$$

Q_m este debitul de masă al gazelor, în Kg/s ;
α — coeficientul de debit ;
ε — coeficientul de expansiune ;
d — diametrul orificiului dispozitivului de strangulare, în m ;
ρ_1 — densitatea gazelor măsurată în condițiile din amonte, în Kg/m^3 ;
Δ_p — diferența de presiune între fața amonte și aval a dispozitivului de strangulare, în Kg/m^2.

Pentru că practica utilizează debitul în volum, acesta se obține raportînd debitul de masă exprimat prin relația (1) la densitatea gazelor determinată în condițiile din amonte de dispozitivul de strangulare astfel :

$$\frac{Q_m}{\rho_1} = Q_v = \frac{1}{\rho_1} \alpha \varepsilon \frac{\pi d^2}{4} (2 \rho_1 \Delta_p)^{0.5},\ m^3/s. \tag{2}$$

Această relație conține termeni cu semnificații identice cu definițiile elementelor din relația (1), exceptînd debitul Q_v, care este exprimat de această dată în m^3/s.

Întrucît structura relației (2) conține elemente greu măsurabile în practică, se impune ca printr-un proces analitic aceasta să fie pregătită pentru o utilizare comodă, astfel diferența de presiune statică Δ_p dintre fața amonte și aval a dispozitivului este redată de expresia

$$\Delta_p = \rho_1\, gH,\ Kg/m^2. \tag{3}$$

Introducînd relația (3) în relația (2) se obține următoarea formă :

$$Q_v = \alpha \varepsilon \frac{\pi d^2}{4} \left(2 \rho_1^2 \cdot g \cdot H \frac{1}{\rho_1^2} \right)^{0.5},\ m^3/s, \tag{4}$$

care este echivalentă cu formula (5), respectiv

$$Q_v = \alpha \varepsilon \frac{\pi d^2}{4} (2\, g \cdot H)^{0.5},\ m^3/s. \tag{5}$$

Și în acest caz, semnificația elementelor este identică cu cea expusă în cazul relației (1) exceptînd termenii g, care reprezintă accelerația gravitației locului (în m/s²) și H, care exprimă denivelarea, produsă între cele două vase ale debitmetrului diferențial, dată de relația

$$H = \frac{h}{10^3 \gamma_g} = \frac{h}{1{,}293 \frac{P \cdot To}{P_0 TZ} \delta} = \frac{h}{\frac{P}{TR_a} \cdot \frac{\delta}{Z}}. \tag{6}$$

Introducînd expresia lui H din (6) în (5) concomitent cu transformarea corespunzătoare obținerii lui Q_v în m³/h, dacă d este introdus în cm, se ajunge la expresia (7):

$$Q_v = \frac{3600}{10^4} \alpha \varepsilon \frac{\pi d^2}{4} \left(2g \frac{h}{\frac{P}{TZ} \cdot \frac{\delta}{Ra}} \right)^{0,5}, \text{ m}^3/h. \tag{7}$$

Separînd în partea a doua a expresiei (7) constantele întregi și reale de elementele variabile se ajunge la forma echivalentă (8):

$$Q_v = \frac{3\,600}{10^4} \cdot \frac{\pi}{4} (2g \cdot Ra)^{0,5} \alpha \varepsilon d^2 \left(\frac{h}{\delta} \cdot \frac{TZ}{P} \right)^{0,5}, \text{ m}^3/\text{h}. \tag{8}$$

Pentru că O_v reprezintă debitul de gaze în volum în condițiile din conductă, procesul de pregătire continuă și, conform necesităților practice la nivel național, relația (8) se exprimă în raport de condițiile de livrare la starea de referință sub forma

$$Q = \frac{\rho_1}{\rho} Q_v = \frac{P T_0}{P_0 TZ} Q_v, \text{ m}^3\text{r/h}. \tag{9}$$

Această relație poate fi scrisă sub forma

$$Q = \frac{3\,600}{10^4} \frac{\pi}{4} (2g\, Ra)^{0,5} \alpha \varepsilon \frac{T_0}{P_0} d^2 \frac{P}{TZ} \cdot \left(\frac{h}{\delta} \cdot \frac{TZ}{P} \right)^{0,5}, \text{ m}^3/\text{h}. \tag{10}$$

care, după efectuarea operațiilor indicate de operatorii aritmetici, ajunge la structura următoare:

$$Q = \frac{3\,600}{10^4} \cdot \frac{\pi}{4} (2g\, Ra)^{0,5} \alpha \varepsilon \frac{T_0}{P_0} d^2 \left(\frac{h}{\delta} \cdot \frac{P^2\, TZ}{T^2 Z^2 P} \right)^{0,5}, \text{ m}^3\text{r/h}. \tag{11}$$

Notînd elementele care determină condițiile de referință ale debitului de gaze în volum Q cu

$T_0 = 273°K + 15°C$ şi $P_0 = 1{,}0332$ Kg/cm² (760 mmHg) pe care le introducem în relaţia (11) se obţine forma (12), adică

$$Q = \frac{3\,600}{10^4} \cdot \frac{3{,}14}{4 \cdot 10^2} (2g\,Ra)^{0,5}\, \alpha\varepsilon \frac{288}{1{,}0332} d^2 \left(\frac{h}{\delta} \cdot \frac{P}{TZ} \right)^{0,5}, \text{ m}^3/\text{h}; \qquad (12)$$

Pentru temperatura absolută a gazelor $T = 273 \pm t$, măsurată la distanţa de $5D$ în aval şi pentru $P = p + \frac{B}{735{,}5}$, care exprimă valoarea presiunii absolute în amonte de dispozitiv, relaţia (12) va ajunge la următoarea structură:

$$Q = \frac{3\,600}{10^4} \frac{3{,}14}{4 \cdot 10^2} (2 \cdot 9{,}81 \cdot 29{,}267)^{0,5}\, \alpha\varepsilon \frac{288}{1{,}0332} \delta^{-0,5} d^2 K^{0,5} \times \delta^{-0,5} \times \left(\frac{\frac{B}{735{,}5} + p}{273 \pm t} \cdot h \right)^{0,5}, \text{ m}^3\text{r/h}. \qquad (13)$$

După efectuarea calculelor numerice se obţine forma relaţiei fundamentale pentru determinarea debitului orar de gaze vehiculate prin instalaţii diferenţiale, care au în compunerea lor debitmetre diferenţiale, cu funcţiuni de indicare şi înregistrare a valorilor parametrilor p şi h pe diagrame circulare, respectiv:

$$Q = 18{,}88501\, \delta^{-0,5} d^2 \alpha\varepsilon\, K^{0,5} \left(\frac{\frac{B}{735{,}5} + p}{273 \pm t} h \right)^{0,5}, \text{ m}^3\text{ r/h}. \qquad (14)$$

în care avem

- Q este debitul de gaze în volum în condiţii de referinţă (760 mmHg şi 15°C) în m³r/h;
- α — coeficientul de debit;
- ε — coeficientul de expansiune;
- K — coeficientul de compresibilitate;
- d — diametrul orficiului dispozitivului de ştrangulare în cm.;
- t — temperatura efectivă a gazelor măsurate la distanţa de $5D$ în aval de dispozitivul de ştrangulare şi exprimată în °C;
- B — presiunea atmosferică la locul măsurării în mmHg;
- h — presiunea diferenţială în mmH_2O;
- p — presiunea statică relativă a gazelor măsurată în amonte de dispozitivul de ştrangulare în kgf/cm²;
- δ — densitatea relativă a gazelor naturale (gaz metan, gaz asociat) în condiţiile din amonte;

III. ADAPTAREA RELAȚIEI FUNDAMENTALE LA CONDIȚIILE DE UTILIZARE A PLANIMETRULUI DE RĂDĂCINĂ PĂTRATĂ

Pentru a fi folosiți în relația fundamentală, parametrii menționați (presiunea diferențială h și presiunea statică relativă p), sînt pregătiți corespunzător, sens în care se utilizează următoarele procedee:

a. Procedeul efectuării valorilor medii orare cu ajutorul unor linii de echivalență corespunzătoare fiecărei curbe;

b. procedeul stabilirii valorilor medii ale acestor parametri folosind planimetrele.

Primul procedeu este folosit în mod practic numai în situațiile extreme determinate de lipsa de planimetre, caz în care operația de trasare a liniilor de echivalență a suprafețelor pentru cele două curbe este realizată de operatori înzestrați cu calități deosebite obținute în urma unei lungi activități de profil.

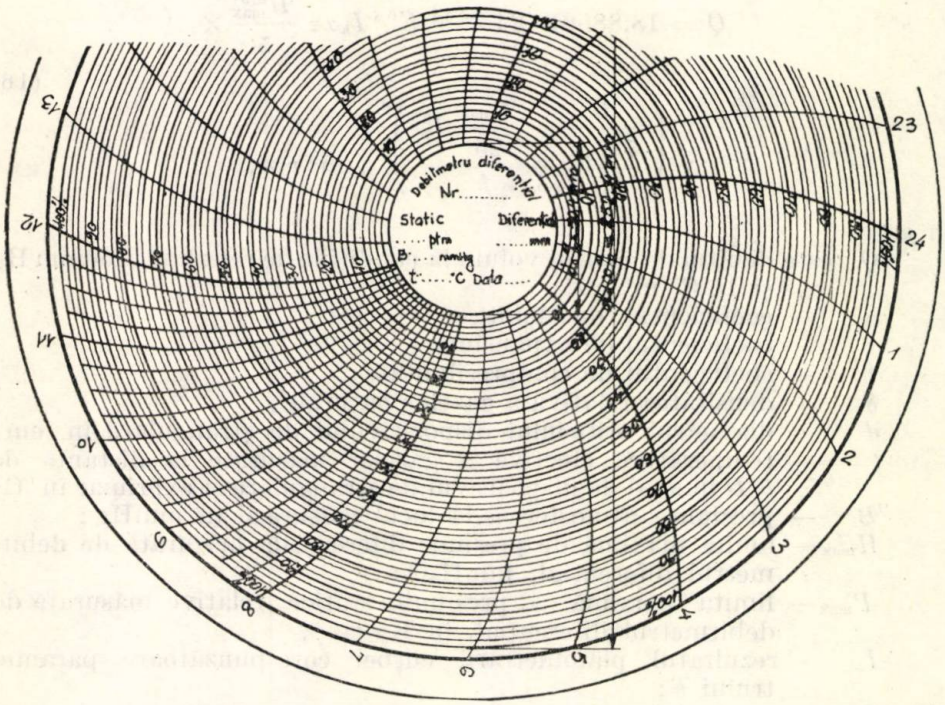


Fig. 4. — Diagramă circulară clasică.

Practica curentă utilizează pe scară largă procedeul al doilea, care la nivel național presupune folosirea planimetrului de rădăcină pătrată adoptat diagramelor circulare care dispun de următoarele caracteristici (fig. 4);

— diametrul cercului de 0% = 50,8 mm, iar cel al cercului de 100% = 252,4 mm;

— caroiajul este normal, iar în interiorul cercului de 0% se înscriu parametrii constanți și variabili ai instalației diferențiale (seria, P_{max}, H_{max}, t, B, D, d și data).

Prin planimetrarea cu planimetre de rădăcină patrată a curbelor înregistrate în decursul a 24 de ore pe diagrame circulare se obțin valorile rădăcinii patrate ale numerelor proporționale cu valorile medii ale parametrului planimetrat (I_h, I_p), valori care sînt date de expresiile :

$$h = C_h^2 I_h^2 = \frac{H_{max}}{25} I_h^2, \qquad \text{în mm } H_2O, \tag{15.1}$$

$$p = C_p I_p^2 = \frac{P_{max}}{25} I_p^2, \qquad \text{în Kg/cm}^2 \tag{15.2}$$

Relația (14) pentru cazul folosirii planimetrului de rădăcină patrată va avea, dacă se introduc expresiile relațiilor (15.1) și (15.2), următoarea formă :

$$Q = 18{,}88501 \cdot 24\, \delta^{-0,5} K^{0,5} I_h \alpha \varepsilon \frac{H_{max}^{0,5}}{5} \times \times \left(\frac{B}{\frac{735{,}5}{273 \pm t}} + \frac{P_{max}}{25} I_p^2 \right)^{0,5}, \text{ m}^3 \text{ r/zi}, \tag{16}$$

în care

Q este debitul de gaze în volum la condițiile de referință, 760mm Hg și 15°C, m^3 r/zi ;
α — coeficientul de debit ;
ε — coeficientul de expansiune ;
K — coeficientul de compresibilitate ;
δ — densitatea relativă a gazelor naturale ;
d — diametrul orificiului dispozitivului de strangulare în cm ;
t — temperatura efectivă a gazelor măsurate la distanța de 5 D în aval de dispozitivul de strangulare și exprimat în °C ;
B — presiunea atmosferică la locul măsurării în mmHg ;
H_{max} — limita maximă de presiune diferențială măsurată de debitmetrul diferențial, mmH_2O ;
P_{max} — limita maximă a presiunii statice relative măsurată de debitmetrul diferențial, în Kg/cm^2 ;
I_h — rezultatul planimetrării curbei corespunzătoare parametrului h ;
I_p — rezultatul planimetrării curbei corespunzătoare parametrului p.

V. PARTICULARIZAREA RELAȚIEI FUNDAMENTALE LA CONDIȚIILE SISTEMELOR CLASICE DE MĂSURĂ

Avînd în vedere considerentele expuse cu privire la dependența sistemelor de măsură de modul de prelevare al presiunilor diferențiale și

statice relative în relația (16), vom avea pentru coeficienții de debit și de expansiune următoarele expresii analitice:

1. Sistemul de față

1.1. *Cazul sistemului de măsură cu prizele la față este caracterizat prin coeficienții* α_{11} *și* ε_{11} *atunci cînd dispozitivul de strangulare utilizat în structura instalației de măsură diferențială este ajutajul normal (fig. 1).*

1.1.1. *Coeficientul de debit* α_{11}

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= C_{11}E, \\ C_{11} &= C_1 + B_1(10^6/\mathcal{R}e_D)^{1,15}, \\ C_1 &= 0{,}9900 - 0{,}2263\ \beta^{4,1}, \\ B_1 &= 0{,}000215 - 0{,}0001125\ \beta + 0{,}002490\ \beta^{4,7}, \\ E &= (1 - \beta^4),^{-0,5} \end{aligned} \tag{16.1}$$

în care

α_{11} este coeficientul de debit (pentru ajutajul normal);
C_{11} = coeficientul de descărcare (pentru ajutaj normal);
E = coeficientul vitezei de apropiere;
C_1, B_1 = notații;
β = raportul dintre diametrul orificiului ajutajului normal d și diametrul panoului de măsură D;
$\mathcal{R}e_D$ = numărul lui Reynolds raportat la D.

Acest coeficient poate fi determinat prin calcul analitic totodeauna cînd sînt respectate condițiile din relațiile (16.2):

$$\begin{cases} d \geqslant 15 \text{ mm}. \\ 50 \leqslant D \leqslant 500, \\ 0{,}3 \leqslant \beta \leqslant 0{,}8, \\ 7 \cdot 10^4 \leqslant \mathcal{R}e_D \leqslant 10^8, \text{ pentru } 0{,}3 \leqslant \beta \leqslant 0{,}42, \\ \qquad \text{și, respectiv,} \\ 2.10^4 \leqslant \mathcal{R}e \leqslant 10^8 \text{ pentru } 0{,}42 \leqslant \beta \leqslant 0{,}8. \end{cases} \tag{16.2}$$

1.1.2. *Coeficientul de expansiune* ε_{11}

$$\varepsilon_{11} = \left(\frac{\varkappa a^{2/\varkappa}}{\varkappa - 1} \cdot \frac{1 - \beta^4}{1 - \beta^4 a^{2/\varkappa}} \cdot \frac{1 - a^{(\varkappa-1)/\varkappa}}{1 - a} \right)^{0.5} \tag{16.3}$$

în care:

ε_{11} este coeficientul de expansiune (pentru ajutaj normal);
$\varkappa$ = coeficient izentropic (raport între căldura specifică la presiune constantă C_p și căldura specifică la volum constant cv);
a = notație (reprezintă raportul între valoarea presiunii statice relative din aval P_2 și cea din amonte P_1);

Şi acest coeficient se poate determina analitic utilizîndu-se expresia de definiţie (16.3) în toate cazurile în care sînt respectate condiţiile din (16.2) la care se adaugă următoarea :

$$a = P_2/P_1 \geqslant 0{,}75, \tag{16.4}$$

1.2. *Acelaşi sistem de măsură cu prize la faţă mai este caracterizat şi prin coeficienţii* α_{12} *şi* ε_{12} *atunci cînd dispozitivul de strangulare utilizat în structura instalaţiei de măsură diferenţială, este diafragma normală (fig. 2).*

1.2.1. *Coeficientul de debit* α_{12}

$$\alpha_{12} = C_{12}E, \tag{17.1}$$

$$C_{12} = 0{,}5959 + 0{,}0312\,\beta^{2{,}1} - 0{,}184\beta^8 + 0{,}0029\,\beta^{2{,}5} \times$$

$$\times\,(10^6\,\mathcal{R}e_D)^{0{,}75},$$

$$E = (1 - \beta^4)^{-0{,}5},$$

în care

α_{12} = coeficientul de debit (pentru diafragmă normală);
C_{12} = coeficientul de descărcare (pentru diafragmă normală);
β = raportul dintre diametrul diafragmei (d) şi cel al panoului de măsură D;
$\mathcal{R}e_D$ = numărul lui Reynolds raportat la D.

Coeficientul de debit exprimat prin relaţia (17.1) se poate determina pentru toate situaţiile practice care respectă condiţiile din (17.2);

$$d \geqslant 12{,}5 \text{ mm},$$

$$0{,}23 \leqslant \beta \leqslant 0{,}8 \tag{17.2}$$

$$50 \leqslant D \leqslant 1000$$

$$5.10^3 \leqslant \mathcal{R}e_D \leqslant 10^8, \text{ pentru } 0{,}23 \leqslant \beta \leqslant 0{,}46$$

şi, respectiv,

$$10^4 \leqslant \mathcal{R}e_D \leqslant 10^8 \text{ pentru } 0{,}46 \leqslant \beta \leqslant 0{,}8,$$

în care termenii sînt definiţi.

1.2.2. *Coeficientul de expansiune* ε_{12}

$$\varepsilon_{12} = 1 - (0{,}41 + 0{,}34\,\beta^4)^{x/\varkappa}, \tag{17.3}$$

$$x = \frac{H_{\max}}{25.10^4}\,I_4^2\left|\left(\frac{B}{735{,}5} + \frac{P_{\max}}{25}\,I_p^2\right)\right. \tag{17.3.1.}$$

în care

ε_{12} este coeficientul de expansiune (pentru diafragmă normală);
β — raportul diametrelor (definit anterior);
x — presiunea diferențială relativă ($=\Delta p/P_1$);
Δ_p — presiunea diferențială ($=P_1 - P_2$), Kgf/cm²;
P_1 — presiunea statică relativă din amonte (de diafragmă) Kgf/cm²;
$\varkappa$ — coeficientul izentropic (C_p/C_v);
C_p — căldura specifică la presiune constantă;
C_v — căldura specifică la volum constant.

Relația (17.3) definește coeficientul de expansiune pentru toate situațiile în care se respectă integral condițiile din (17.2) la care se adaugă condiția din (16.4).

2. Sistemul de flanșă

Sistemul de măsură cu prizele la flanșă, utilizează în exclusivitate diafragma normală în structura instalațiilor de măsură diferențială și, este caracterizat prin coeficienții α_{20} *și* ε_{20} *(fig. 3).*

2.1. *Coeficientul de debit* α_{20}

$$\alpha_{20} = \alpha_{21}\left(1 + \frac{\beta A}{\mathcal{R}e_D}\right),$$

$$\alpha_{21} = \alpha_{22}\{10^6\, d/(10^6\, d + 381\, A)\}, \qquad (18.1)$$

$$\alpha_{22} + A_1 + A_2 + A_3 - A_4 + A_5,$$

$$A_1 = 0{,}5993 + 0{,}1778/D,$$

$$A_2 = (0{,}364 + 0{,}383/L^{0.5})\,\beta^4,$$

$$A_3 = 0{,}4(1{,}6 - 25{,}40/D)^5\,[(0{,}07 + 12{,}70/D) - \beta]^{2.5},$$

$$A_4 = (0{,}009 + 0{,}8636/D)(0{,}5 - \beta)^{1.5},$$

$$A_5 = (41\,935/D^2 + 3)(\beta - 0{,}7)^{2.5},$$

$$A = 0{,}03937\, d\,(830 - 5\,000\beta + 9\,000\beta^2 - 4\,200\beta^3 + 2671/D^{0.5})$$

în care

α_{20} este coeficientul de debit (pentru diafragmă normală),
β — rapotul diametrelor (definit anterior);
$\mathcal{R}e_D$ — numărul lui Reynolds;

A, $A_1 - A_5$ — notaţii ale expresiilor din structura elementului α_{22};
α_{21}; α_{22} — notaţii ale elementelor din structura coeficientului de debit α_{20}.

Expresia (18.1) defineşte coeficientul de debit în mod analitic numai dacă sînt respectate integral condiţiile menţionate anterior în relaţiile (17.2).

2.2. *Coeficientul de expansiune* ε_{20}

$$\varepsilon_{20} = \varepsilon_{12} = 1 - (0{,}41 + 0{,}35\,\beta^4)\frac{x}{\varkappa}, \tag{18.2}$$

unde termenii au semnificaţiile definite anterior, exceptînd pe ε_{20} care este coeficientul de expansiune pentru diafragma normală, identic ca definiţie analitică cu ε_{12}.

Acest coeficient este valabil numai dacă el este obţinut prin calcul cînd sînt respectate integral condiţiile din (17.2) la care se adaugă şi aceea dată în (16.4).

Astfel se ajunge la următoarele trei forme particulare ale relaţiei fundamentale (16):

$$Q = 543{,}24024\,\alpha_{11}\varepsilon_{11}K^{0,5}d^2(H_{\max}/25)^{0,5}\cdot I_h\,\delta^{-0,5}\times$$

$$\times\left(\frac{\dfrac{B}{735{,}5}+\dfrac{P_{\max}}{25}I_p^2}{273+t}\right)^{0,5}, \qquad \text{m}^3\text{ r/zi}, \tag{19.1}$$

în care

Q este debitul de gaze naturale determinat prin instalaţii diferenţiale cu prize la faţă şi ajutaj normal, m^3r/zi;
α_{11} — coeficientul de debit pentru ajutaj normal (definit de 16.1);
ε_{11} — coeficientul de expansiune pentru ajutaj normal (definit de 16.3);

$$Q = 453{,}24024\,\alpha_{12}\,\varepsilon_{12}K^{0,5}d^2(H_{\max}/25)^{0,5}I_h\delta^{-0,5}\times$$

$$\times\left(\frac{\dfrac{B}{735{,}5}+\dfrac{P_{\max}}{25}I_p^2}{273+t}\right)^{0,5}, \quad \text{m}^3\text{ r/zi}; \tag{19.2}$$

unde

Q este debitul de gaze naturale determinat prin instalaţii diferenţiale (fig. 2) cu prize de presiune la faţă şi diafragmă normală în structura sa, m^3r/zi;
α_{12} — coeficientul de debit pentru diafragmă normală (definit de 17.1);
ε_{12} — coeficientul de expansiune pentru diafragmă normală (definit de 17.3);

şi, respectiv,

$$Q = 453{,}24024\ \alpha_{20}\ \varepsilon_{20}\ K^{0,5}\ d^2 (H_{max}/25)^{0,5} \cdot I_h \cdot \delta^{-0,5} \times$$

$$\times \left(\frac{\frac{B}{735{,}5} + \frac{P_{max}}{25}}{273 + t} \right)^{0,5}, \quad \text{m}^3\,\text{r/zi}; \tag{19.3}$$

în care

Q este debitul de gaze naturale determinat prin instalaţii de măsură diferenţiale cu prize de presiune la flanşe şi diafragmă normală în structura sa, m^3r/zi;

α_{20} — coeficientul de debit pentru diafragma normală (definit de 18.1);

$\varepsilon_{20} = \varepsilon_{21}$.

Semnificaţiile celorlalte elemente din (19.1 — 19.3) au definiţii asemănătoare cu cele din relaţia fundamentală (14), ele fiind aceleaşi.

Pentru condiţiile în care a fost determinată relaţia fundamentală (respectiv la stare de referinţă de 15°C şi 760 mmHg) numărul lui Reynolds se poate defini cu ajutorul expresiei:

$$\mathcal{R}e_D = 2\,230\,\frac{Q}{D}, \tag{20}$$

în care

$\mathcal{R}e_D$ este numărul lui Reynolds raportat la D;

Q — debitul de gaze, în m^3r/h;

D — diametrul panoului instalaţiei de măsură diferenţială prin care s-a determinat debitul Q, cm.

Primită la redacţie la 6 iulie 1974
În formă revăzută la 24 decembrie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. STAS 7347/1—74.
2. STAS 7 347/3—75.
3. STAS 7 347/4—74.
4. V. A. Nichitin, *Instrumente de control şi măsurare în prelucrarea ţiţeiului*, Edit. tehnică, 1952.
5. C. Beca, I. Visoţki, *Geologia zăcămintelor de petrol şi gaze*, Ed. tehnică 1968;
6. N. Puscoiu, *Exploatarea zăcămintelor de gaze*, Edit. tehnică, 1970;
7. P. P. Popescu, P. Mihordea, *Măsurarea debitului în tehnică*, Edit. tehnică, 1969;
8. A. Giulea, C. Olaru, *Măsurarea debitelor cu ajutorul diafragmei*, Edit. tehnică, 1956.
9. A. Erhan, L. Ormazu, N. Petcu, *Aparate de măsură şi control în foraj şi extracţia ţiţeiului şi gazelor*, Edit. tehnică, 1969;
10. N. Bărbulescu, R. Ţiţeica, D. Bircă-Gălăţeanu, I. Spînulescu, L. Georgescu, *Fizica*, Vol. I, ed. a II-a, Ed. didactică şi pedagogică Bucureşti;
11. *Manualul Inginerului Petrolist*, Ed. tehnică 1958.
12. C. A. Vasilescu, *Exploatarea raţională a gazelor naturale*, Edit. Academiei RPR, 1963.
13. V. Drug, O. Ungureanu, *Transportul gazelor naturale*, Edit. tehnică, 1972.
14. P. Dimo, *Programarea în FORTRAN*, Ed. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1971.
15. Şt. Niculescu, *Iniţiere în FORTRAN*, Edit. tehnică, 1972.
16. St. Dumitrescu, I. Dumitrescu, O. Paiu, *Aplicaţii inginereşti ale calculatoarelor cu exemple din industria petrolieră şi petrochimică*, Edit. didactică şi pedagogică Bucureşti.
17. Instrucţiuni ISO—1975, M.M.P.G. ediţia 1976.

CĂRUCIOARE-SUPORT PENTRU CAPETE MAGNETICE

de G. M. GIUROVICI
Institutul de fizică și tehnologia materialelor

În industria constructoare de echipamente periferice pentru calculatoarele electronice, unitățile de memorie externă ocupă un loc principal. Astfel, la unitatea de memorie cu discuri magnetice, pentru cărucîorul port-capete magnetice — care are o mișcare rectilinie alternativă de ordinul 33 cicli/s — firmele străine au adoptat diverse tipuri constructive, în vederea obținerii unor performanțe tehnice superioare vizînd : greutate cît mai mică (sub 0,2 kg.), timp de acces cît mai mic (sub 30 milisecunde), rigiditate mare, coeficient de frecare mic, vibrații reduse etc.
Pentru prima oară la noi în țară în cadrul Laboratorului de mecanisme și mașini din C.M.S. — Centrul de mecanică a solidelor, s-au conceput și realizat trei tipuri de cărucioare suport pentru capetele magnetice de la unitățile de memorie cu discuri magnetice, experimentate ulterior la I.T.C. — Institutul pentru tehnică de calcul, urmînd să fie asimilate în producția de serie la I.E.P. — Intreprinderea pentru Echipamente Periferice. În lucrare se prezintă caracteristicile celor trei prototipuri realizate la C.M.S., în comparație cu alte tipuri străine de cărucioare, facilitînd astfel o alegere judicioasă pentru cercetătorii și proiectanții din acest domeniu.

1. *Tipuri de cărucioare străine.* Ca elemente de comparație se prezintă două tipuri de cărucioare străine :

a) Firma C.D.C. din S.U.A. folosește la unitatea de discuri magnetice un tip de cărucior (fig. 1) cuplat cu un motor electric rotativ pas cu pas cu circuite imprimate ; acționarea se realizează printr-un pinion și o cremalieră, iar „armarea" capetelor se face printr-un dispozitiv cu camă helicoidală.

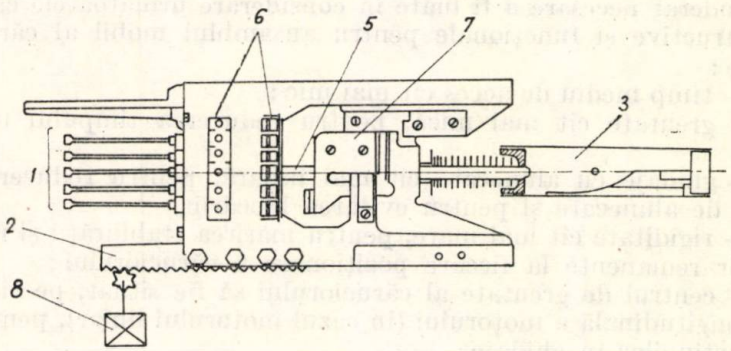


Fig. 1. — Ansamblu cărucior port-capete magnetice tip CDC.9464 : *1* — brațele capetelor ; *2* — cremalieră ; *3* — camă de armare ; *5* — tijă de armare ; *6* — elemente pentru fixarea capetelor ; *7* — dispozitivul de blocare al camei ; *8* — motor cu pinoin.

CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 473–479.

Deplasarea rectilinie alternativă a căruciorului este asigurată printr-un sistem cu rulmenţi miniaturali care glisează pe nişte căi de rulare; axele rulmenţilor sînt montate pe suporţi cu arcuri, care permit reglarea presiunii pe căile de rulare.

Legea de micşorare a acestui cărucior se desfăşoară în patru trepte de viteze, ca în diagrama din figura 2, în care pentru o distanţă mai mare de 64 piste se foloseşte viteza maximă de 90 cm/s.

b) Firma Hewlet Packard, foloseşte la unitatea de discuri tip 7 900, un cărucior cuplat cu un motor liniar electrodinamic cu magnet permanent (fig. 3) tip difuzor dinamic; căruciorul (8) este cuplat direct de carcasa bobinei (7). Principiul acestui sistem de acţionare se bazează pe utilizarea forţei electromagnetice generată de acţiunea cîmpului magnetic (al unui magnet permanent) asupra unei bobine parcurse de un curent continuu, rezultînd o forţă de acţionare $\bar{F} = I(\bar{l} \times \bar{B})$, în care I este curentul care trece prin bobină; $\bar{l}$ — lungimea circuitului electric al bobinei; $\bar{B}$ — cîmpul magnetic de inducţie.

În legea de mişcare a acestui cărucior se foloseşte o singură viteză maximă, v_2, pentru distanţe mai mari de 63 piste, iar pentru distanţe sub 63 piste se foloseşte o accelerare constantă, viteza fiind aproximativ proporţională cu rădăcina pătrată a distanţei (fig. 4). Astfel, considerînd o accelerare sau decelerare constantă, avem

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot x,$$

în care a = const. şi x = deplasarea, din care rezultă

$$v = k\sqrt{x}.$$

2. *Tipuri de cărucioare realizate la CMS.* Din analiza parametrilor tehnici pentru cărucioarele şi sistemele de acţionare folosite de firme străine, dintre care două sisteme sînt prezentate mai sus, s-a constatat o mare diversitate de la o firmă la alta. Pentru definitivarea concepţiei şi proiectării unui cărucior cuplat cu un sistem oarecare de acţionare, s-au considerat necesare a fi luate în considerare următoarele caracteristici constructive şi funcţionale pentru ansamblul mobil al căruciorului şi anume:

a — timp mediu de acces cît mai mic;

b — greutate cît mai mică, pentru reducerea timpului mediu de acces;

c — ghidaje cu alunecare cît mai uşoară, pentru reducerea coeficientului de alunecare şi pentru evitarea blocării;

d — rigiditate cît mai mare, pentru mărirea stabilităţii şi reducerea vibraţiilor remanente la fiecare poziţionare a căruciorului;

e — centrul de greutate al căruciorului să fie situat, pe cît posibil, pe axa longitudinală a motorului (în cazul motorului liniar), pentru reducerea reacţiunilor în ghidaje;

f — forma constructivă cît mai simplă şi uşor de executat;

g — posibilitate de reglaj în planul orizontal (al ghidajelor), cît şi în planul vertical (care trece prin axul motorului liniar), pentru reducerea influenţelor negative generate de erorile de la execuţie;

h — preţ de cost cît mai redus etc.

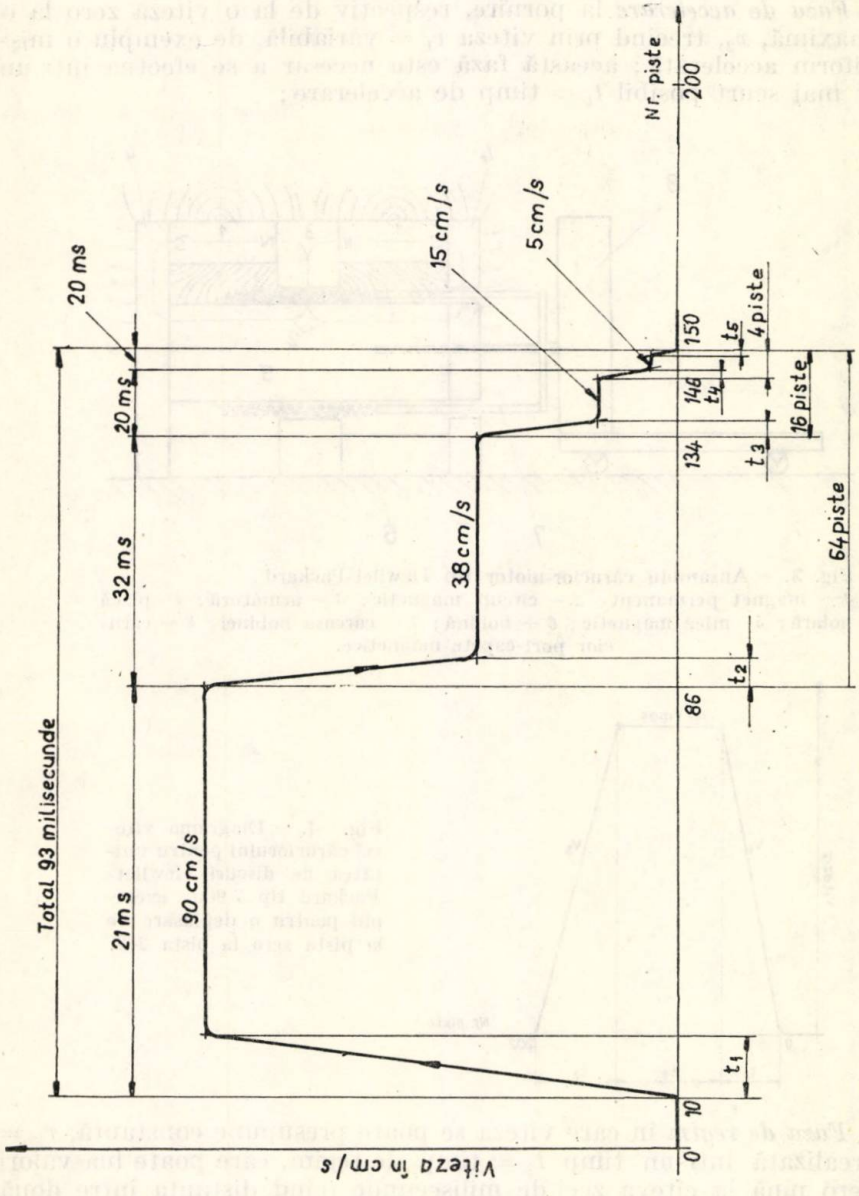


Fig. 2. — Diagrama vitezei căruciorului la unitatea de discuri tip CDC.9464; exemplu pentru o deplasare de la pista 10 la pista 150.

Din analiza caracteristicilor funcţionale a căruciorului, privind deplasările pe care le execută de la o pistă la alta indiferent de distanţa de parcurs, rezultă o mişcare cu viteză variabilă, viteză care trece obligatoriu prin trei faze :

— *Faza de accelerare* la pornire, respectiv de la o viteză zero la o viteză maximă, v_2, trecînd prin viteza v_1 = variabilă, de exemplu o mişcare uniform accelerată ; această fază este necesar a se efectua într-un timp cît mai scurt posibil t_1 = timp de accelerare ;

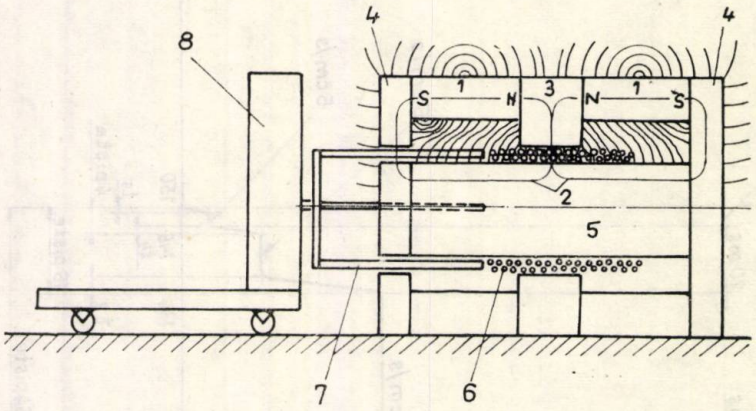


Fig. 3. — Ansamblu cărucior-motor tip Hewllet-Packard : *1* — magnet permanent ; *2* — circuit magnetic ; *3* — armătură ; *4* — placă polară ; *5* — miez magnetic ; *6* — bobină ; *7* — carcasa bobinei ; *8* — cărucior port-capete magnetice.

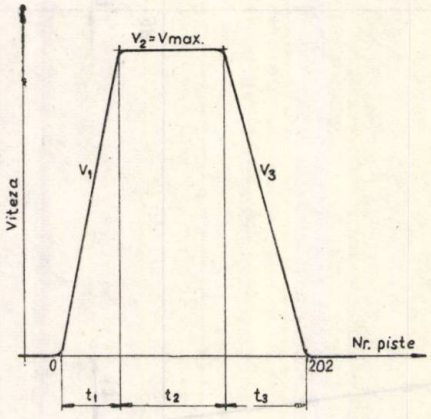


Fig. 4. — Diagrama vitezei căruciorului pentru unitatea de discuri Hewllet-Packard tip 7 900 ; exemplu pentru o deplasare de la pista zero la pista 202.

— *Faza de regim* în care viteza se poate presupune constantă, v_2 = const, realizată într-un timp t_2 = timp de regim, care poate lua valori de la zero pînă la cîteva zeci de milisecunde (cînd distanţa între două piste este mare) ;

— *Faza de frînare* în care viteza scade pînă la zero, deci v_3 = variabilă, de exemplu uniform întîrziată, realizată într-un timp t_3 = timp de frînare.

Pentru optimizarea legii de mișcare a căruciorului în vederea reducerii timpului mediu de acces, o deosebită importanță trebuie acordată în primul rînd timpului de frînare t_3 și apoi timpului de accelerare t_1. În aceste intervale de timp (t_3 și t_1) se recomandă ca vitezele să aibă pe cît posibil o variație continuă, pentru a evita salturile brusce ale accelerațiilor care apar în punctele de inflexiune ale diagramei vitezei sau cînd viteza trece prin zero, ca în figura 5.

Astfel, s-au conceput, proiectat și realizat trei tipuri de cărucioare și anume :

a) Primul tip de cărucior (fig. 6), se caracterizează prin folosirea a două ghidaje rectilinii orizontale de formă cilindrică, cu diametrul mic (circa 5 mm) pe care glisează trei role profilate, montate pe rulmenți ; montajul căruciorului pe cele două ghidaje, permite reglarea poziției rolelor în planul orizontal cît și în planul vertical.

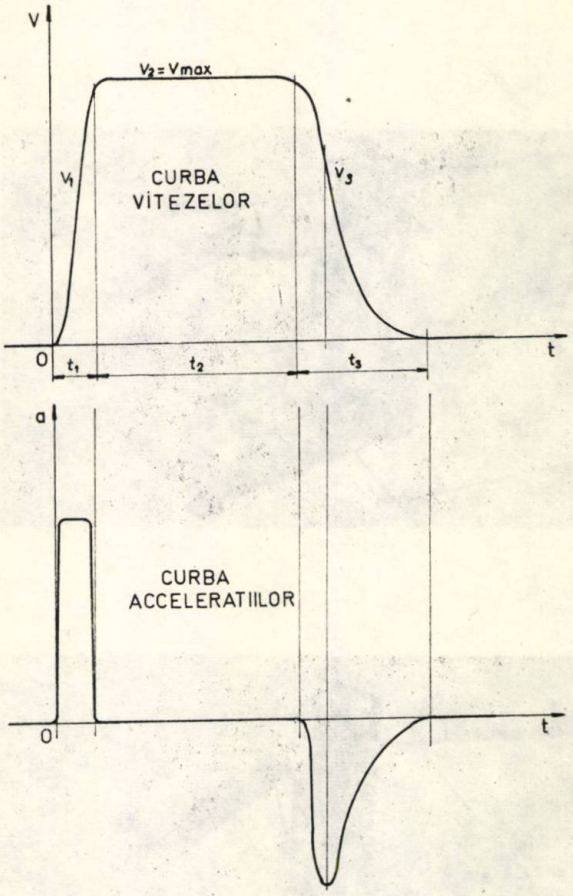


Fig. 5. — Diagrama vitezei și accelerației căruciorului, recomandată pentru proiectarea sistemului de acționare.

b) Al doilea tip de cărucior (fig. 7) se caracterizează prin aceleași ghidaje cilindrice, pe care rulează direct șase rulmenți mici (Φ exterior 10 mm), montați perechi doi cîte doi la 45° față de planul orizontal, permițînd astfel o autoreglare în planul vertical ; pentru reglarea poziției

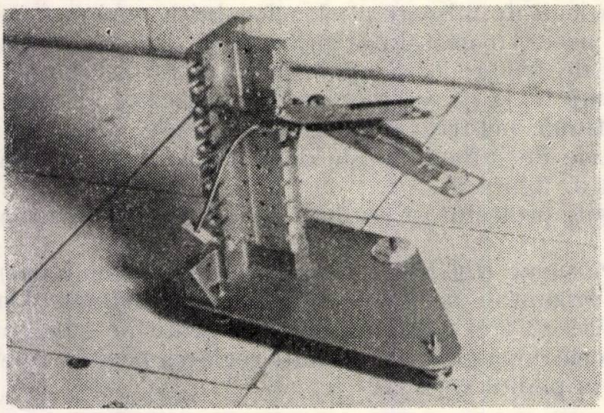


Fig. 6. — Cărucior tip I-CMS cu trei role pe rulmenți, care glisează pe două ghidaje cilindrice (ansamblu).

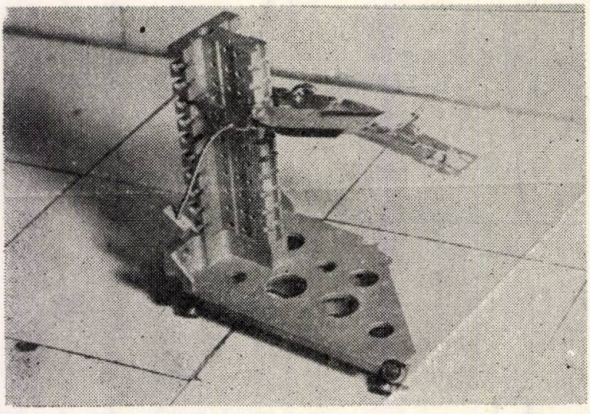


Fig. 7. — Cărucior tip II-CMS cu trei perechi rulmenți, montați la 45°, care glisează pe două ghidaje cilindrice (ansamblu).

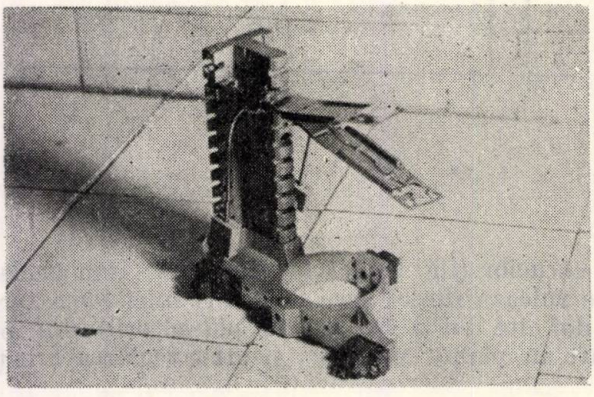


Fig. 8. — Cărucior tip III—CMS cu trei pastile de teflon, care glisează pe două piste unghiulare la 90°, cu compensare automată a uzării și autoreglaj al poziției în planul orizontal și vetical (ansamblu).

căruciorului în planul orizontal se folosește un șurub cu pană oblică glisantă.

c) Al treilea tip de cărucior (fig. 8), se caracterizează prin folosirea a două piste de rulare rectilinii de formă unghiulară (la 90°), prelucrate direct în suportul de bază al căruciorului; în aceste ghidaje glisează trei pastile rigide din teflon, montate fix pe corpul căruciorului. Acest tip de cărucior are un sistem de autoreglare atît pe orizontală, cît și pe verticală, care permite totodată compensarea automată a uzării prin frecarea ghidajelor și a pastilelor de teflon.

Concluzii. Prin punerea în evidență a parametrilor tehnici principali privind aspectele constructive și funcționale ale cărucioarelor analizate, cît și prin conceperea, proiectarea și realizarea fizică a celor trei tipuri de cărucioare inclusiv experimentarea lor, se facilitează o alegere judicioasă pentru cercetătorii și proiectanții mecanici de echipamente periferice pentru calculatoare.

Primită la redacție la 23 iunie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. G. M. Giurovici, I. Nițu, D. State, *Studiu și proiectarea unor cărucioare port-capete pentru unități de discuri magnetice*, Protocol CMS—ITC, iunie, 1975.
2. J. E. Herlinger, W. J. Lloid, *Inside the* **7900** *Disc Drive*, Hewlett-Packard Journal, 23, 9, 6—11, (1972), Olanda.
3. O. E. Olbrich, *Aufban und Kennwerte elektrodynamischer Linearmotoren als Positionierer für Plattenspeicher* Feinwerktechnik + micronic, **77**, *4*, 151—157 (1973).

NOTE

MĂSURAREA MICRODEFORMAȚIILOR FOLOSIND INTERFEROMETRIA ÎN LUMINA GRANULARĂ*

de J. MAURER și V. I. VLAD
Institutul de fizică atomică, București

1. INTRODUCERE

O suprafață rugoasă iluminată cu lumină monocromatică și coerentă, determină în frontul de undă difuzat apariția unor „granule" (speckle) de interferență. Fenomenologic, lumina difuzată conține informație asupra suprafeței pe care o ilumineză în forma frontului de undă, front ce provine din suprapunerea unor unde elementare defazate între ele. Neregularitățile suprafeței care determină gradul de rugozitate al acesteia, sînt sursele acestor unde elementare. Undele elementare reemise aleator în fază și amplitudine interferă, producînd maxime și minime de intensitate în frontul difuzat (anvelopa acestora). Distribuția acestei „granulații optice" depinde de distribuția aleatoare a rugozității suprafeței.

Valoarea medie pătratică a dimensiunii granulației depinde invers proporțional cu dimensiunea aperturii de observație

$$\langle d^2 \rangle = \frac{b\lambda}{a}, \tag{1}$$

unde b este distanța pînă la obiect; a — diametrul aperturii; λ — lungimea de undă.

Folosirea acestui fenomen în tehnicile de interferometrie optică în determinarea micilor deformații, s-a impus pe plan mondial în jurul anilor 70. Astfel, Leendertz [1] sugerează o metodă de a măsura deformațiile unui obiect în planul imagine al acestuia folosind două unde oblice de iluminare. Burch și Tokarski [2] arată că prin înregistrarea pe o placă fotografică a unei distribuții granulare de m ori cu $m - 1$ deplasări liniare a plăcii, apar la reconstrucție în planul Fourier franje de interferență ce indică deplasarea efectuată. În general, o deplasare laterală a unei suprafețe rugoase din punct de vedere optic duce la o deplasare a granulației în frontul de undă difuzat.

Folosind aceste date experimentale am efectuat măsurători ale deformării unor obiecte, determinînd cu o precizie ridicată (ordinul de mărime va fi indicat ulterior) gradul deformării [4].

* Lucrare prezentată la cea de-a IV-a Conferință de mecanică, București, 18—20 decembrie 1975.

ST. CERC. MEC. APL., TOM 37, NR. 3, 1978, P. 481—485.

2. MICRODEFORMAȚII ÎN PLAN, NEPERIODICE

Prezentăm în continuare fundamentarea teoretică a tehnicilor de interferometrie în lumină granulară.

Considerînd cele spuse anterior, granulația în planul I (imagine) (fig. 1) a unui front de undă difuzat de suprafața obiectului O poate fi exprimată în funcție de spectrul de putere $\psi(\bar{u}')$. Distribuția de intensitate în planul I va fi de forma [3]

$$I(\bar{u}') = \sum_p \psi(\bar{u}'_p)\delta(\bar{u}' - \bar{u}'_p). \tag{2}$$

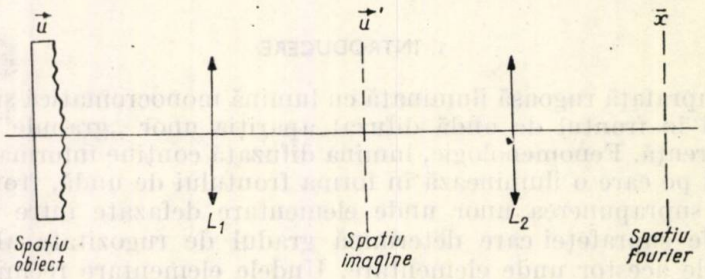


Fig. 1. — Configurație optică de înregistrare a interferogramelor în lumină granulară.

După o deplasare în plan cu $\Delta\bar{u}$ a suprafeței obiectului apare în planul I granulația deplasată cu

$$\Delta\bar{u}' = M\Delta\bar{u} \quad (M = \text{mărirea}).$$

Avem atunci

$$I(\bar{u}, \Delta\bar{u}') = \sum_p \psi(\bar{u}'_p)\delta(\bar{u}' + \Delta\bar{u}' - \bar{u}'_p). \tag{3}$$

Pentru simplitate folosim scrierea vectorială $\bar{u}' = (u', v')$.

Suprapunînd cele două fronturi de undă ale obiectului și obiectului deplasat, obținem în planul imagine distribuția de intensitate:

$$I_1(\bar{u}', \Delta\bar{u}') = I(\bar{u}') + I(\bar{u}', \Delta\bar{u}'). \tag{4}$$

Dacă înregistrăm prin dublă expunere distribuția de amplitudine rezultantă pe o placă fotografică, transparența acesteia va fi de forma

$$T(\bar{u}', \Delta\bar{u}') = T_0 - bt_0 I_1(\bar{u}', \Delta\bar{u}'), \tag{5}$$

unde T_0 și b sînt constante de material (ale plăcii fotografice), iar t_0 reprezintă timpul de expunere. La reconstrucție, obținem în planul Fourier, distribuția de amplitudine (neglijînd termenii constanți):

$$\tilde{T}(\bar{x}) = \int I_1(\bar{u}', \Delta\bar{u}') \exp[-2\pi i\bar{u}'.\bar{x}]\mathrm{d}\bar{u}', \tag{6}$$

cu $\bar{x} = \frac{\bar{X}}{\lambda f}$, f = distanța focală a lentilei de transformare; $\bar{X} = (x, y)$ coordonatele geometrice în planul Fourier.

Un detector pătratic plasat în planul Fourier va măsura o distribuție de amplitudine de forma

$$|\tilde{T}(\bar{x})|^2 \simeq |\tilde{\Psi}(\bar{u}')(1 + \cos 2\pi\Delta\bar{u}.\bar{x})|^2, \tag{7}$$

unde $\tilde{\Psi}(\bar{u}')$ reprezintă funcția de autocorelație a granulației la pupila de ieșire a sistemului optic. *Apar deci franje de tip Young suprapuse peste* $\tilde{\psi}(\bar{u}')$. *Din lărgimea p a franjelor se poate determina deplasarea* Δu *prin expresia*

$$\Delta u = \frac{\lambda f}{Mp}. \tag{8}$$

3. MICRODEFORMĂRI ÎN PLAN, PERIODICE

În cazul în care deplasarea obiectului (sau deformarea) este de forma $\Delta\bar{u}' = \bar{\rho}\cos 2\pi\nu t$, înregistrarea frontului de undă difuzat poate fi făcută fie prin dublă expunere fie prin medierea în timp a frontului de undă difuzat. În ultimul caz distribuția de intensitate din planul I mediată în timp va fi de forma

$$\langle I(\bar{u}', \bar{\rho}, t)\rangle = \frac{1}{t_0}\int_0^{t_0} \sum_p \psi(\bar{u}'_p)\, \delta(\bar{u}' + \bar{\rho}\cos 2\pi\nu t - \bar{u}'_p)\mathrm{d}t. \tag{9}$$

unde t_0 este timpul de iluminare a plăcii fotografice. Transformata Fourier a transmitanței plăcii fotografice (neglijînd termenii constanți) va fi de forma

$$\tilde{T}(\bar{x}) = \int \langle I(\bar{u}', \bar{\rho}, t)\rangle \exp[-2\pi i\bar{u}'.\bar{x}]\,\mathrm{d}u'. \tag{10}$$

Prin înlocuire directă obținem

$$\tilde{T}(\bar{x}) = \sum_p \psi(\bar{u}'_p)\exp[2\pi i\bar{u}'_p\cdot\bar{x})\cdot\frac{1}{t_0}\int_0^{t_0}\exp[-2\pi i\bar{\rho}\cdot\bar{x}\cos 2\pi\nu t]\mathrm{d}t. \tag{11}$$

Dacă $t_0 \gg \nu^{-1}$, obținem

$$\tilde{T}(\bar{x}) = \sum_p \psi(\bar{u}'_p)\exp[2\pi i\bar{u}'_p\cdot\bar{x}]\cdot J_0(2\pi\bar{\rho}\cdot\bar{x}), \tag{12}$$

iar intensitatea rezultantă va fi de forma

$$|\tilde{T}(\bar{x})|^2 \simeq |\tilde{\psi}(\bar{u}'_p)J_0(2\pi\bar{\rho}\cdot\bar{x})|^2. \tag{13}$$

Franjele de intensitate minimă apar pentru

$$2\pi\bar{\rho}\cdot\bar{x} = 2.4,\ 5.5,\ \ldots \tag{14}$$

Astfel, cunoscînd distanţa p a primei franje de minim putem determina pe $\bar{\rho}$ prin formula

$$|\bar{\rho}| = 0.76\ \lambda.f/Mp. \tag{15}$$

Trebuie specificat că franjele de interferenţă sînt perpendiculare pe direcţia de oscilaţie şi că $|\bar{\rho}|$ determinat astfel reprezintă deplasarea în plan a zonelor obiectului. Aceasta apare deoarece numai deformările în plan ale suprafeţei obiectului dau naştere la deplasări analoge ale granulaţiei frontului de undă.

Dacă înregistrarea are loc prin dublă expunere suprapunerea dintre granulaţia obiectului staţionar şi cea mediată în timp a obiectului oscilant va modifica formula (13) conform relaţiei

$$|\tilde{T}(\bar{x})|^2 \simeq |\tilde{\psi}(\bar{u}'_p)(k + J_0(2\pi\bar{\rho}\cdot\bar{x}))|^2, \tag{16}$$

unde k este o constantă ce depinde de expunerile efectuate. Pentru $k \gg |k_0|$ (k_0 = amplitudinea primului minim a lui J_0) minimul expresiei (16) apare pentru $J'_0 = 0$, $J''_0 \geqslant 0$,
adică, pentru,

$$2\pi\bar{\rho}\ \bar{x} = 3.83,\ 7.02,\ \ldots \tag{17}$$

De remarcat este faptul că în acest al doilea caz contrastul franjelor este redus. El se poate îmbunătăţi printr-o alegere adecvată a lui k. Contrastul franjelor dispare şi în cazul unor deformări ce sînt în afara planului suprafeţei obiectului (perpendicular pe acesta).

4. REZULTATE EXPERIMENTALE

Atenţia noastră s-a îndreptat în special spre posibilităţile determinării de microdeplasări ale unor dispozitive de mecanică fină fabricate la I.M.F. Bucureşti în vederea stabilirii unei metode simple de testare şi etalonare. Configuraţia experimentală este cea prezentată în figura 1.

Iluminarea coerentă a obiectului (plan 1) (vezi fig. 1) a fost executată cu ajutorul unui laser de 2 mW cu He—Ne de tip LG—750 TEMoon (IFA). Pentru investigarea interferogramei în planul imagine (planul 2) am folosit plăci ORWO LP2 cu granulaţie fină (aprox. 2000 linii/mm). Am folosit substanţe de developare-fixare Kodak standard. Interferograma a fost investigată în planul 3 după ce funcţia ei de transmitanţă a fost supusă unei transformări Fourier aproximative conform prescripţiei teoretice. Mărirea dispozitivului optic este de $M = 1{,}1$, iar distanţa focală a lentilei L_1 este de $f = 120$ mm.

Plaja microdeformărilor determinate prin această metodă este cuprinsă între 1 μm şi 100 μm. Pentru 1 μm şi 100 μm dispare contrastul franjelor ca urmare a rezoluţiei limitate a detecţiei. Prezentăm în figura 2 (*a*, *b*) datele experimentale obţinute.

Analizînd figura 2 *a* se observă o bună concordanţă între datele experimentale (notate cu semnul Δ) şi cele teoretice (notate cu semnul 0). Acest rezultat face ca metoda să fie competitivă cu metode similare (interferometrie holografică, interferometrie clasică etc).

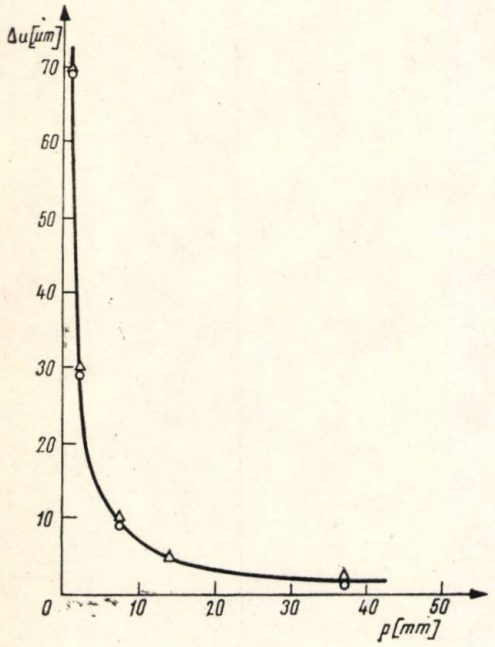
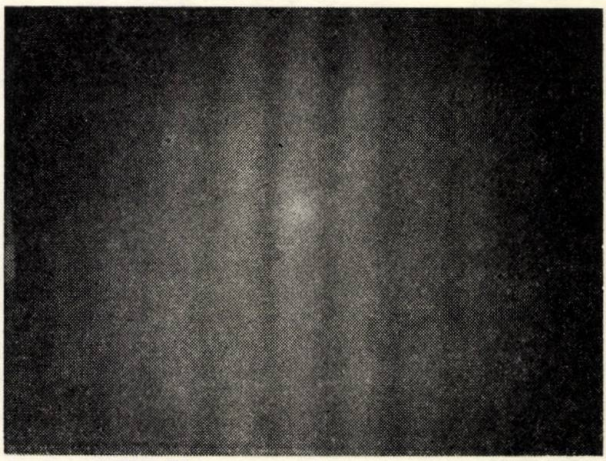


Fig. 2 (a)

În concluzie, faţă de metoda interferometriei holografice şi cea clasică, domeniul de măsură este mult mai extins fiind cuprins între (1—100 μm), cerinţele de stabilitate sînt mult relaxate, iar dispozitivul experimental este simplu, necesitînd puţine componente optice. Toate acestea conduc la perspectiva aplicării acestei metode în orice laborator industrial fără cheltuieli de amenajare şi deservire mari.

Experimentările făcute au condus la realizarea unei instalaţii experimentale de interferometrie utilizînd componente standardizate anterior în instalaţiile din seria IH. Instalaţia poartă indicativul IH—3.



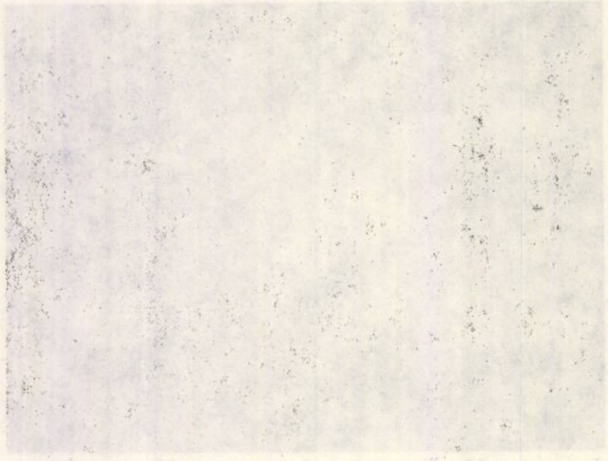
(b)

Fig. 2. (*a*) Curbă experimentală şi teoretică a rezultatelor obţinute pentru deplasări a unui dispozitiv micrometric U.M.F ; (*b*) imaginea produsă de o interferogramă în lumină granulară în cazul unei deplasări de $\Delta u = 10$ μm.

Autorii mulţumesc tehn. pr. M. Popescu pentru sprijinul tehnic acordat în obţinerea rezultatelor experimentale.

BIBLIOGRAFIE

1. J. A. Leendertz, J. Phys. E., *3*, 214 (1970).
2. J. M. Burch, J. M. J. Tokarski, Optika Acta, *15*, 101 (1968).
3. H. J. Tiziani, Optica Acta, *18*, 891 (1971).
4. V. I. Vlad, J. Maurer, Annual Rept., Inst. Atomic Physics, Bucharest 1975.



RECENZII

ROGER L. KERLIN (ed.), *Proceedings of the 1976 International Conference on Noise Control Engineering*, „Inter-Noise 76" (Lucrările Conferinței Internaționale — 1976 de Combatere a Zgomotului), Noise/News, Poughkeepsie, New York, 1976, XXXII+530 p., $ 35.

Volumul conține lucrările prezentate în cadrul Conferinței Internaționale de Combatere a Zgomotului, care a avut loc la Washington, între 5 și 7 aprilie 1976. Ajunsă la cea de-a 5-a ediție, această manifestare, organizată sub auspiciile unor instituții prestigioase cum sînt Institutul de ingineria combaterii zgomotului (I.N.C.E.) și Societatea de acustică (A.S.A.), ambele din S.U.A., reprezintă o continuare fructuoasă a rodnicelor acțiuni desfășurate cu succes în acest domeniu. Urmărind amplificarea pe multiple planuri a schimburilor interdisciplinare de informație, ea s-a bucurat de participarea activă a aproape 50 de societăți naționale și internaționale avînd în programul lor ca obiectiv definitoriu combaterea zgomotului și a vibrațiilor.

În cadrul conferinței, care a fost precedată de un interesant curs intensiv privind metodele de reducere a zgomotului cu aplicații la zgomotul profesional și zgomotul mașinilor, s-au prezentat 129 de comunicări în următoarele secții : I — Tehnici moderne de prelucrare a semnalelor și aplicații în combaterea zgomotului, II — Reducerea la sursă a zgomotului mașinilor, III — Zgomotul aparatelor de zbor și al aeroporturilor, IV — Măsurători de zgomot : Analiză și aparatură, V — Reducerea expunerii la zgomotul profesional, VI — Zgomotul transporturilor rulante, VII — Ingineria combaterii zgomotului în clădiri, VIII — Materiale și produse pentru combaterea zgomotului, IX — Reducerea zgomotului de trafic, X — Zgomotul în comunități, XI — Standarde internaționale și dispoziții legislative privind combaterea zgomotului, XII — Proiectare și planificare în combaterea zgomotului industrial, XIII — Semnificația zgomotului pentru individ și societate, XIV — Exemple de reducere a zgomotului industrial, XV — Exemple de reducere a zgomotului din clădiri, XVI — Exemple de reducere a zgomotului din comunități, XVII — Exemple de măsurări acustice practice.

În cadrul primei secțiuni menționate au fost prezentate patru lucrări care conțin ideile principale privind prelucrarea datelor acustice folosind metode moderne, aplicarea lor în evaluarea și identificarea precisă a unor surse de zgomot, utilizarea factorului mobilitate-radiație în proiectarea unor vehicule de înaltă performanță.

Un număr de nouă lucrări, incluse în secțiunea „Reducerea la sursă a zgomotului mașinilor se referă la un larg spectru de probleme implicate în acest domeniu. Se întîlnesc lucrări tratînd modalități de reducere a zgomotului generat prin operațiunea de tăiere a diferitelor materiale, la turnurile de răcire, la compresoare precum și a zgomotului infrasonic.

„Zgomotul aparatelor de zbor și al aeroporturilor" cuprinde nouă lucrări, ce abordează atît probleme de sinteză referitoare la acustica structurală a aparatelor de zbor, evaluarea intensității și a efectelor zgomotului pe aeroporturi și în jurul lor (Elveția, Anglia, Iugoslavia, S.U.A.), cît și la reducerea zgomotului aparatelor reactive prin tratarea acustică a suprafețelor, cerințelor aeronautice pentru simulări la viteze mărite.

O secțiune separată este consacrată măsurătorilor de zgomot, analizei și aparaturii utilizate. Avînd în vedere creșterea sensibilă atît cantitativă, cît și calitativă a acestor aspecte, precum și riscul unor determinări eronate și în consecință interpretări neconcludente, pe parcursul a 11 lucrări sînt analizate chestiuni importante vizînd acest subiect. Sînt tratate atît aspectele principale ale problemei, rezultatele teoretice și experimentale privind detectorii sonometrici, unele sonometre de impuls, efectul zgomotului aerian și protejarea microfoanelor, cît și metode noi de analiză acustică modală a cavităților, de estimare a funcției de transfer folosind întîrzierea de grup, analiza canalelor duale. În plus, unele lucrări se referă la precizia determinărilor de putere sonoră la frecvențe joase în camerele de reverberație, emisia sonoră la furnale, particularități ale propagării sunetului într-o atmosferă stratificată.

„Reducerea expunerii la zgomotul profesional" reflectă pe parcursul a șapte lucrări interesul și importanța de care se bucură această problemă. Sînt descrise un program de protecția auzului elaborat în S.U.A., legislația internațională referitoare la expunerea la zgomotul profesional precum și rezultatele obținute în reducerea zgomotului în procesul de polizare, la echipamentele de prelucrare a cartelelor de date, proiectarea atenuatoarelor de la compresoarele uniaxiale etc.

Aspecte interesante privind zgomotul transportului rulant pot fi găsite în cele zece lucrări prezentate în cadrul secțiunii cu același titlu. Sînt prescrise rezultatele obținute în evaluarea zgomotului provocat de căile ferate în S.U.A., Japonia, Anglia. De asemenea, sînt expuse o metodologie asistată de calculator pentru controlul zgomotului, efectul zgomotului și vibrațiilor unei linii de metrou, influența tratamentului de absorbție aplicat pereților unui traseu de metrou, analiza și combaterea zgomotului de rulare în sistemele de tranzit urbane.

„Ingineria combaterii zgomotului în clădiri" conține un număr de opt lucrări în care sînt expuse studii asupra vibrațiilor clădirilor datorite infrasunetelor și mijloace de reducere a infrasunetelor generate de mișcarea oscilatorie a unui pod (Japonia), zgomotul generat de carierele de nisip, precum și prezicerea nivelului presiunii sonore în încăperile mari și utilizarea metodei volumului variabil de aer pentru îmbunătățirea confortului acustic.

În cadrul secțiunii „Materiale și produse pentru combaterea zgomotului" au fost prezentate opt lucrări consacrate elaborării unor noi materiale, cu proprietăți remarcabile pentru reducerea zgomotului și vibrațiilor. Rezultate interesante conțin lucrările privind folosirea filamentelor de poliesteri în reducerea zgomotului (Brazilia), efectul utilizării de durată asupra performanțelor acustice ale materialelor poroase fonoabsorbante și unele metode practice de reducere a gradului de deteriorare a materialelor fonoabsorbante (S.U.A.). De asemenea, sînt prezentate unele soluții interesante referitoare la realizarea unor panouri cu radiații acustică redusă caracteristicile unor elemente de atenuatori acustici (Japonia). În sfîrșit, două lucrări conțin cazuri de studii complete vizînd reducerea zgomotului ciocanelor pneumatice și proiectarea unei baterii silențioase de generatoare diesel de putere (S.U.A.).

„Reducerea zgomotului de trafic" subliniază pe parcursul a opt lucrări atenția ce trebuie acordată în continuare acestui factor cu pondere importantă. Lucrările incluse, avînd o evidentă tentă de finalizare se referă la măsurile de reducere a zgomotului aerian și structural la metroul din Viena, atenuarea zgomotului de trafic prin ecrane acustice și evaluarea cîmpului acustic în jurul structurilor de protecție a unor autostrăzi (S.U.A.). În plus, se mai întîlnesc lucrări referitoare la prezicerea atenuării datorită dimensiunilor clădirilor și unele rezultate obținute în Anglia asupra standardizării zgomotului pe autostrăzi.

Un număr de zece lucrări dezbat zgomotul în comunități. Se au în vedere numeroase probleme de primă importanță. Astfel, sînt prezentate programul Asociației Americane de Protecție a Mediului, analiza principalelor cauze de deranjament acustic din R.F.G., unele soluții de îmbunătățire, a legislației referitoare la zgomotul în comunități (Anglia), a doua generație de programe de protecție împotriva zgomotului (Canada). De asemenea, au fost expuse rezultate obținute în corelarea dintre tipurile de surse de zgomot și zgomotul global din comunități (S.U.A.) ca și unele opțiuni asupra combaterii zgomotului din construcții (Anglia).

Secțiunea „Standarde internaționale și dispoziții legislative pentru combaterea zgomotului" conține zece lucrări care expun ideile principale ale standardelor internaționale elaborate de IEC referitor la aparatură, cercetări recente pentru elaborarea unor standarde internaționale privind zgomotul mașinilor, acustice și tendința de standardizare internațională, precum și elaborarea unor metode noi de testare a zgomotului staționar generat de diferite tipuri de autovehicule, dispoziții legislative referitoare la reacția comunității la diferite tipuri de aparate de zbor.

Aspecte semnificative ridicate de proiectare și planificare în combaterea zgomotului industrial sînt expuse într-o secțiune aparte cuprinzînd nouă lucrări. Problematica prezentată cuprinde aspecte legate de izolarea acustică a fațadelor clădirilor industriale, folosirea unei metodologii speciale pentru determinarea nivelului de presiune acustică în diferite spații ale unei uzine, analiza pe calculator pentru combaterea în comunități a zgomotului industrial, metode practice de reducere a zgomotului la sursă în instalațiile de forjare la cald, metode de combatere a zgomotului chiar din stadiul de proiectare.

În cadrul secțiunii „Semnificația zgomotului pentru individ și societate" sînt incluse un număr de cinci lucrări în care sînt prezentate rezultate recente asupra expunerii la zgomot și fiziologia auzului, efectele zgomotului asupra comunicării orale, unitățile de nivel de zgomot și calitatea obiectivă și subiectivă a somnului, efectul social și psihologic al zgomotului din transporturi.

Un număr de 21 de lucrări referitoare la exemple concrete privind reducerea zgomotului industrial din clădiri, din comunități precum și la unele măsurări acustice speciale sînt incluse de asemenea sub formă de rezumate.

Consecvența cu care seria de manifestări științifice „Inter-Noise" urmărește analizarea și rezolvarea numeroaselor aspecte ridicate de complexitatea problemelor puse de reducerea nivelului de zgomot și vibrații între limite rezonabile precum și modul specific de prezentare a rezultatelor concrete obținute în acest sens, recomandă o dată mai mult materialele incluse în volumul de față atenției specialiștilor.

H. Paven

WILLIAM W. LANG (ed.), *Proceedings of the 1975 National Conference on Noise Control Engineering*, „Noise — Con 75" (Lucrările Conferinței Naționale — 1975 de Combatere a Zgomotului), Noise Control Foundation, Poughkeepsie, New York, X + 458 p., $ 30.

Volumul conține lucrările prezentate în cadrul Conferinței Naționale de Combatere a Zgomotului, care a avut loc la Gaithersburg Maryland (S.U.A.), între 15 și 17 septembrie 1975. Organizată de către Institutul de ingineria combaterii zgomotului (INCE) cu concursul Biroului național de standarde, ambele din S.U.A., această manifestare a fost consacrată în principal standardelor, reglementărilor și diferitelor programe naționale de combatere a zgomotului.

Materialele prezentate în cadrul conferinței sînt repartizate în mai multe grupe : I — Lecții sintetice, II — Programe federale, III — Standarde internaționale și naționale, IV — Activități profesionale, V — Cercetări.

În cadrul primei grupe au fost prezentate patru lucrări de sinteză asupra rezultatelor moderne în măsurările de acustică (L. L. Beranek), evaluării corecte a zgomotului (H. E. von Gierke), zgomotului de jet (A. Powell) și metodelor practice de abordare a combaterii zgomotului industrial (V. Salmon). Exprimînd opiniile unor notorietăți în domeniile respective, lecțiile menționate cuprind o impresionantă cantitate de informație referitoare la evaluarea critică a stării actuale din domeniile respective de cercetare.

Cea de-a doua grupă de materiale conține, pe parcursul a 13 lucrări, date referitoare la stadiul și implicațiile diferitelor programe de reducere a zgomotului. Astfel, sînt expuse programele de combatere a zgomotului elaborate în cadrul Departamentului transporturilor de suprafață, dispozițiile recente ale Agenției de protecție a mediului, programele de cercetare din cadrul NASA și a Biroului Național de Standarde. În plus, sînt prezentate date extrem de interesante referitoare la expunerea la zgomotul profesional, chestiuni prioritare de acustica mediului precum și informații asupra programelor de combatere a zgomotului în domenii speciale.

Materialele grupate în secțiunea „Standarde naționale și internaționale cuprind un număr de opt lucrări axate pe chestiuni importante legate de activitatea de standardizare în domeniul poluării sonore și de vibrații. Un accent deosebit este pus pe latura vizînd stabilirea unor norme internaționale și urmărirea modului de aplicare corectă a acestora. Un interes aparte îl constituie în plus și posibilitatea de a cunoaște pe această cale principalele organizații ce acționează în acest domeniu. Sînt prezentate astfel diferitele activități desfășurate în cadrul Organizației Internaționale de standarde (I.S.O), al Comisiei Internaționale de electrotehnică (I.E.C.), al Societății de inginerie din industria de automobile (S.A.E.). În ceea ce privește activitatea desfășurată în cadrul unor societăți naționale menționăm prezentarea făcută Institutului American de Standarde (A.N.S.I.) și al unor comitete specializate din subordinea sa precum și Societății Americane pentru testare și materiale (A.S.T.M.). Majoritatea lucrărilor prezentate insistă asupra direcțiilor viitoare de dezvoltare al acestui tip de activitate, îndeosebi asupra creșterii potențiale a rolului acestora în acțiunea de limitare și reducere a poluării sonore și de vibrații.

„Activități profesionale" conține cinci sinteze succinte asupra activității în domeniul acusticii desfășurate la Institutul American de științele mediului înconjurător (I.E.S.) al activității din laboratoarele Institutului Național de combaterea zgomotului (I.N.C.E.) și al unor direcții noi de cercetare din cadrul Asociației Americane pentru auz și comunicare (A.S.H.A.).

În sfîrșit, în cadrul grupei intitulate „Cercetări" au fost prezentate zece lucrări conținînd rezultatele obținute în realizarea unor sisteme silențioase de condiționarea aerului, al igienei industriale și al perfecționării unor standarde. Menționăm în acest sens lucrările consacrate introducerii unor elemente de proiectare acustică, alegerii și instalării raționale a ventilatoarelor, reducerii zgomotului structural, prezentării unor considerații fundamentale din punct de vedere aerodinamic și acustic în proiectarea unor conducte de ventilație. În ceea ce privește elementele de igienă industrială se găsesc lucrări referitoare la analiza critică a dozimetriei acustice și a standardelor existente, a reducerii zgomotului unor ejectoare speciale și în industria textilă. În privința perfecționării unor standarde existente merită menționate lucrările consacrate estimării puterii acustice în cîmp liber, respectiv evaluării acustice prin măsurări de reverberație.

Cele 40 de lucrări prezentate conțin o bogată cantitate de informație utilă specialiștilor din diferite domenii preocupați de problematica depoluării sonore și de vibrații.

H. Paven

„MECANICA SOLIDULUI RIGID", de prof. dr doc. Șt. ANDREI RIPIANU

Lucrarea conține o expunere succintă, dar profundă, a noțiunilor fundamentale ale dinamicii, pe baza cărora se poate întreprinde un studiu dinamic complet al solidului rigid, necesar la calculul și proiectarea mecanismelor și mașinilor.

Este interesant de observat faptul că lucrarea conține contribuțiile originale ale autorului aduse atît în domeniul geometriei maselor, precum și în cel al studiului cinematic și dinamic al mișcării solidului rigid și al sistemelor de rigide, cea mai mare parte din ele fiind publicate sub formă de articole în reviste de specialitate din țară și străinătate, sau conținute în lucrările didactice ale autorului, publicate prin litografia Institutului Politehnic din Cluj.

În vederea ordonării cît mai logice a materialului prezentat în lucrare, aceasta a fost divizată în cinci capitole, în cadrul cărora se prezintă și un anumit număr de probleme, rezolvate complet, dintre cele mai frecvent întîlnite în activitatea de proiectare a mecanismelor și mașinilor.

Capitolul I, *„CENTRUL MASELOR"*, conține prezentarea noțiunilor și mărimilor fundamentale care se referă la centrul de masă al unui sistem de puncte materiale discrete, cît și la rigidul asimilat cu un continuum material.

Se definesc, astfel, centrul de masă, momentele statice, centrele de masă geometrice și se dau cîteva exemple de calcul al poziției centrului maselor, atît pe cale analitică, cît și prin procedee grafice.

În capitolul al II-lea, *„Momente de inerție"*, se dau, la început, relațiile de definiție a momentelor de inerție pentru un sistem format din n puncte materiale discrete. Se stabilesc apoi relațiile necesare pentru calculul momentelor de inerție mecanice ale unui rigid avînd o formă arbitrară. În continuare se prezintă legile de variație a momentelor de inerție axiale în raport cu axe paralele și concurente, după care se trece la studiul axelor și a momentelor principale și centrale de inerție, prezentîndu-se totodată și problema elipsoidului de inerție.

De asemenea, se dezvoltă legea de variație a momentelor de inerție mecanice centrifugale în raport cu axe concurente și paralele, efectuîndu-se calculul și pentru momentele de inerție mecanice centrifugale în raport cu axe parale, precum și pentru momentul de inerție mecanic polar în raport cu poziția polului.

În lucrare se abordează și problema legilor de variație a momentelor de inerție mecanice planare în raport cu plane paralele, respectiv ne-paralele și se prezintă și relațiile generale pentru calculul momentelor de inerție mecanice.

Se abordează, tot cu acest prilej, și noțiunea de tensor al momentelor de inerție, căruia i se arată proprietățile, precum și alte „cîteva" proprietăți ale momentelor de inerție mecanice.

Considerînd cazul cînd rigidul are forma unei plăci plane și subțire, de greutate neglijabilă, se studiază legile de variație ale momentelor de inerție, axiale în raport cu axe paralele și concurente plasate în planul plăcii, axele și momentele principale de inerție, elipsa de inerție, legile de variație a momentelor de inerție mecanice centrifugale în raport cu axe paralele și concurente, relațiile generale pentru calculul momentelor de inerție mecanice în cazul plăcii, unele proprietăți ale momentelor de inerție mecanice ale plăcilor și cîteva exemple de calcul.

În cadrul studiului grafic al momentelor de inerție în cazul plăcilor plane, se prezintă cercul lui Land, cercul lui Mohr, metoda Culmann, metoda Nels, sînt și determinarea pe cale grafică a momentelor de inerție centrifugale.

În capitolul al III-lea intitulat *„Cinematica solidului rigid"*, autorul studiază mai întîi mișcarea de translație a rigidului, în cadrul căreia se prezintă studiul geometric al mișcării, cîmpul de viteze și cîmpul de accelerații. Se trece apoi la mișcarea de rotație în jurul unei axe fixe a rigidului, efectuîndu-se studiul geometric al mișcării și determinîndu-se cîmpurile de viteze și accelerații corespunzătoare acestei mișcări. În continuare sînt studiate mișcările: de rototranslație, plan-paralelă, mișcarea de rototranslație a rigidului în jurul unui punct fix, mișcarea generală a rigidului, mișcarea relativă, efectuîndu-se pentru fiecare mișcare în parte studiul geometric al mișcării și determinîndu-se distribuția vitezelor și accelerațiilor, precum și axa instantanee a mișcării. În încheierea capitolului, se prezintă o serie de aplicații originale și de natură să clarifice și să adîncească problemele expuse în acest capitol.

În capitolul al IV-lea, *„Dinamica solidului rigid"*, sînt abordate, mai întîi problemele fundamentale ale dinamicii sistemelor de puncte materiale. Astfel, autorul prezintă teorema

de variație a cantității de mișcare și a momentului cinetic, teorema torsorului și a mișcării centrului maselor, teorema momentului cinetic în raport cu centrul maselor, precum și teorema de echivalență dintre variația energiei cinetice și lucrul mecanic, inclusiv relația lui König pentru energia cinetică.

Lucrarea conține, de asemenea, calculul cantității de mișcare, al momentului cinetic și al energiei cinetice a unui rigid în mișcare, studiul dinamic al mișcării de rotație a rigidului în jurul unei axe fixe, respectiv în jurul unui punct fix, studiul dinamic al mișcării generale a rigidului și al mișcării de rototranslație, precum și studiul dinamic al mișcării plan-paralele.

Capitolul al V-lea cuprinde definirea complexelor echivalente de puncte. Se analizează complexul de puncte static sau dinamic echivalent cu un solid rigid în mișcare generală spațială, complexul de puncte dinamic echivalent cu un rigid care efectuează o mișcare particulară, torsorul forțelor de inerție corespunzătoare rigidului în mișcare plan-paralelă cu unul dintre planele sale de inerție. Totodată sînt studiate forțele și cuplurile de echivalare în cazul unui rigid care efectuează o mișcare plan-paralelă cu unul din planele sale centrale de inerție. În sfîrșit se prezintă utilizarea complexelor dinamic echivalente de puncte pentru studiul mișcării relative a rigidului.

Prin metoda și claritatea expunerii, precum și prin amploarea problemelor tratate, lucrarea „MECANICA SOLIDULUI RIGID", se poate aprecia și caracteriza ca o lucrare valoroasă de mare utilitate pentru cei interesați, atît prin conținut, cît și prin forma de prezentare.

Prof. dr. ing. Petre D. Sima

Revista

STUDII ŞI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ

publică:

- Studii de înalt nivel cu caracter fundamental de interes general şi reflectare în practică.
- Note (lucrări mai scurte cu caracter original sau constituind o punere la punct a unei anumite chestiuni).
- Referate ştiinţifice, la care se expun stadiul actual al unei anumite probleme, subliniindu-se aspectul nou, observaţii şi discuţii asupra unor lucrări de mecanică aplicată.
- Recenzii asupra cărţilor şi studiilor române şi străine.

Domeniile de specialitate ale revistei sînt :

— Astrodinamica (optimizarea traiectoriilor, calculul orbitelor sau al segmentelor de orbite, optimizarea transferului interorbital, impactul vehiculelor spaţiale cu meteoriţii, orbite sincrone, astrorelativitate, zborul în atmosferă rarefiată, în atmosfera densă, frînarea şi captarea aerodinamică a unui vehicul cosmic).

— Aerodinamica (mecanică fluidelor, aerodinamica, dinamica gazelor, mecanica avionului, aeroelasticitatea, aerodinamica motoarelor cu ardere internă, termo-aerodinamica motoarelor cu reacţie, ventilaţie, aeromotori).

— Hidrodinamica (hidraulică, construcţii hidrotehnice, irigaţie, turbine şi pompare, amenajări hidraulice).

— Construcţii de maşini (cinematica şi dinamica mecanismelor, frecare, ungere, uzură, metode moderne de calculul maşinilor, automatizate, studiul suprafeţelor, tehnologia mediilor solide continue).

— Mecanica generală (rezistenţa materialelor, elasticitate, plasticitate, vibraţii şi şocuri, stabilitate, analogii electrice şi hidraulice).

— Statistica şi dinamica construcţiilor (metode pentru calculul static şi dinamic al construcţiilor, studiul materialelor neomogene, stabilitatea terenurilor, metode de executare a lucrărilor de construcţii).

— Tehnica măsurătorilor (aparate electrice pentru măsurarea mărimilor mecanice, utilizarea ultrasunetului şi izotopilor radioactivi în tehnică).

Revista urmăreşte stimularea activităţii şi difuzarea lucrărilor valoroase, primind în acest scop spre publicare articole de la toţi specialiştii din ţară şi de la colaboratorii din străinătate.

Manuscrisele se vor trimite la sediul Comitetului de redacţie, Bucureşti, Cod. 70 701, str. Const. Mille, nr. 15, sectorul 7.

I. SETEANU

REGIMUL INFILTRAȚIILOR DINTR-UN LAC DE ACUMULARE

În lucrare se indică un procedeu de calcul rapid al debitului de infiltrații dintr-un rezervor de acumulare determinîndu-se prima aproximație a soluției problemei axial-simetrice a curgerii apei printr-un mediu poros omogen permeabil, stratul impermeabil fiind aruncat la infinit. Se ilustrează metoda propusă prin exemple numerice și se compară rezultatele obținute cu soluții mai exacte obținute prin procedeul diferențelor finite.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3, 1978, p. 329—342
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

ȘT. ZAREA, I. JELEV

CALCULUL MIȘCĂRII NEPERTURBATE ÎNTR-O TURBINĂ BULB ÎN PREZENȚA CARCASEI EXTERIOARE

Se prezintă o metodă analitică și una numerică, pentru calculul mișcării neperturbate în jurul unei turbomașini bulb, ținîndu-se seama de prezența carcasei exterioare. Calculele au fost efectuate în ipoteza mișcării potențiale și elicoidale axial simetrice.
Pentru un caz concret de turbină bulb ce urmează a fi construită în țara noastră, se determină spectrul hidrodinamic al mișcării, funcția de curent ψ, distribuția vitezelor și a componentelor acesteia. Cele două metode ale căror rezultate s-au comparat între ele, au fost concretizate în două programe scrise în limbaj FORTRAN, permițînd rezolvarea oricărui caz practic de turbomașină axială bulb, în mai puțin de 30 secunde, la un calculator C.D.C.—3500.

St. cerc. mec. apl. tom 37, nr. 3, 1978, p. 343—352
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

IOAN STAN, CĂLIN GHEORGHIU

METODA TIRULUI LA STABILIREA PROFILULUI CONCENTRAȚIEI ÎN STRATUL-LIMITĂ DE DIFUZIE

Se consideră mișcarea unui disc într-un fluid viscos incompresibil cu care reacționează chimic. Se stabilește ecuația difuziei în stratul-limită luîndu-se în considerare efectul barodifuziei atît în cazul reacției eterogene, cît și în cazul reacției omogene. Ecuația barodifuziei în stratul-limită se studiază cu metoda tirului, rezultatele fiind obținute la calculator.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3, 1978, p. 353—360
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

MIHAIL ROCO, GEORGETA FRĂSINEANU

METODĂ DE CALCUL A CARACTERISTICILOR DE CURGERE ALE FLUIDELOR BIFAZATE LICHID-SOLID PRIN CONDUCTE ȘI CANALE
II. PROGRAMUL

Utilizînd metoda expusă în prima parte a lucrării, se prezintă un program pentru calculul caracteristicilor de curgere (repartiția concentrațiilor și a vitezelor, debitele de hidroamestec și de material solid ș.a.) a fluidelor bifazate lichid-solid prin conducte și canale, în regim permanent și uniform. Programul, în limbaj FORTRAN IV, este util pentru dimensionarea și verificarea instalațiilor de hidrotransport și are un grad ridicat de generalitate.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3, 1978, p. 361—375
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

M. A. DUMBRAVĂ

EFECTUL LIMITATIV AL PORTANȚEI HIDRODINAMICE ASUPRA ALIMENTĂRII UNUI LAGĂR HIDROSTATIC

Lucrarea tratează un aspect important al efectului hidrodinamic într-un lagăr hidrostatic: blocarea circuitului de alimentare, ca urmare a cîmpului hidrodinamic de presiuni care apare în lagăr pentru cazul cînd $V \neq 0$.
Pe un exemplu numeric simplu sînt puse în evidență cîteva concluzii de interes practic, referitor la alegerea regimului corect de funcționare (viteză, presiune de alimentare, unghiul de înclinare al plăcilor etc.).

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3, 1978, p. 377—384
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

SERGIU IVANCENCO

CALCULUL HIDRODINAMIC AL LAGĂRULUI RADIAL DE ALUNECARE ECHIPAT CU CUZINET POROS ȘI REZERVOR CIRCULAR ÎNCHIS

Extinderea teoriei ungerii hidrodinamice în cazul lagărului radial de alunecare echipat cu cuzinet poros și rezervor circular de ulei, începută de autor prin lucrarea [3], este continuată aici prin considerarea în calcul a interdependenței între presiunea din pelicula portantă de lubrifiant și presiunea din rezervor. Este pusă astfel în evidență îmbunătățirea performanțelor acestui lagăr ca urmare a închiderii în raport cu mediul înconjurător a rezervorului ce îl echipează, fapt ce împiedică descărcarea în rezervor a presiunii hidrodinamice din lagăr prin intermediul porilor cuzinetului.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3., 1978, p. 385—392
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

T. OROVEANU și AL. D. STAN

PARAMETRII TEHNOLOGICI OPTIMI PENTRU OBȚINEREA UNOR EFICIENȚE MĂRITE LA OPERAȚIILE DE FISURARE

Pentru stimularea afluxului de petrol spre sonde, îndeosebi la zăcămintele cu permeabilitate mică, se practică fisurarea hidraulică a stratelor productive. La unele dintre aceste zăcăminte s-a dovedit existența unor fisuri naturale despre care se presupune că au fost extinse prin operațiile de fisurare anterioare. Pentru aceste fisuri deschise în blocurile poroase, s-a efectuat un calcul prin care se determină eficiența lor, definită ca raport între permeabilitatea blocului fisurat și cea a celui nefisurat. S-a pus astfel în evidență contribuția grupelor de parametri geologofizici ai stratelor (grosime, permeabilitate, adîncime) și tehnologici (debit de pompare, presiune, regim de curgere) asupra operațiilor de fisurare. În situația pompării fluidului de fisurare prin țevile de extracție, există o anumită valoare a debitului de injecție care face maximă eficiența operațiilor de fisurare. Rezultatele din tehnica de șantier concordă foarte bine cu cele obținute teoretic.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3, 1978, p. 393—402
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

I. SZÉKELY, T. MUREȘAN

AUTOMATIZAREA DESCOMPUNERII MECANISMELOR PLANE ÎN GRUPE ASSURICE ELEMENTARE

În lucrare se iau în considerare mecanismele plane static determinate și care nu conțin grade de libertate de prisos. Pentru automatizarea descompunerii unor asemenea mecanisme, în grupe assurice elementare, se prezintă un algoritm de calcul utilizînd graful asociat al mecanismului. Acest graf permite obținerea tuturor variantelor de descompunere posibile. Pa parcursul calculelor, utilizatorul poate cere să-i fie prezentate una, mai multe sau toate variantele existente.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3., 1978, p. 403—411
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

IOAN CARABA

CALCULUL SPAȚIAL AL GRINZILOR CĂILOR DE RULARE DIN OȚEL

Grinzile căilor de rulare din oțel, prin felul în care sînt alcătuite, reprezintă structuri spațiale a căror secțiune este antrenată în întregime la preluarea solicitărilor cu toate că încărcările aduse de podurile rulante acționează în planul inimii grinzii verticale.
În lucrarea de față se face o prezentare succintă a cauzelor care determină apariția defectelor la grinzile căilor de rulare și se formulează o teorie asupra calculului de conlucrare spațială a acestor tipuri de structuri. Avînd în vedere că grinzile căilor de rulare reprezintă elemente zvelte, cu lungime foarte mare în raport cu dimensiunile secțiunii transversale, pentru calculul de conlucrare spațială s-a aplicat teoria barelor cu pereți subțiri cu secțiune compusă, alcătuite din profile cu contur simplu conex și dublu sau multiplu conex.
Rezultatele calculelor teoretice au fost verificate experimental pe modele ale unor grinzi de rulare ce deservesc poduri rulante de 500/125 kN — L = 20,75...23,50 m.
Prin lucrarea de față, pe lîngă aspectele economice și de siguranță în exploatare pe care le vizează, se aduce o contribuție originală la dezvoltarea îmbunătățirii metodelor de calcul din mecanica construcțiilor.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3, 1978, p. 413—423
Redacția : București, str. Const. Mille nr. 15

ANTON IONESCU, ALEXANDRU CĂTĂRIG

CALCULUL STRUCTURILOR DIN REȚELE DE GRINZI PLANE RETICULATE DIN BETON FRECOMPRIMAT, REZEMATE ÎN PUNCTE

Lucrarea prezintă o metodă de calcul a structurilor din rețele de grinzi plane reticulate din beton precomprimat, rezemate în puncte, care ține seama de modul real de comportare mecanică a acestor tipuri de structuri.
Se prezintă un mod de explicitare a anizotropiei caracteristice acestui tip de structuri, influențele asupra stărilor de eforturi și deformații a torsiunii grinzilor reticulate, a dublării grinzilor marginale și a încărcărilor mobile.
Acest tip de structuri constituie soluția optimă pentru acoperișurile halelor industriale universale de deschideri mari.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3, 1978, p. 425—434
Redacția : București, str. Const. Mille nr. 15

OVIDIU MÎRȘU, RICHARD FRIEDRICH

ANALIZA EFORTURILOR DIN REZERVOARELE CILINDRICE CIRCULARE PRIN UTILIZAREA ELEMENTELOR FINITE INELARE

În lucrare se analizează starea de eforturi în pereții rezervoarelor cilindrice circulare, sub acțiunea încărcărilor axial simetrice, cu metoda elementelor finite utilizînd inele cilindrice. Rezemările pereților s-au presupus de tip articulație, încastrare elastică și încastrare perfectă. Pe baza aplicării metodei amintite s-a elaborat un program de calcul ce a permis studierea variației eforturilor n_θ și m_x pentru precomprimare pornind de la marginea superioară respectiv de la marginea inferioară cît și din umplerea treptată a rezervorului.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3., 1978, p. 435—441
Redacția : București, str. Const. Mille nr. 15

PETRE GLADCOV

CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA RĂCIRII CU JET DE CEAȚĂ A PROCESULUI DE AȘCHIERE

Răcirea cu jet de ceață a procesului de așchiere prezintă numeroase avantaje comparativ cu sistemul clasic de lucru.
În lucrare se prezintă sintetic aceste avantaje, ca și unele rezultate ale cercetărilor întreprinse de autor în direcția realizării unei instalații cu aplicabilitate industrială în acest scop, dîndu-se totodată și unele date referitoare la eficiența instalației realizate.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3., 1978, p. 443—450
Redacția : București, str. Const. Mille nr. 15

V. I. GHIU, A. H. IACOVIȚA, G. M. GIUROVICI

TRADUCTOARE DE DEPLASARE, VITEZĂ ȘI ACCELERAȚIE, LA MECANISME

În lucrare sînt descrise tipuri de traductoare de deplasare, viteză și accelerație realizate în cadrul Laboratorului de mașini și mecanisme din Centrul de mecanică a solidelor. Avantajul pe care-l prezintă aceste traductoare îl constituie posibilitatea utilizării lor la efectuarea de măsurări asupra mecanismelor funcționînd la viteze ridicate, de ordinul 3000 cicli pe minut. Se indică baza teoretică a diferitelor tipuri de traductoare, precum și caracteristicile tehnice speciale ale traductoarelor CMS. Forma lor constructivă și soluțiile tehnice adoptate pentru experimentare sînt prezentate în fotografiile din text.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3, 1978, p. 451—458
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

ȘTEFAN ROTARU

CALCULATORUL ELECTRONIC MIJLOC OPORTUN ȘI EFICIENT ȘI-N PROCESUL MĂSURĂRII GAZELOR PRIN INSTALAȚII DIFERENȚIALE

Utilizarea rațională a gazelor naturale în etapa actuală reclamă creșterea maximală a gradului de precizie în determinarea debitelor de gaze naturale în procesul complex de extracție, transport și distribuție precum și în cel desfășurat în instalațiile de utilizare aparținînd consumatorilor.
În acest context lucrarea prezintă particularitățile principalelor două sisteme clasice de măsură a gazelor prin instalații diferențiale materializînd elaborarea unui sistem unitar pe scară națională și optimizarea procesului de calcul recomandat de STAS 7347/1—74 prin intermediul calculatorului electronic numeric.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3, 1978, p. 459—471
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

G. M. GIUROVICI

CĂRUCIOARE-SUPORT PENTRU CAPETE MAGNETICE

În industria constructoare de echipamente periferice pentru calculatoarele electronice, unitățile de memorie externă ocupă un loc principal. Astfel, la unitatea de memorie cu discuri magnetice, pentru căruciorul port-capete magnetice — care are o mișcare rectilinie alternativă de ordinul 33 cicli/s — firmele străine au adoptat diverse tipuri constructive, în vederea obținerii unor performanțe tehnice superioare vizînd: greutate cît mai mică (sub 0,2 kg), timp de acces cît mai mic (sub 30 milisecunde), rigiditate mare, coeficient de frecare mic, vibrații reduse, etc.
Pentru prima oară la noi în țară în cadrul Laboratorului de mecanisme și mașini din C.M.S. — Centrul de mecanică a solidelor, s-au conceput și realizat trei tipuri de cărucioare-suport pentru capetele magnetice de la unitățile de memorie cu discuri magnetice, experimentate ulterior la I.T.C. — Institutul pentru tehnică de calcul, urmînd să fie asimilate în producția de serie la I.E.P. — Întreprinderea pentru Echipamente Periferice.
În lucrare se prezintă caracteristicile celor trei prototipuri realizate la C.M.S., în comparație cu alte tipuri străine de cărucioare, facilitînd astfel o alegere judicioasă pentru cercetătorii și proiectanții din acest domeniu.

St. cerc. mec. apl., tom 37, nr. 3, 1978, p. 473—479
Redacția: București, str. Const. Mille nr. 15

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

ALECSANDRU VAICUM, **Studiul reologic al corpurilor solide**, 1978, 200 p., 13,50 lei.
R. C. BOGDAN, D. LARIONESCU, S. CONONOVICI, **Sinteza mecanismelor plane articulate**, 1977, 311 p., 26 lei.
HRISTACHE POPESCU, **Probleme ale structurilor de beton armat**, 1977, 156 p., 11 lei.
AUREL BELEŞ, CLEMANSA MIHĂILESCU, ŞTEFAN MIHĂILESCU, **Calculul construcţiilor amplasate pe terenuri deformabile. Interacţiunea structură-fundaţie-teren**, 1977, 428 p., 34 lei.
NECULAI BOICU, **Contactul elastic liniar**, 1977, 128 p., 6,50 lei.
DRAGOŞ CIOCLOV, **Mecanica ruperii materialelor**, 1977, 380 p., 30 lei.
EDM. NICOLAU, R. IONESCU, A. MIRA, G. VASILESCU, **Proiectarea asistată de calculator a sistemelor electronice**, 1977, 267 p., 21 lei.
DAN TEODORESCU, **Servomotoare amplificatoare. Teorii şi aplicaţii**, 1977, 284., 26 lei.
C. TEODOSIU, **Modele elastice ale defectelor cristaline. Seria : „Probleme actuale în mecanica solidelor"**, 1977, 322 p., 12 lei.
ŞTEFAN BĂLAN, VALERIU PETCU, **Calculul structurilor în domeniul plastic. Momente independente**, 1976, 372 p., 34 lei.
ŞT. ISPAS, ALEX. NICA, IOANA PÂRVULESCU, **Sisteme de lubrificaţie, alimentare cu carburant şi fluide hidraulice pentru construcţiile aerospaţiale**, 1976, 268 p., 32 lei.
RADU NEGRUŢIU, **Analiza elastică a structurilor**, 1976, 248 p., 21 lei.
VALENTIN I. VLAD, R. ZACIU, N. MIRON, JEAN MAURER, D. SPOREA, **Prelucrarea optică a informaţiei**, 1976, 476 p., 46 lei.
ADOLF HAIMOVICI, **Ecuaţii diferenţiale cu funcţii de mulţime ca necunoscute**, 1976, 168 p., 8,75 lei.
CHR. PELECUDI, **Precizia mecanismelor**, 1975, 397 p., 32 lei.
A. C. VASILESCU, **Combaterea produşilor poluanţi emişi de motoarele autovehiculelor**, 1975, 288 p., 26 lei.
VLAD IONESCU, **Introducerea în teoria structurală a sistemelor liniare**, 1975, 236 p., 18 lei.
VLADIMIR RĂZVAN, **Stabilitatea absolută a sistemelor automate cu întîrziere**, 1975, 276 p., 17 lei.
B. GRÜNWALD, N. APOSTOLESCU, **Neomogenitatea termică şi chimică a gazelor din motoarele cu ardere internă**, 1975, 266 p., 26 lei.
ALEXANDRU VAICUM, **Fundaţii pentru construcţii energetice de distribuţie şi transport**, 1975, 314 p., 31 lei.

Mai găsiţi în librării:

BAZIL POPA, VIRGINIA ISCRULESCU, **Procese de ardere în cîmp sonor**, 1973, 265 p., 17 lei.
VALENTIN I. VLAD, **Holografie** 1973, 234 p., 15,50 lei.
M. M. NIŢĂ, **Teoria zborului spaţial**, 1973, 502 p., 30 lei.
MARIUS PROTOPOPESCU, **Teoria electronică a metalelor**, 1973, 366 p., 33 lei.
I. S. GHEORGHIU, ALEXANDRU S. FRANSUA, **Tratat de maşini electrice**, vol. IV. **Maşini sincrone**, 1972, 482 p., 30 lei.

REVISTE PUBLICATE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE MECANICĂ APLICATĂ
REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES
—SÉRIE DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE
—SÉRIE D'ÉLECTROTECHNIQUE ET D'ÉNERGÉTIQUE

ST. CERC. MEC. APL., TOM. 37 NR. 3, 1978. P. 327—492

I.P. INFORMAŢIA c. — 114

43 822

Lei 40—
(s 30 pour un abonnement annuel)